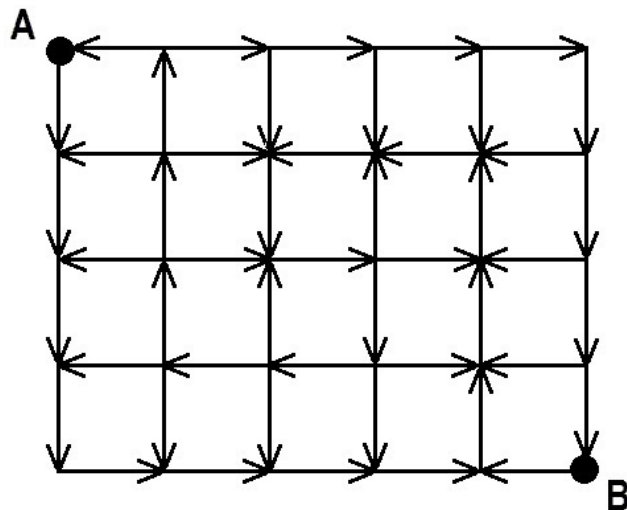


Первый отборочный этап

Задачи первого этапа. Информатика

Первая попытка. Задачи 8–11 класса

Задача I.1.1.1. Город перекрестков (20 баллов)



Вы разрабатываете навигатор для одного города. Этот город разбит улицами на квадратные кварталы, причем движение по любому из отрезков улицы в пределах каждого квартала строго одностороннее. С каждого перекрестка можно выехать только в разрешенных знаками направлениях. Требуется по прилагаемой карте города с указанными на ней разрешенными направлениями перемещения проложить самый короткий маршрут из точки A в точку B .

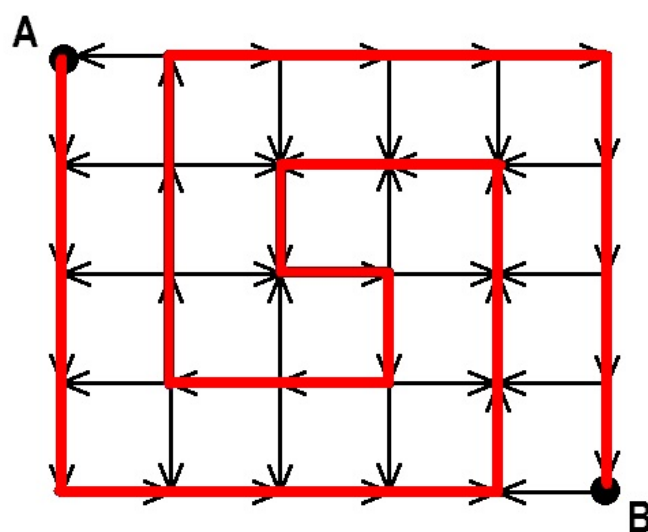
Формат входных данных

На вход подается карта перекрестков города. В первой строке содержатся два числа N — число кварталов с севера на юг и M — число кварталов с запада на восток ($1 \leq n \leq 50$). Точка A самая северо-западная, точка B самая юго-восточная. Далее в $2 \cdot N + 1$ строках содержится описание разрешенных направлений движения. Улицы города запад-восток описаны в нечетных строках. В каждой такой строке содержится по M символов без пробела, указывающих разрешенное движение на соответствующем участке. В четных строках содержится описание улиц север-юг. В этих строках содержится по $M + 1$ символов, указывающих возможное движение по отрезкам улиц север-юг. Движение на север, юг, запад, восток обозначается буквами n , s , w , e соответственно.

Формат выходных данных

В первую строку вывести число отрезков улиц в самом коротком маршруте из точки A в точку B . Во вторую строку нужно выдать описание этого маршрута в виде последовательности символов n, s, w, e без пробелов. Если кратчайших маршрутов несколько, выдать самый первый среди них по алфавитному порядку. Гарантируется, что из точки A можно попасть в точку B .

Пояснения к примеру



Примеры

Пример №1

Стандартный ввод
4 5 weeee snssss wewww snsnns weeew snnsns wwwew ssssns eeeeew
Стандартный вывод
29 sssseeennnnwwseswvnnneeeessss

Пример программы-решения

Ниже представлено решение на языке C++.

```

1  //Алгоритм Дейкстры
2
3  #include <bits/stdc++.h>
4
5  #define pb push_back
6  #define mp make_pair
7  #define f first
8  #define s second
9
10 #define all(x) (x).begin(), (x).end()
11 #define sz(a) (int)(a).size()
12 #define for0(i, n) for (int i = 0; i < (int)(n); i++)
13 #define for1(i, n) for (int i = 1; i <= (int)(n); i++)
14 #define int long long
15
16 using namespace std;
17 typedef pair<int, int> pii;
18 typedef long double ld;
19
20 int dx[4] = {-1, 0, 1, 0},
21     dy[4] = {0, 1, 0, -1};
22 char z[4] = {'n', 'e', 's', 'w'};
23
24 signed main(){
25
26     ios::sync_with_stdio(0), cin.tie(0), cout.tie(0);
27
28     int n, m;
29     cin >> n >> m;
30     vector<vector<vector<int> > > G(n+1, vector<vector<int> >(m+1));
31
32     string s;
33     for0(i, 2*n+1){
34         cin >> s;
35         if(i%2){
36             int tx = i/2;
37             for0(j, sz(s))
38                 if(s[j] == 's')
39                     G[tx][j].pb(2);
40             else
41                 G[tx+1][j].pb(0);
42
43         }
44         else{
45             int tx = i/2;
46             for0(j, sz(s))
47                 if(s[j] == 'w')
48                     G[tx][j+1].pb(3);
49             else
50                 G[tx][j].pb(1);
51         }
52     }
53
54     string inf;
55     inf.resize(6000, '#');
56     vector<vector<string> > d(n+1, vector<string>(m+1, inf));
57     vector<vector<int> > mark(n+1, vector<int>(m+1, 0));
58     d[0][0] = "";
59
60     for0(u, (n+1)*(m+1)){

```

```

61     int tx, ty, mn = 1e9;
62     for0(i, n+1) for0(j, m+1) if(mark[i][j] == 0 && sz(d[i][j]) < mn){
63         tx = i;
64         ty = j;
65         mn = sz(d[i][j]);
66     }
67
68     mark[tx][ty] = 1;
69
70     for0(i, sz(G[tx][ty])){
71         int tdir = G[tx][ty][i];
72         int nx = tx + dx[tdir];
73         int ny = ty + dy[tdir];
74         string ts = d[tx][ty] + z[tdir];
75
76         if(sz(ts) < sz(d[nx][ny]) || (sz(ts) == sz(d[nx][ny]) && ts < d[nx][ny]))
77             d[nx][ny] = ts;
78     }
79 }
80
81 cout<<sz(d[n][m])<<endl;
82 cout<<d[n][m];
83 }

```

Пример программы-решения

Ниже представлено решение на языке C++.

```

1  //Обход в ширину
2
3  #include <bits/stdc++.h>
4
5  #define pb push_back
6  #define mp make_pair
7  #define x first
8  #define y second
9
10 #define all(x) (x).begin(), (x).end()
11 #define sz(a) (int)(a).size()
12 #define for0(i, n) for (int i = 0; i < (int)(n); i++)
13 #define for1(i, n) for (int i = 1; i <= (int)(n); i++)
14 #define int long long
15
16 using namespace std;
17 typedef pair<int, int> pii;
18 typedef long double ld;
19
20 int n, m;
21 int dx[4] = {0, -1, 1, 0},
22     dy[4] = {1, 0, 0, -1};
23 char z[4] = {'e', 'n', 's', 'w'};
24
25 bool in_sq(int x, int y){
26
27     return (x >= 0 && y >= 0 && x <= 2*n && y <= 2*m);
28 }
29
30 signed main(){
31     ios::sync_with_stdio(0), cin.tie(0), cout.tie(0);

```

```

32
33     string ans[200][200];
34     cin >> n >> m;
35     vector<string> G;
36     string s;
37     for0(i, 2*n+1){
38         cin >> s;
39         string z;
40         if(i%2 == 0){
41             for(auto q : s) z = z + "0" + q;
42             z += "0";
43         }
44         if(i%2 == 1){
45             for(auto q : s) z = z + q + " ";
46         }
47         G.pb(z);
48     }
49     deque<pii> och;
50     och.pb({0, 0});
51     G[0][0] = '#';
52     ans[0][0] = "";
53
54     while(sz(och) > 0){
55         pii tp = och[0];
56         och.pop_front();
57
58         for0(i, 4){
59             int nx = tp.x + dx[i];
60             int ny = tp.y + dy[i];
61             if(in_sq(nx, ny) && G[nx][ny] == z[i] && G[nx + dx[i]][ny + dy[i]] == '0'
62                 ↪ ) {
63                 G[nx + dx[i]][ny + dy[i]] = '#';
64                 ans[nx + dx[i]][ny + dy[i]] = ans[tp.x][tp.y] + z[i];
65                 och.pb({nx + dx[i], ny + dy[i]});
66             }
67         }
68     }
69     cout<<sz(ans[2*n][2*m])<<endl;
70     cout<<ans[2*n][2*m];
71 }

```

Задача I.1.1.2. WALL-E и кубики (20 баллов)

Робот WALL-E пытается упорядочить груду кубиков. В зоне его ответственности есть n расположенных друг за другом столбиков, каждый состоит из кубиков, стоящих друг на друге (в i -м столбике содержится h_i кубиков, столбики нумеруются слева направо). Робот действует по следующему алгоритму: он ищет самый левый столбик с номером i , в котором кубиков больше, чем в предыдущем, то есть $h_{i-1} < h_i$. Далее он берет верхний кубик столбика номер i и сбрасывает его на столбик номер $i - 1$. Если существует столбик с номером $i - 2$ и в нем теперь меньше чем в $i - 1$ -м столбике, то данный кубик перемещается далее на $i - 2$ -й столбик. И так до тех пор, пока этот кубик, либо не дойдет до верха первого столбика либо не упрется в более высокий столбик слева. Далее эта последовательность операций повторяется до тех пор, пока есть два рядом стоящих столбика таких, что $h_{i-1} < h_i$. По значениям высот исходных n столбиков вывести высоты упорядоченных n столбиков.

Формат входных данных

В первой строке содержится число N — количество столбиков. В следующей строке находятся N чисел $h_1, h_2, \dots, h_N$ через пробел, соответствующие высотам соответствующих столбиков. $1 \leq N \leq 10^5$, $1 \leq h_i \leq 2 \cdot 10^9$.

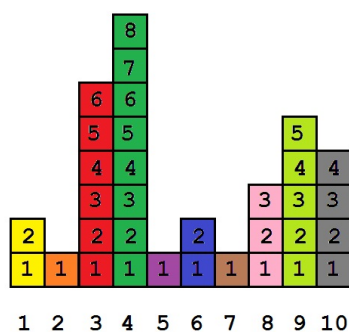
Формат выходных данных

Вывести N чисел через пробел, соответствующих высотам столбиков, после того как WALL-E закончит работу.

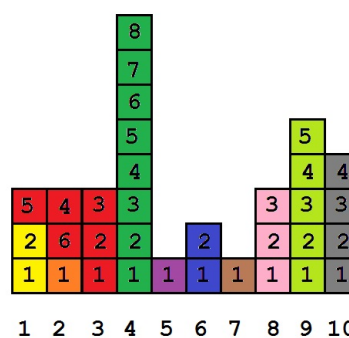
Пояснения к примеру

Следующая серия иллюстраций показывает, куда и какие кубики попали в процессе упорядочивания столбиков:

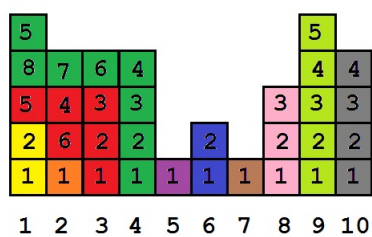
1. Стартовая ситуация



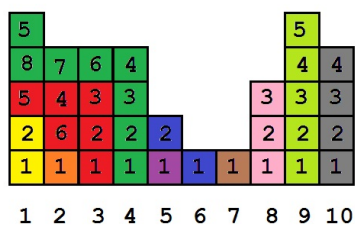
2. Упорядочили столбик 3



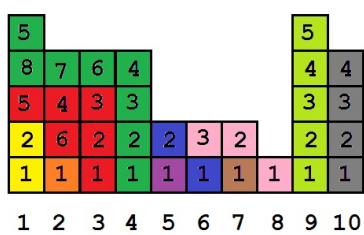
3. Упорядочили столбик 4



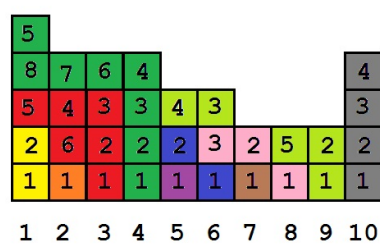
4. Упорядочили столбик 6



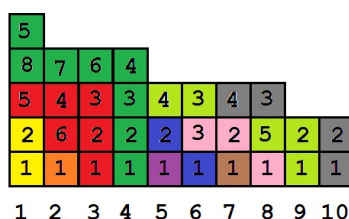
5. Упорядочили столбик 8



6. Упорядочили столбик 9



7. Упорядочили столбик 10, итоговое расположение кубиков



Примеры

Пример №1

Стандартный ввод
10
2 1 6 8 1 2 1 3 5 4
Стандартный вывод
5 4 4 4 3 3 3 3 2 2

Пример программы-решения

Ниже представлено решение на языке C++.

```

1  //Стек nap
2  #include <bits/stdc++.h>
3
4  #define pb push_back
5  #define mp make_pair
6  #define x first
7  #define y second
8
9  #define all(x) (x).begin(), (x).end()
10 #define sz(a) (int)(a).size()
11 #define for0(i, n) for (int i = 0; i < (int)(n); i++)
12 #define for1(i, n) for (int i = 1; i <= (int)(n); i++)
13 #define int long long
14
15 using namespace std;
16 typedef pair<int, int> pii;
17 typedef long double ld;
18
19 signed main(){
20     ios::sync_with_stdio(0), cin.tie(0), cout.tie(0);
21
22     int n;
23     cin >> n;
24     vector<int> h(n);
25     for0(i, n) cin >> h[i];
26
27     vector<pii> st;
28     st.pb({2e9, 1});

```



```

29
30     for0(i, n){
31
32         if(h[i] < st.back().x) st.pb({h[i], 1});
33         else
34         if(h[i] == st.back().x) st.back().y++;
35         else
36         if(h[i] > st.back().x){
37             int thb = st.back().x;
38             int ost = h[i] - thb;
39             int d = 1;
40             int v = 0;
41             int sump = 0;
42
43             bool ok = 0;
44             while(!ok){
45                 int sp = d * v - sump;
46
47                 if(ost <= sp){
48                     ok = 1;
49                     int tr = ost + sump;
50                     int c = tr / d;
51                     int o = tr % d;
52
53                     if(o > 0){
54                         int thh = thb + c + 1;
55
56                         if(thh == st.back().x) st.back().y += o;
57                         else st.pb({thh, o});
58                     }
59
60                     int thh = thb + c;
61
62                     if(thh == st.back().x) st.back().y += (d - o);
63                     else st.pb({thh, d - o});
64                 }
65                 else{
66                     d += st.back().y;
67                     v = st[sz(st)-2].x - thb;
68                     sump += (st.back().x - thb) * st.back().y;
69                     st.pop_back();
70                 }
71             }
72         }
73     }
74
75     for(int i = 1; i < sz(st); i++)
76         for0(j, st[i].y) cout<<st[i].x<<' ';
77 }

```

Задача I.1.1.3. Послание внеземного разума (10 баллов)

Сенсация! Известный специалист по UFO профессор Персигов получил послание от внеземного разума. Во всяком случае он так считает. Послание представляет собой непрерывную последовательность из сигналов нескольких типов, каждый из этих типов для определенности можно обозначить малой буквой латинского алфавита. Профессор считает, что доказательством искусственности происхождения сигнала служит его периодичность. При этом период должен быть строго равен «константе

Персикова» — числу P . Такую последовательность назовем P — периодичной.

К сожалению, некоторые сигналы из-за прохождения сквозь бездны пространства (а может даже и времени) были утеряны. Их заменили на знак вопроса. Теперь профессору для дальнейшей работы требуется выяснить, можно ли как-то заменить утерянные сигналы на буквы так, чтобы последовательность стала P — периодичной. Для чистоты эксперимента полученная из космоса последовательность была размещена среди себе подобных. Не подведите, в ваших руках — будущее межгалактических взаимоотношений!

Формат входных данных

В первой строке содержится два числа через пробел: N — общее количество строк, которые вам нужно проверить на P -периодичность и число P — константа Персикова ($1 \leq P \leq 5 \cdot 10^3$). Далее содержится N непустых строк, состоящих из малых букв латиницы и знаков вопроса. $1 \leq N \leq 5 \cdot 10^4$, суммарная длина всех строк не превосходит $2 \cdot 10^5$.

Формат выходных данных

Вывести N строк, в каждой из которых вывести либо «YES», если соответствующую строку можно сделать P -периодичной путем замены всех знаков вопроса на некоторые буквы, и «NO» в противном случае. Будем считать последовательность P -периодичной, если для любых двух символов, расстояние между которыми кратно P верно, что они совпадают.

Примеры

Пример №1

Стандартный ввод
8 4 abacabaca abracadabra aa?aaa?aaaaaaaaaa q ??????? q?er?w? q?erw?? q?er?wer?werw?er
Стандартный вывод
YES NO YES YES YES YES NO NO

Пример программы-решения

Ниже представлено решение на языке C++.

```

1  //Метод карманов
2  #include <bits/stdc++.h>
3  #define pb push_back
4  #define mp make_pair
5  #define x first
6  #define y second
7
8  #define all(x) (x).begin(), (x).end()
9  #define sz(a) (int)(a).size()
10 #define for0(i, n) for (int i = 0; i < (int)(n); i++)
11 #define for1(i, n) for (int i = 1; i <= (int)(n); i++)
12 #define int long long
13
14 using namespace std;
15 typedef pair<int, int> pii;
16 typedef long double ld;
17
18 signed main(){
19     ios::sync_with_stdio(0), cin.tie(0), cout.tie(0);
20
21     int u, p;
22     cin >> u >> p;
23     while(u--){
24         string s;
25         cin >> s;
26         vector<set<char> > v(p);
27         for0(i, sz(s))
28             if(s[i] != '?') v[i%p].insert(s[i]);
29
30         bool ok = 1;
31         for(auto q : v)
32             if(sz(q) > 1)
33                 ok = 0;
34
35         cout<< ((ok)? "YES\n" : "NO\n");
36     }
37 }

```

Пример программы-решения

Ниже представлено решение на языке C++.

```

1  //Эффективный перебор
2  #include <bits/stdc++.h>
3
4  #define pb push_back
5  #define mp make_pair
6  #define x first
7  #define y second
8
9  #define all(x) (x).begin(), (x).end()
10 #define sz(a) (int)(a).size()
11 #define for0(i, n) for (int i = 0; i < (int)(n); i++)
12 #define for1(i, n) for (int i = 1; i <= (int)(n); i++)

```

```

13  #define int long long
14
15  using namespace std;
16  typedef pair<int, int> pii;
17  typedef long double ld;
18
19  signed main(){
20      ios::sync_with_stdio(0), cin.tie(0), cout.tie(0);
21
22      int u, p;
23      cin >> u >> p;
24      while(u--){
25          string s;
26          cin >> s;
27          bool ok = 1;
28
29          for0(i, p){
30              char c = '#';
31              for(int j = 0; i+j < sz(s); j += p) {
32                  if(s[i+j] != '?')
33                      if(c == '#') c = s[i+j];
34                  else
35                      if(c != s[i+j]) ok = 0;
36              }
37          }
38
39          cout<< ((ok)? "YES\n" : "NO\n");
40      }
41
42  }

```

Пример программы-решения

Ниже представлено решение на языке Python3.

```

1  n, p = map(int, input().split())
2  lines = []
3  f = open('text.txt', 'w')
4  for i in range(n):
5      lines.append(input())
6  for i in range(n):
7      line = lines[i]
8      q = True
9      for j in range(p):
10         c = ''
11         k = j
12         while k < len(line):
13             if line[k] != '?':
14                 if c == '':
15                     c = line[k]
16             else:
17                 if line[k] != c:
18                     q = False
19                     break
20             k += p
21         if not q:
22             break
23
24

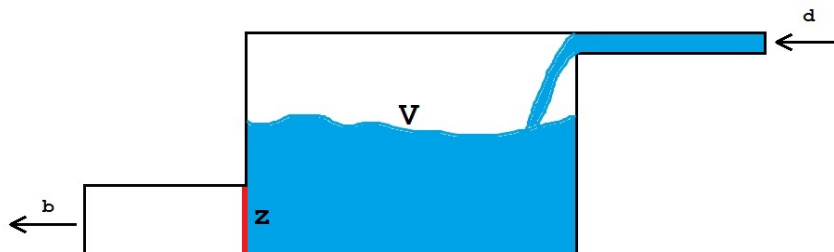
```

```

25     if q:
26         f.write("YES" + '\n')
27     else:
28         f.write("NO" + '\n')
29 f.close()

```

Задача I.1.1.4. Водопровод с резервной емкостью (20 баллов)



Рассмотрим следующую модель водопровода. Имеется резервная емкость объемом V литров. По входной трубе постоянно поступает вода со скоростью d литров в минуту. По выходной трубе жидкость выливается со скоростью b литров в минуту. Выполняется условие, что $d < b$. В начальный момент времени выход Z из емкости перекрыт. В тот момент, когда емкость наполняется, выход открывается и вода поступает на выпуск. Так как $d < b$, то в какой-то момент емкость полностью опустеет, и заслонка Z снова закрывается, после чего процесс повторяется снова.

Очевидно, что при этом в работе водопровода случаются паузы, в течение которых происходит заполнение резервной емкости. К ним относится и первая пауза, служащая для первичного наполнения емкости водой. По техническим причинам требуется, чтобы длина каждой такой паузы не превышала величины p . При этом нас интересует суммарное время t , в течение которого выходная труба была открыта. Количество пауз n при этом должно быть минимальным возможным.

В рассматриваемой модели используются сколь угодно малые доли времени и объема. Считается, что заслонка Z срабатывает мгновенно.

По заданным величинам d , b , t , p требуется найти такой целый объем V , при котором число пауз n было минимально возможным для заданного времени подачи воды t , а среди всех объемов, обеспечивающих такое время работы подачи воды и такое количество пауз найти самый маленький.

Формат входных данных

В первой строке содержится четыре целых числа d , b , t , p через пробел: $1 \leq d < b \leq 2 \cdot 10^9$, $1 \leq t \leq 15000$, $1 \leq p \leq 5000$.

Формат выходных данных

Вывести одно целое число — объем V резервной емкости, обеспечивающей необходимые ограничения на подачу воды. Если таких объемов несколько, вывести минимальный.

Пояснения к примеру

Рассмотрим первый пример из условия. Скорость подачи d равна 5 литров в минуту, скорость выпуска b равна 10 литров в минуту, требуется обеспечить суммарную работу выпуска в течение $t = 32$ минут, при этом максимальный размер любой паузы не должен превышать $p = 8$ минут.

Если мы установим объем резервной емкости 40 литров, то:

- ровно за 8 минут (что разрешено условием) она наполнится со скоростью 5 литров в минуту;
- далее пойдет процесс выпуска: 40 литров будут выпущены за 4 минуты со скоростью выпуска 10 литров в минуту, но за это время в емкость попадет $4 \cdot 5 = 20$ литров новой воды. Она будет выпущена за 2 минуты, но за это время поступит $2 \cdot 5 = 10$ литров новой воды, которая будет выпущена за 1 минуту и так далее. Так как доли времени и объема могут быть сколь угодно малыми, получим при подсчете времени работы выпуска следующую сумму: $4 + 2 + 1 + 0,5 + 0,25 + 0,125 + \dots$, которая в итоге равна 8. То есть через 8 минут емкость полностью опустеет, и заслонка закроется. Для того, чтобы время работы выпуска было равно 32 минуты, потребуется $32/8 = 4$ таких цикла, а значит и 4 паузы. За меньшее число пауз работу выпуска в течение 32 минут при существующих ограничениях обеспечить не получится.

Очевидно, что $V = 40$ литров — максимально возможный разрешенный объем, иначе первая же пауза будет больше допустимой. С другой стороны, если мы попробуем уменьшить объем до 39 литров, то получим:

- первоначальное заполнение будет произведено за $39/5 = 7.8$ минуты. Далее процесс выпуска будет работать $39/10 + 39/20 + 39/40 + \dots = 7,8$ минуты. Тогда за 4 цикла выпуск будет работать 31.2 минуты и для обеспечения 32 минут работы выпуска потребуется пятая пауза.

Примеры

Пример №1

Стандартный ввод
5 10 32 8
Стандартный вывод
40

Пример программы-решения

Ниже представлено решение на языке C++.

```

1 //Бинарный поиск
2 #include <bits/stdc++.h>
3
4 #define pb push_back
5 #define mp make_pair
6 #define x first
7 #define y second
8
9 #define all(x) (x).begin(), (x).end()
10 #define sz(a) (int)(a).size()
```

```

11  #define for0(i, n) for (int i = 0; i < (int)(n); i++)
12  #define for1(i, n) for (int i = 1; i <= (int)(n); i++)
13  #define int long long
14
15  using namespace std;
16  typedef pair<int, int> pii;
17  typedef long double ld;
18
19
20  signed main(){
21      ios::sync_with_stdio(0), cin.tie(0), cout.tie(0);
22
23      int d, b, t, p;
24
25      cin >> d >> b >> t >> p;
26
27      int y = t * (b-d);
28      int z = d * p;
29
30      int a = y / z + (y % z != 0);
31
32      int L = 0, R = d * p;
33
34      while(R - L > 1){
35          int M = (R + L) / 2;
36
37          if( M * a >= t * (b-d)) R = M; else L = M;
38
39      }
40
41      cout << R;
42  }

```

Задача I.1.1.5. Разбиения на различные множители (30 баллов)

Эта задача формулируется предельно кратко.

Дано натуральное число N . Требуется найти число способов представить его в виде произведения попарно различных множителей больших 1.

Формат входных данных

В первой строке содержится одно натуральное число $2 \leq N \leq 10^{12}$.

Формат выходных данных

Вывести одно число — количество способов представить число N в виде произведения попарно различных множителей больших 1.

Пояснения к примеру

Имеется 7 различных способов представить число 48 в виде произведения (в том числе и вырожденного) попарно различных множителей больших 1: 48, $2 \cdot 24$, $3 \cdot 16$,

$4 \cdot 12, 6 \cdot 8, 2 \cdot 3 \cdot 8, 2 \cdot 4 \cdot 6.$

Примеры

Пример №1

Стандартный ввод
48
Стандартный вывод
7

Пример программы-решения

Ниже представлено решение на языке C++.

```

1  //Динамическое программирование
2  #include <bits/stdc++.h>
3
4  #define pb push_back
5  #define mp make_pair
6  #define x first
7  #define y second
8
9  #define all(x) (x).begin(), (x).end()
10 #define sz(a) (int)(a).size()
11 #define for0(i, n) for (int i = 0; i < (int)(n); i++)
12 #define for1(i, n) for (int i = 1; i <= (int)(n); i++)
13 #define int long long
14
15 using namespace std;
16 typedef pair<int, int> pii;
17 typedef long double ld;
18
19 vector<pii> raz;
20 set<int> del;
21 vector<int> rdel;
22
23 signed main(){
24     ios::sync_with_stdio(0), cin.tie(0), cout.tie(0);
25
26     int n, dn;
27     cin >> n;
28     dn = n;
29
30     for(int i = 2; i <= 1e6+1 && dn > 1; i++) if(dn % i == 0){
31         int t = 0;
32         while(dn % i == 0){
33             t++;
34             dn /= i;
35         }
36         raz.pb({i, t});
37     }
38
39     if(dn > 1) raz.pb({dn, 1});
40
41     del.insert(1);
42
43     for(auto q : raz){

```



```

44     for0(i, q.y){
45         rdel.resize(0);
46         for(auto w : del) rdel.pb(w * q.x);
47         for(auto w : rdel) del.insert(w);
48     }
49 }
50
51 rdel.resize(0);
52 for(auto q : del) rdel.pb(q);
53 int r = sz(rdel);
54
55 map<int, int> rev;
56 for0(i, r) rev[rdel[i]] = i;
57
58 vector<vector<int> > dp(r, vector<int>(r, 0));
59
60 dp[0][0] = 1;
61 for(int i = 1; i < r; i++) dp[i][0] += dp[i-1][0];
62
63 for(int j = 1; j < r; j++){
64     for(int i = 1; i < r; i++) if(rdel[j] % rdel[i] == 0)
65         dp[i][j] = dp[i-1][rev[rdel[j] / rdel[i]]];
66     for(int i = 1; i < r; i++) dp[i][j] += dp[i-1][j];
67 }
68
69 cout<<dp[r-1][r-1];
70 }

```

Пример программы-решения

Ниже представлено решение на языке Python3.

```

1  from bisect import bisect_left
2
3  def binary_search(a, x):
4      i = bisect_left(a, x)
5      if i != len(a) and a[i] == x:
6          return i
7      else:
8          return -1
9
10 n = int(input())
11 dividers = []
12 for i in range(1, math.ceil(math.sqrt(n))):
13     if n % i == 0:
14         dividers.append(i)
15 divs = dividers.copy()
16 if int(math.sqrt(n)) ** 2 == n:
17     dividers.append(int(math.sqrt(n)))
18 for x in divs[::-1]:
19     dividers.append(n // x)
20 dp = [[0 for i in range(len(dividers))] for j in range(len(dividers))]
21 dp[0][0] = 1
22 for a in range(len(dividers) - 1):
23     pref_sum = 0
24     for i in range(len(dividers) - 1):
25         pref_sum += dp[a][i]
26         dp[a][i] = pref_sum
27     if dividers[a + 1] % dividers[i + 1] == 0:

```

```
28         bs = binary_search(dividers, dividers[a + 1] // dividers[i + 1])
29         if bs != -1:
30             dp[a + 1][i + 1] = dp[bs][i]
31     print(sum(dp[-1]))
```

Вторая попытка. Задачи 8–11 класса

Задача I.1.2.1. Распознавание деталей (15 баллов)

Ваша задача — написать программу для распознавания деталей заданного вида на конвейере. Изображение нужной детали вводится при начале распознавания. Далее вводится изображение части конвейера, на котором могут находиться детали различных видов. Требуется распознать и выделить все изображения заданной детали.

Формат входных данных

Сначала приведено изображение искомой детали. Оно имеет размер 5×5 . В 5 строках содержится по 5 символов «.» и «#», где решетки соответствуют детали, а точки — фону. Гарантируется, что изображение детали является 4-х связной фигурой. После изображения детали идет изображение текущего состояния конвейера. Это изображение имеет размер 10×20 . В последующих 10 строках содержится по 20 символов. Каждая деталь на конвейере 4-х связная и имеет свой цвет, обозначенный малой буквой латинского алфавита. Разные детали обозначены разными буквами. Таким образом изображение конвейера может содержать буквы от «a» до «z» и символ «.», по прежнему обозначающий фон. На конвейере находится не более 26 деталей. Следует учитывать, что требуемые детали могут быть повернуты на угол кратный 90 градусов и/или лежать обратной стороной.

Формат выходных данных

Требуется вывести изображение конвейера, на котором все вхождения заданной детали выделены соответствующими буквами, но переведенными в верхний регистр, остальные символы должны остаться без изменений.

Примеры

Пример №1

Стандартный ввод
<pre>##. ...## ...#.a.....aaac.....gg...a.ccc.....gg...b.c....d.....bbb...ddd.....b.....dhh.....f.....hh...e...ff.....h.eee...ff.....ee..mmmmmmmmmm </pre>
Стандартный вывод
<pre>A.....AAAC.....gg...A.CCC.....gg...B.C....d.....BBB...ddd.....B.....dHH.....F.....HH...e...FF.....H.eee...FF.....ee..mmmmmmmmmm </pre>

Пример программы-решения

Ниже представлено решение на языке C++.

```

1  //Сравнение с шаблоном, моделирование
2
3  #include <bits/stdc++.h>
4
5  #define pb push_back
6  #define mp make_pair
7  #define x first
8  #define y second
9
10 #define all(x) (x).begin(), (x).end()
11 #define sz(a) (int)(a).size()
12 #define for0(i, n) for (int i = 0; i < (int)(n); i++)
13 #define for1(i, n) for (int i = 1; i <= (int)(n); i++)
14 #define int long long
15
16 using namespace std;
17 typedef pair<int, int> pii;
18 typedef long double ld;
19 typedef vector<string> vs;

```

```

20
21 vs knv;
22 vector<vs > obr(8);
23 string s;
24 set<char> ans;
25
26 vs r_90(vs &a){
27     vs r = a;
28     for0(i, sz(a))
29         for0(j, sz(a[i])) r[j][sz(a) - i - 1] = a[i][j];
30     return r;
31 }
32
33 vs mirr(vs &a){
34     vs r = a;
35     for0(i, sz(r)) reverse(all(r[i]));
36     return r;
37 }
38
39 vs cut(int x, int y, char z){
40     vs r;
41     for0(i, 5) r.pb(knv[x+i].substr(y, 5));
42     for0(i, 5) for0(j, 5) if(r[i][j] != z) r[i][j] = '.'; else r[i][j] = '#';
43
44     return r;
45 }
46
47 int toko(vs &a, char z){
48     int r = 0;
49     for(auto q : a) for(auto w : q) r += (w == z);
50     return r;
51 }
52
53 signed main(){
54     ios::sync_with_stdio(0), cin.tie(0), cout.tie(0);
55
56     for0(i, 5){
57         cin >> s;
58         obr[0].pb(s);
59     }
60
61     for1(i, 3) obr[i] = r_90(obr[i-1]);
62
63     obr[4] = mirr(obr[0]);
64
65     for(int i = 5; i < 8; i++) obr[i] = r_90(obr[i-1]);
66
67     int ko = toko(obr[0], '#');
68
69     string z;
70     for0(i, 30) z += ".";
71     for0(i, 5) knv.pb(z);
72     for0(i, 10) {
73         cin >> s;
74         for0(j, 5) s = "." + s;
75         for0(j, 5) s += ".";
76         knv.pb(s);
77     }
78     for0(i, 5) knv.pb(z);
79

```

```

80     map<char, int> msk;
81     for(auto q : knv)
82         for(auto w : q) msk[w]++;
83
84     for(auto q : msk) if(q.y == ko){
85         bool ok = 0;
86         for0(i, 14) for0(j, 24) {
87             vs d = cut(i, j, q.x);
88
89             if(toko(d, '#') == ko){
90                 bool ok1;
91                 for0(j, 8){
92                     if(d == obr[j]){
93                         ans.insert(q.x);
94                     }
95                 }
96             }
97         }
98     }
99
100     for(int i = 5; i < 15; i++){
101         for(int j = 5; j < 25; j++)
102             if(ans.find(knv[i][j]) != ans.end()) cout<<(char)(knv[i][j] - 'a' + 'A');
103         else cout<<knv[i][j];
104         cout<<endl;
105     }
106 }

```

Задача I.1.2.2. Мерцающие звезды (22 баллов)

Современных звездных путешественников очень трудно удивить. Однако фирма Amazing Star Travel хочет предложить нечто новое: наблюдения за мерцающими звездами. Это очень эффектное явление, возникающее в тот момент, когда мощную звезду заслоняет планета. Для этого разработан маршрут между двумя точками A и B . Специалисты фирмы выделили N наиболее ярких звезд в видимой части космоса и отметили M крупных планет. Осталось подсчитать, сколько раз за время путешествия по отрезку AB путешественники насладятся видом мерцающей звезды.

Формат входных данных

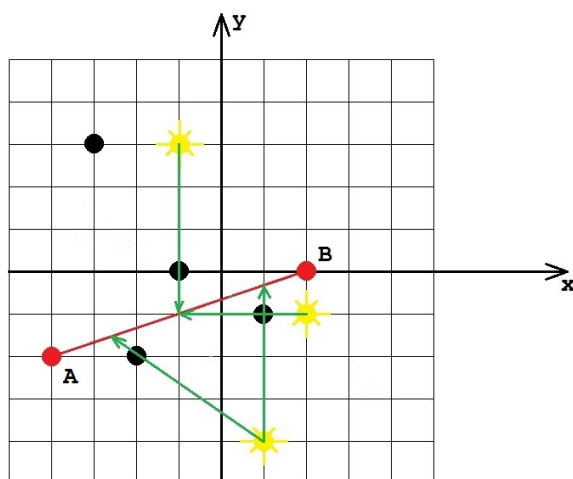
В первой строке содержится четыре целых числа через пробел XA , YA , XB , YB — координаты точек A и B . Во второй строке содержатся числа N и M , разделенные пробелом ($0 \leq N, M \leq 100$) — количество звезд и количество планет соответственно. В каждой из следующих N строк содержатся координаты очередной звезды. Далее в каждой из следующих M строк содержатся координаты очередной планеты. Все координаты целые, по модулю не превосходят 1000. Гарантируется, что никакие три точки из всех вышеперечисленных не находятся на одной прямой.

Формат выходных данных

В ответе нужно выдать одно число — количество случаев, когда при движении по отрезку из точки A в точку B какая-либо звезда будет заслонена от наблюдателя планетой. Если какие-либо две звезды мерцают одновременно, то это считается как

два независимых случая. Все упомянутые объекты считаем материальными точками, для упрощения вычислений все рассматриваем на плоскости. Помимо этого, согласно теории относительности, путешествие с точки зрения внешнего наблюдателя, совершается мгновенно, то есть положение звезд и планет за время путешествия не изменяется, однако для путешественников оно достаточно длительное, чтобы насладиться захватывающими видами.

Пояснения к примеру



Примеры

Пример №1

Стандартный ввод
-4 -2 2 0 3 4 -1 3 2 -1 1 -4 -3 3 -1 0 -2 -2 1 -1
Стандартный вывод
4

Пример программы-решения

Ниже представлено решение на языке C++.

```

1 //Целочисленно, сравнение площадей
2 #include <bits/stdc++.h>
3
4 #define pb push_back
5 #define mp make_pair
6 #define x first

```

```

7  #define y second
8
9  #define all(x) (x).begin(), (x).end()
10 #define sz(a) (int)(a).size()
11 #define for0(i, n) for (int i = 0; i < (int)(n); i++)
12 #define for1(i, n) for (int i = 1; i <= (int)(n); i++)
13 #define int long long
14
15 using namespace std;
16 typedef long double ld;
17 typedef pair<int, int> pii;
18
19 int sqt2(pii a, pii b, pii c){
20     pii v1 = {b.x - a.x, b.y - a.y};
21     pii v2 = {c.x - a.x, c.y - a.y};
22
23     return abs(v1.x*v2.y - v1.y*v2.x);
24 }
25
26 signed main(){
27     ios::sync_with_stdio(0), cin.tie(0), cout.tie(0);
28
29     pii A, B;
30     cin >> A.x >> A.y >> B.x >> B.y;
31
32     int n, m;
33     cin >> n >> m;
34     vector<pii> s(n), p(m);
35     for0(i, n) cin >> s[i].x >> s[i].y;
36     for0(i, m) cin >> p[i].x >> p[i].y;
37
38     int ans = 0;
39
40     for0(i, n){
41         int S = sqt2(A, B, s[i]);
42         for0(j, m){
43             int s1 = sqt2(A, B, p[j]);
44             int s2 = sqt2(A, p[j], s[i]);
45             int s3 = sqt2(B, p[j], s[i]);
46             if(s1 + s2 + s3 == S) ans++;
47         }
48     }
49     cout << ans;
50 }

```

Пример программы-решения

Ниже представлено решение на языке C++.

```

1  //вещественно, бинарном поиск точку пересечения
2  #include <bits/stdc++.h>
3
4  #define pb push_back
5  #define mp make_pair
6  #define x first
7  #define y second
8
9  #define all(x) (x).begin(), (x).end()
10 #define sz(a) (int)(a).size()

```

```

11  #define for0(i, n) for (int i = 0; i < (int)(n); i++)
12  #define for1(i, n) for (int i = 1; i <= (int)(n); i++)
13  #define int long long
14
15  using namespace std;
16  typedef long double ld;
17  typedef pair<ld, ld> pld;
18
19  ld eps = 1e-7;
20
21  struct line{
22      ld A, B, C;
23  };
24
25  ld dist(pld a, pld b){
26      return sqrt((a.x-b.x)*(a.x-b.x)+(a.y-b.y)*(a.y-b.y));
27  }
28
29  line L(pld a1, pld a2){
30      ld A = a2.y - a1.y;
31      ld B = a1.x - a2.x;
32      ld C = a2.x*a1.y - a1.x*a2.y;
33
34      line r = {A, B, C};
35      return r;
36  }
37
38  int sgn(ld x){
39      if(x < -eps) return -1;
40      if(x > eps) return 1;
41      return 0;
42  }
43
44  pld tp(pld A, pld B, pld s, pld p){
45      line AB = L(A, B);
46
47      ld L = 0, R = 1e6;
48
49      pld v = {p.x - s.x, p.y - s.y};
50      pld ab = {B.x - A.x, B.y - A.y};
51      ld Fs = AB.A * (s.x + L * ab.x) + AB.B * (s.y + L * ab.y) + AB.C;
52
53      if(abs(v.x*ab.y - v.y*ab.x) < eps) return{1e6, 1e6};
54
55      while(R - L > eps){
56          ld M = (L+R)/2.0;
57
58          pld m = {s.x + M*v.x, s.y + M*v.y};
59
60          ld F = AB.A * m.x + AB.B * m.y + AB.C;
61
62          if(sgn(F) == sgn(Fs)) L = M; else R = M;
63      }
64
65      return {s.x + L*v.x, s.y + L*v.y};
66  }
67
68  signed main(){
69      ios::sync_with_stdio(0), cin.tie(0), cout.tie(0);
70

```



```

71     pld A, B;
72     cin >> A.x >> A.y >> B.x >> B.y;
73
74     int n, m;
75     cin >> n >> m;
76     vector<pld> s(n), p(m);
77     for0(i, n) cin >> s[i].x >> s[i].y;
78     for0(i, m) cin >> p[i].x >> p[i].y;
79
80     int ans = 0;
81
82     for0(i, n)
83     for0(j, m){
84         line AB = L(A, B);
85         ld tos = AB.A * s[i].x + AB.B * s[i].y + AB.C;
86         ld top = AB.A * p[j].x + AB.B * p[j].y + AB.C;
87
88         if(sgn(tos) == sgn(top)){
89
90             pld w = tp(A, B, s[i], p[j]);
91
92             if(abs(w.x) < 1e6 && abs(w.y) < 1e6){
93
94                 if(abs(dist(A, w) + dist(w, B) - dist(A, B)) < eps) {
95                     ans++;
96                 }
97             }
98         }
99     }
100 }
101
102     cout << ans;
103 }

```

Задача I.1.2.3. Послание внеземного разума 2 (23 баллов)

Профессор Персиков снова получил послание внеземного разума. Он по-прежнему считает, что доказательством этого является его периодичность. При этом период должен быть равен «константе Персикова» — числу P . К сожалению, послание не совсем периодичное. Если сказать более точно, то оно совсем не периодичное. Однако, это никак не останавливает исследователя космических глубин. Он говорит, что некоторые сигналы были неправильно откалиброваны, отфильтрованы и интерпретированы. По-прежнему мы будем считать, что все сигналы отображаются малыми буквами латинского алфавита, но в данной задаче все они распознаны и знаков вопроса нет. Тем не менее профессор, согласно своей теории, может заявить, что все вхождения такой-то буквы интерпретированы неверно и их **все** следует заменить на вхождения какой-то другой (одной и той же) буквы. Более строго: пусть на позициях $p_{i_1}, p_{i_2}, \dots, p_{i_k}$ и только на них в последовательности находится одна и та же буква. Профессор может выбрать любую другую букву (как встречающуюся в слове, так и не встречающуюся) и поставить ее во всех этих позициях. Например, в слове *qqzbbacabadaba* он может выбрать все вхождения буквы *b* и заменить их на букву *a*, получив слово *qqzaaacaadaaaa* (это считается одной заменой, независимо от числа вхождений). Очевидно, что таким образом любое послание можно сделать P -периодическим, но профессор заинтересован сделать как можно меньше таких замен. При этом он хочет получить лексикографически минимальное послание.

Формат входных данных

В первой строке содержится число P — константа Персикова ($1 \leq P \leq 10^5$). В следующей строке содержится непустая последовательность, состоящая из малых букв латиницы. Длина этой строки не превосходит $2 \cdot 10^2$.

Формат выходных данных

Вывести строку, которая получается из исходной путем минимального числа операций замены вхождений всех букв одного вида на вхождения какой-то (одной и той же) другой буквы. Итоговая строка должна быть P -периодической, то есть любые две ее буквы, расстояние между которыми кратно P должны совпадать. Среди всех таких строк вывести лексикографически минимальную (первую в алфавитном порядке).

Примеры

Пример №1

Стандартный ввод
4 qqzbbacabadaba
Стандартный вывод
аасааасааасааа

Пример программы-решения

Ниже представлено решение на языке C++.

```

1  //граф на буквах, обход в глубину
2  #include <bits/stdc++.h>
3
4  #define pb push_back
5  #define mp make_pair
6  #define x first
7  #define y second
8
9  #define all(x) (x).begin(), (x).end()
10 #define sz(a) (int)(a).size()
11 #define for0(i, n) for (int i = 0; i < (int)(n); i++)
12 #define for1(i, n) for (int i = 1; i <= (int)(n); i++)
13 #define int long long
14
15 using namespace std;
16 typedef long double ld;
17 typedef pair<int, int> pii;
18
19 map<char, set<char> > G;
20 map<char, int> rzb;
21 int num = 0;
22 vector<set<char> > toans;
23 set<char> emp;
24
25 void dfs(char a){
26     toans[rzb[a]].insert(a);

```

```

27     for(auto to : G[a]) if(rzb[to] == 0) {
28         rzb[to] = rzb[a];
29         dfs(to);
30     }
31 }
32
33 signed main(){
34     ios::sync_with_stdio(0), cin.tie(0), cout.tie(0);
35
36     int p;
37     cin >> p;
38     string s;
39     cin >> s;
40
41     vector<set<char> > op(p);
42
43     for0(i, sz(s)) op[i%p].insert(s[i]);
44
45     for0(i, p)
46         for(auto q : op[i])
47             for(auto w : op[i]) {
48                 G[q].insert(w);
49                 G[w].insert(q);
50             }
51
52     toans.pb(emp);
53     for(auto q : G)
54         if(rzb[q.x] == 0){
55             num++;
56             toans.pb(emp);
57             rzb[q.x] = num;
58             dfs(q.x);
59         }
60
61     for0(i, sz(s)) s[i] = *(toans[rzb[s[i]]].begin());
62     cout<<s;
63 }

```

Задача I.1.2.4. Проект «Ровные дороги» (10 баллов)

При проектировании новой автодороги было принято решение сделать ее не более чем из двух абсолютно горизонтальных участков. Будущую трассу разбили на n равных по длине малых отрезков. Будем считать, что в пределах одного малого отрезка местность имеет одну и ту же высоту h_i . При этом в целях эффективной трансформации местности требуется для выравнивания использовать исключительно грунт с этой же трассы. Это означает, что можно с некоторого малого отрезка высоты h_i взять некоторое количество грунта d так, что высота этого участка станет $h_i - d > 0$. Далее эти d единиц грунта обязательно нужно поместить на другой малый отрезок высоты h_j так, что его высота станет $h_j + d$. Перемещать грунт можно только в пределах одного из двух выбранных участков, то есть отрезки номер i и номер j должны принадлежать одному и тому же горизонтальному после выравнивания участку. Технические требования таковы, что эти два выровненных участка должны иметь целочисленную высоту над уровнем моря. Таким образом, для начала требуется определить сколькими способами можно переместить грунт с возвышенностей в низины так, что образуется не более чем два горизонтальных участка трассы, каждый из которых имеет целочисленную высоту.

Формат входных данных

В первой строке содержится число n — количество малых отрезков, на которые разбили трассу, $2 \leq n \leq 10^2$. Во второй строке указаны высоты h_i этих отрезков через пробел в порядке слева направо, $1 \leq h_i \leq 2 \cdot 10^4$.

Формат выходных данных

Вывести количество способов достичь требуемых показателей. Если у двух разбиений трассы в результате выравнивания конечные результаты совпадают, то они считаются одинаковыми.

Пояснения к примеру

Пример №1

Можно указать следующие разбиения не более чем на два участка, после выравнивания в пределах которых образуются целые высоты: [10 4] и [2 7 5 8 6 6 15], результат выравнивания: [7 7] и [7 7 7 7 7 7 7]

[10 4 2 7 5 8] и [6 6 15], результат выравнивания: [6 6 6 6 6 6] и [9 9 9]

[10 4 2 7 5 8 6 6] и [15], результат выравнивания: [6 6 6 6 6 6 6 6] и [15]

[10 4 2 7 5 8 6 6 15], результат выравнивания: [7 7 7 7 7 7 7 7 7].

Результаты выравнивания в первом и последнем способе совпадают, таким образом общий ответ равен 3.

Пример №2

Во втором примере получатся следующие варианты разбиения и выравнивания: [3] [5 2 7 6 4 5 8 1 7], результат выравнивания: [3] и [5 5 5 5 5 5 5 5]

[3 5] [2 7 6 4 5 8 1 7], результат выравнивания: [4 4] и [5 5 5 5 5 5 5 5]

[3 5 2 7 6 4 5 8] [1 7], результат выравнивания: [5 5 5 5 5 5 5 5] и [4 4]

Примеры

Пример №1

Стандартный ввод
9
10 4 2 7 5 8 6 6 15
Стандартный вывод
3

Пример №2

Стандартный ввод
10
3 5 2 7 6 4 5 8 1 7
Стандартный вывод
3

Пример программы-решения

Ниже представлено решение на языке C++.

```

1  #include <bits/stdc++.h>
2
3  #define pb push_back
4  #define mp make_pair
5  #define x first
6  #define y second
7
8  #define all(x) (x).begin(), (x).end()
9  #define sz(a) (int)(a).size()
10 #define for0(i, n) for (int i = 0; i < (int)(n); i++)
11 #define for1(i, n) for (int i = 1; i <= (int)(n); i++)
12 #define int long long
13
14 using namespace std;
15 typedef long double ld;
16 typedef pair<int, int> pii;
17
18 signed main(){
19     ios::sync_with_stdio(0), cin.tie(0), cout.tie(0);
20
21     int n;
22     cin >> n;
23     vector<int> v(n);
24     for0(i, n) cin >> v[i];
25
26     vector<int> suml(n), sumr(n);
27
28     int sum = 0;
29     for0(i, n){
30         sum += v[i];
31         suml[i] = sum;
32     }
33
34     sum = 0;
35     for(int i = n-1; i >= 0; i--){
36         sum += v[i];
37         sumr[i] = sum;
38     }
39
40     int ans = 0, o1 = 0;
41     if(sum % n == 0){
42         ans++;
43         o1++;
44     }
45
46     for(int i = 0; i < n-1; i++){
47         if(suml[i] % (i+1) == 0 && sumr[i+1] % (n - i - 1) == 0){
48             if(o1 == 1){
49                 if(suml[i] / (i+1) != sum / n) {
50                     ans++;
51                 }
52             }
53             else{
54                 ans++;
55             }
56         }
57     }
58 }

```

```

57     }
58     cout << ans;
59 }
```

Задача I.1.2.5. Прогулка по мостам (30 баллов)

Возможно, вы знаете историю про то, как Эйлер гулял по мостам Кенигсберга. Допустим теперь, что Эйлер попал на некий архипелаг, между некоторыми островами которого имеются мосты. Мосты построены таким образом, что между любыми двумя островами архипелага можно построить путь по этим мостам, причем этот путь единственный. Все острова пронумерованы от 1 до n . Эйлер находится на острове номер 1 и желает совершить следующую прогулку: с острова номер 1 он хочет дойти до острова номер 2, далее до острова номер 3 и так далее до острова номер n . С него он хочет вернуться на остров номер 1. Он прекрасно понимает, что при этом ему придется посещать некоторые мосты по многу раз. Осталось выяснить, сколько раз суммарно он пройдет по мостам во время своей прогулки.

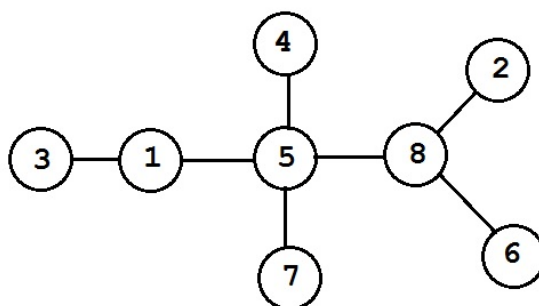
Формат входных данных

В первой строке содержится число n — количество островов в архипелаге, $2 \leq n \leq 10^5$. В следующих $n - 1$ строках содержатся по два числа a_i и b_i через пробел — номера островов, соединенных мостом, $1 \leq a_i, b_i \leq n, a_i \neq b_i$. Гарантируется, что между любыми двумя островами архипелага можно построить путь по этим мостам, причем этот путь единственный.

Формат выходных данных

Вывести длину описанного пути, то есть суммарное количество пересечений мостов, которые придется совершить.

Пояснения к примеру



На рисунке вы видите расположение мостов в архипелаге из примера. Прогулка Эйлера будет проходить следующим образом:

1 — 5 — 8 — 2 : 3 моста;

2 — 8 — 5 — 1 — 3 : 4 моста;

3 — 1 — 5 — 4 : 3 моста;

4 — 5 : 1 мост;

5 — 8 — 6 : 2 моста;

6 — 8 — 5 — 7 : 3 моста;

7 — 5 — 8 : 2 моста;

8 — 5 — 1 : 2 моста.

Итого он пройдет через $3 + 4 + 3 + 1 + 2 + 3 + 2 + 2 = 20$ мостов.

Примеры

Пример №1

Стандартный ввод
8
5 8
1 3
8 6
7 5
2 8
1 5
4 5
Стандартный вывод
20

Пример программы-решения

Ниже представлено решение на языке C++.

```

1  //lca двоичным подъемом, обход в глубину
2  #include <bits/stdc++.h>
3
4  #define pb push_back
5  #define mp make_pair
6  #define x first
7  #define y second
8
9  #define all(x) (x).begin(), (x).end()
10 #define sz(a) (int)(a).size()
11 #define for0(i, n) for (int i = 0; i < (int)(n); i++)
12 #define for1(i, n) for (int i = 1; i <= (int)(n); i++)
13 #define int long long
14
15 using namespace std;
16 typedef long double ld;
17 typedef pair<int, int> pii;
18
19 int n, a, b, timer;
20 vector<vector<int>> > G;
21 const int N = 1e5 + 228;
22 const int LG = 18;
23 vector<int> dep, in, out;
```

```

24
25 int up[LG][N];
26
27 void dfs(int a, int p) {
28     in[a] = timer++;
29     up[0][a] = p;
30     for (int i = 1; i < LG; i++) {
31         up[i][a] = up[i - 1][up[i - 1][a]];
32     }
33     for (int to : G[a]) {
34         if (to != p) {
35             dep[to] = dep[a] + 1;
36             dfs(to, a);
37         }
38     }
39     out[a] = timer;
40 }
41
42 bool upper(int u, int v) {
43     return in[u] <= in[v] && out[v] <= out[u];
44 }
45
46 int lca(int u, int v) {
47     if (in[u] > in[v]) {
48         swap(u, v);
49     }
50     if (upper(u, v)) {
51         return u;
52     }
53     for (int i = LG - 1; i >= 0; i--) {
54         if (!upper(up[i][u], v)) {
55             u = up[i][u];
56         }
57     }
58     return up[0][u];
59 }
60
61 int dist(int u, int v) {
62     int t = lca(u, v);
63     return dep[u] + dep[v] - 2 * dep[t];
64 }
65
66 signed main(){
67     ios::sync_with_stdio(0), cin.tie(0), cout.tie(0);
68
69     cin >> n;
70     G.resize(n);
71     for0(i, n-1){
72         cin >> a >> b;
73         a--;
74         b--;
75         G[a].pb(b);
76         G[b].pb(a);
77     }
78     dep.resize(n, 0);
79     in.resize(n);
80     out.resize(n);
81     dfs(0, 0);
82
83     int ans = 0;

```



```

84     for0(i, n){
85         ans += dist(i, (i+1)%n);
86     }
87
88     cout<<ans;
89 }

```

Пример программы-решения

Ниже представлено решение на языке C++.

```

1  // lca двоичным подъемом, обход в ширину без глубокой рекурсии
2  #include <bits/stdc++.h>
3
4  #define pb push_back
5  #define mp make_pair
6  #define x first
7  #define y second
8
9  #define all(x) (x).begin(), (x).end()
10 #define sz(a) (int)(a).size()
11 #define for0(i, n) for (int i = 0; i < (int)(n); i++)
12 #define for1(i, n) for (int i = 1; i <= (int)(n); i++)
13 #define int long long
14
15 using namespace std;
16 typedef long double ld;
17 typedef pair<int, int> pii;
18
19 int n, a, b, timer;
20 vector<vector<int>> > G;
21 const int N = 1e5 + 228;
22 const int LG = 18;
23 vector<int> dep, in, out;
24
25 int up[LG][N];
26
27 bool upper(int u, int v) {
28     return in[u] <= in[v] && out[v] <= out[u];
29 }
30
31 int lca(int u, int v) {
32     if (in[u] > in[v]) {
33         swap(u, v);
34     }
35     if (upper(u, v)) {
36         return u;
37     }
38     for (int i = LG - 1; i >= 0; i--) {
39         if (!upper(up[i][u], v)) {
40             u = up[i][u];
41         }
42     }
43
44     return up[0][u];
45 }
46
47 int dist(int u, int v) {
48     int t = lca(u, v);

```

```

49         return dep[u] + dep[v] - 2 * dep[t];
50     }
51
52     signed main(){
53         ios::sync_with_stdio(0), cin.tie(0), cout.tie(0);
54
55         cin >> n;
56         G.resize(n);
57         for0(i, n-1){
58             cin >> a >> b;
59             a--;
60             b--;
61             G[a].pb(b);
62             G[b].pb(a);
63         }
64         dep.resize(n, 0);
65         in.resize(n);
66         out.resize(n, 0);
67
68         deque<int> och;
69         vector<int> par(n), d(n, 1), oo;
70         och.pb(0);
71         oo.pb(0);
72         dep[0] = 0;
73         par[0] = 0;
74         while(sz(och) > 0){
75             int tb = och[0];
76             och.pop_front();
77             for(auto to : G[tb]) if(to != par[tb]){
78                 dep[to] = dep[tb] + 1;
79                 par[to] = tb;
80
81                 up[0][to] = tb;
82                 for (int i = 1; i < LG; i++) {
83                     up[i][to] = up[i - 1][up[i - 1][to]];
84                 }
85                 och.pb(to);
86                 oo.pb(to);
87             }
88
89         }
90         for(int i = sz(oo)-1; i >= 1; i--){
91             d[par[oo[i]]] += d[oo[i]];
92
93         in[0] = 0;
94         for(int i = 1; i < sz(oo); i++){
95             in[oo[i]] = out[par[oo[i]]]+1;
96             out[oo[i]] = in[oo[i]] + 1;
97             out[par[oo[i]]] += 2*d[oo[i]];
98         }
99
100         int ans = 0;
101         for0(i, n){
102             ans += dist(i, (i+1)%n);
103         }
104         cout<<ans;
105     }

```

Третья попытка. Задачи 8–11 класса

Задача I.1.3.1. Послание Аресибо (15 баллов)

Имеется прямоугольное изображение, разбитое на единичные квадратики, размер этого изображения $n \times m$, ($5 \leq n, m$). Каждый его квадратик либо черный либо белый. Известно, что на этом изображении нарисована черным цветом на белом фоне одна четырехсвязная фигура. Фигура называется четырехсвязной, если между любыми двумя ее клетками можно построить путь по клеткам этой фигуры, в котором любые две рядом стоящие клетки являются соседними в изображении либо по горизонтали либо по вертикали. Далее изображение разбили на строки и соединили их в одну большую строку без пробелов и разделителей. Длина этой строки $n \cdot m$. После этого ее отправили в направлении шарового звездного скопления М13, находящегося на расстоянии 25000 световых лет в созвездии Геркулеса. Вы обитатель М13 и перед вами поставили задачу восстановить изображение, исходя из информации о его четырехсвязности. Гарантируется, что решение единственно.

Формат входных данных

На вход подается принятая строка. Она состоит из знаков «.» и «#». Точки соответствуют фону, а решетки — изображенной фигуре. Длина строки не превосходит 5184.

Формат выходных данных

Требуется вывести изображение в исходном виде, то есть разбить его на строки одинаковой длины и расположить их друг под другом.

Примеры

Пример №1

Стандартный ввод
.....###...#...#...#...###...#...#...#####...####...#. #####...#...#...#...###...##...
Стандартный вывод
..... ...###... #...#... #...###... #...#... ##### ..####...# ..####...# ..#...#... ..#...#...

Пример программы-решения

Ниже представлено решение на языке C++.

```

1  //dfs, нахождение 4-связной области
2
3  #include <bits/stdc++.h>
4
5  #define pb push_back
6  #define mp make_pair
7  #define x first
8  #define y second
9
10 #define all(x) (x).begin(), (x).end()
11 #define sz(a) (int)(a).size()
12 #define for0(i, n) for (int i = 0; i < (int)(n); i++)
13 #define for1(i, n) for (int i = 1; i <= (int)(n); i++)
14 #define int long long
15
16 using namespace std;
17 typedef pair<int, int> pii;
18 typedef long double ld;
19 typedef vector<string> vs;
20
21 int k;
22 int dx[4] = {-1, 0, 1, 0};
23 int dy[4] = {0, 1, 0, -1};
24
25 bool in_tr(int x, int y, int h, int w){
26     return (x >= 0 && y >= 0 && x < h && y < w);
27 }
28
29 void dfs(vector<string> &v, int x, int y){
30     v[x][y] = '#';
31     k++;
32     for0(i, 4){
33         int nx = x + dx[i];
34         int ny = y + dy[i];
35
36         if(in_tr(nx, ny, sz(v), sz(v[0])) && v[nx][ny] == '$')
37             dfs(v, nx, ny);
38     }
39 }
40
41 signed main(){
42     ios::sync_with_stdio(0), cin.tie(0), cout.tie(0);
43
44     string iss;
45     cin >> iss;
46
47     int n = sz(iss);
48     for0(i, n) if(iss[i] == '#') iss[i] = '$';
49     int kk = 0;
50     for(auto q : iss)
51         kk += (q == '$');
52
53     for(int i = 5; i < n; i++)
54         if(n % i == 0 && n/i >= 5){
55             string s = iss;
56             vector<string> v;
57             for0(j, n/i){
58                 v.pb(s.substr(0, i));
59                 if(sz(s) > i) s = s.substr(i);
60             }

```

```

61
62     k = 0;
63     int sx, sy;
64     for0(i, sz(v))
65         for0(j, sz(v[i]))
66             if(v[i][j] == '$'){
67                 sx = i;
68                 sy = j;
69             }
70
71     dfs(v, sx, sy);
72
73     if(k == kk)
74         for0(i, sz(v)) cout<<v[i]<<endl;
75 }
76 }
```

Задача I.1.3.2. Гравитационный параллакс (10 баллов)

Специалисты фирмы Amazing Star Travel очень ответственно относятся к безопасности своих клиентов. Прежде чем маршрут из точки A в точку B будет одобрен для увлекательных путешествий, он проходит всестороннюю экспертизу. Помимо очевидных опасностей, таких как наличие на маршруте вредных космических излучений, активность пиратов и прогнозирования вспышек сверхновых, в числе прочих анализируется и множество других, более скучных. Современные исследования показали, что на пролетающий на околосветовых скоростях по отрезку AB космический корабль негативное влияние может оказать гравитационное поле звезд и планет. С удалением звезды или планеты от отрезка, это влияние сначала возрастает, а потом скачкообразно падает до нуля. Особенно опасно, если звезда и планета расположены по разные стороны прямой AB . Тогда их воздействие мультиплицируется, то есть перемножается. Особо следует отметить, что эффект мультиплицирования возникает только в паре звезда-планета, а, например, для пар звезда-звезда или планета-планета не обнаружен. Кроме того, этот эффект не наблюдается, если звезда и планета расположены по одну сторону от прямой AB . Осталось сказать, что можно считать эффект гравитационного воздействия равным площади треугольника ABC , где A и B — начало и конец маршрута, а C — место расположения звезды или планеты. Вас просят оценить опасность заданного отрезка AB , то есть найти максимальную величину гравитационного воздействия на отрезок среди всех пар звезда-планета, расположенных по разные стороны прямой AB . Не стоит забывать и о простом воздействии отдельных объектов, которое может оказаться даже больше, чем воздействие пары.

Формат входных данных

В первой строке содержится четыре целых числа через пробел XA , YA , XB , YB — координаты точек A и B . Во второй строке содержатся числа N и M , разделенные пробелом ($0 \leq N, M \leq 100$) — количество звезд и количество планет соответственно. В каждой из следующих N строк содержатся координаты очередной звезды. Далее в каждой из следующих M строк содержатся координаты очередной планеты. Указанные звезды и планеты, и только они могут оказать ненулевое гравитационное влияние на отрезок AB . Все координаты целые, по модулю не превосходят 1000.

Гарантируется, что никакие три точки из всех вышеперечисленных не находятся на одной прямой.

Формат выходных данных

В ответе нужно выдать ответ на задачу — одно вещественное число округленное ровно до двух знаков после точки. Разделитель между целой и дробной частями ответа — точка.

Пояснения к примеру

Итоговое наибольшее воздействие на отрезок AB оказывают выделенные треугольниками звезда и планета. Воздействие звезды равно площади треугольника ABC , которая равна 11, воздействие планеты равно площади треугольника ABD , которая равна 14. Так как они находятся по разные стороны прямой AB , то их общее воздействие равно произведению $11 \cdot 14 = 154,00$

Примеры

Пример №1

Стандартный ввод
-4 -2 2 0 3 4 -2 4 2 -1 1 -4 -3 3 -1 0 -2 -2 1 -1
Стандартный вывод
154.00

Пример программы-решения

Ниже представлено решение на языке C++.

```

1 //разделение - знаки векторного произведения, площадь - модуль векторного
2 // произведения
3 #include <bits/stdc++.h>
4
5 #define pb push_back
6 #define mp make_pair
7 #define x first
8 #define y second
9
10 #define all(x) (x).begin(), (x).end()
11 #define sz(a) (int)(a).size()
12 #define for0(i, n) for (int i = 0; i < (int)(n); i++)
13 #define for1(i, n) for (int i = 1; i <= (int)(n); i++)
14 #define int long long
15

```

```

16 using namespace std;
17 typedef long double ld;
18 typedef pair<int, int> pii;
19
20 int vprod(pii a, pii b){
21     return a.x*b.y - b.x*a.y;
22 }
23
24 int sgn_vprod(pii a, pii b){
25     int vp = vprod(a, b);
26     if(vp < 0) return -1;
27     if(vp > 0) return 1;
28     return 0;
29 }
30
31 int sqt2(pii a, pii b, pii c){
32     pii v1 = {b.x - a.x, b.y - a.y};
33     pii v2 = {c.x - a.x, c.y - a.y};
34
35     return abs(vprod(v1, v2));
36 }
37
38 signed main(){
39     ios::sync_with_stdio(0), cin.tie(0), cout.tie(0);
40
41     pii A, B;
42     cin >> A.x >> A.y >> B.x >> B.y;
43     pii AB = {B.x - A.x, B.y - A.y};
44
45     int n, m;
46     cin >> n >> m;
47     vector<pii> s(n), p(m);
48     for0(i, n) cin >> s[i].x >> s[i].y;
49     for0(i, m) cin >> p[i].x >> p[i].y;
50
51     double ans = 0;
52
53     for0(i, n)
54         ans = max(ans, sqt2(A, B, s[i]) / 2.0);
55
56     for0(j, m)
57         ans = max(ans, sqt2(A, B, p[j]) / 2.0);
58
59     for0(i, n){
60         pii Bs = {s[i].x - B.x, s[i].y - B.y};
61
62         for0(j, m){
63             pii Bp = {p[j].x - B.x, p[j].y - B.y};
64
65             if(sgn_vprod(AB, Bs) != sgn_vprod(AB, Bp)){
66                 ans = max(ans, sqt2(A, B, s[i]) * sqt2(A, B, p[j]) / 4.0);
67             }
68         }
69     }
70
71     cout.precision(2);
72     cout<<fixed<<ans;
73 }

```

Пример программы-решения

Ниже представлено решение на языке C++.

```

1  //разделение - знаки подстановки в общее уравнение прямой, площадь --- формула
2  // Герона
3  #include <bits/stdc++.h>
4
5  #define pb push_back
6  #define mp make_pair
7  #define x first
8  #define y second
9
10 #define all(x) (x).begin(), (x).end()
11 #define sz(a) (int)(a).size()
12 #define for0(i, n) for (int i = 0; i < (int)(n); i++)
13 #define for1(i, n) for (int i = 1; i <= (int)(n); i++)
14 #define int long long
15
16 using namespace std;
17 typedef long double ld;
18 typedef pair<double, double> pii;
19 pii A, B;
20
21 struct line{
22     double A, B, C;
23 };
24
25 line L(pii a, pii b){
26     line r;
27     r.A = b.y - a.y;
28     r.B = a.x - b.x;
29     r.C = b.x*a.y - a.x*b.y;
30
31     return r;
32 }
33
34 double dist(pii a, pii b){
35     return sqrt((a.x - b.x)*(a.x - b.x)+(a.y - b.y)*(a.y - b.y));
36 }
37
38
39 double sqt2(pii a, pii b, pii c){
40     double p = (dist(a, b) + dist(b, c) + dist(a,c)) / 2.0;
41     return 2*(sqrt(p * (p-dist(a,b)) * (p-dist(b,c)) * (p-dist(a,c)) ));
42 }
43
44 signed main(){
45     ios::sync_with_stdio(0), cin.tie(0), cout.tie(0);
46
47     cin >> A.x >> A.y >> B.x >> B.y;
48
49     int n, m;
50     cin >> n >> m;
51     vector<pii> s(n), p(m);
52     for0(i, n) cin >> s[i].x >> s[i].y;
53     for0(i, m) cin >> p[i].x >> p[i].y;
54
55     double ans = 0;
56     line AB = L(A, B);

```



```

57
58     for0(i, n)
59         ans = max(ans, sqrt2(A, B, s[i]) / 2.0);
60
61     for0(j, m)
62         ans = max(ans, sqrt2(A, B, p[j]) / 2.0);
63
64     for0(i, n){
65         pii Bs = {s[i].x - B.x, s[i].y - B.y};
66         double stoAB = AB.A*s[i].x + AB.B*s[i].y + AB.C;
67
68         for0(j, m){
69             pii Bp = {p[j].x - B.x, p[j].y - B.y};
70
71             double ptoAB = AB.A*p[j].x + AB.B*p[j].y + AB.C;
72
73
74             if(stoAB < 0 && ptoAB > 0 || stoAB > 0 && ptoAB < 0){
75                 ans = max(ans, sqrt2(A, B, s[i]) * sqrt2(A, B, p[j]) / 4.0);
76             }
77         }
78     }
79
80     cout.precision(2);
81     cout<<fixed<<ans;
82 }

```

Задача I.1.3.3. Послание внеземного разума 3 (25 баллов)

Профессор Персиков снова на первых полосах новостных агрегаторов! Он сделал очередное гениальное предположение по поводу новой последовательности сигналов из глубин космоса.

- во-первых, говорит профессор, для подтверждения искусственности происхождения сигнала достаточно, чтобы он был периодическим с периодом, **не превосходящим известную** «константу Персикова» P .
- во-вторых, согласно закону диффузного рассеивания информации в некогерентных пространствах при нелинейно возрастающем коэффициенте Заальшютца – Персикова, качество сигнала падает при росте времени его передачи, что означает, что некоторое окончание последовательности можно отбросить как недостоверно опознанное.

Таким образом, все что осталось профессору — отбросить несколько подряд идущих сигналов из конца последовательности так, чтобы она стала периодической с периодом, не превосходящим P . Как обычно, профессор заинтересован удалить как можно меньше сигналов.

Формат входных данных

В первой строке содержится число P — константа Персикова ($1 \leq P \leq 10^5$). В следующей строке содержится непустая последовательность, состоящая из малых букв латиницы — послание из космоса. Длина этой строки не превосходит $2 \cdot 10^5$.

Формат выходных данных

Вывести одно число — минимальное количество символов, которые нужно удалить из конца последовательности, чтобы она стала периодической с периодом T , не превосходящим P . Последовательность имеет период T , если для любых двух ее символов, расстояние между которыми кратно T верно, что они совпадают.

Пояснения к примеру

Рассмотрим исходную последовательность **abcaabcaabcaabab**. Если из нее ничего не удалять, то ее наименьший период будет равен 15. Если удалить из ее конца одну букву, то период **abcaabcaabcaaba** не изменится, если же удалить две буквы, период **abcaabcaabcab** станет равен 10. Если удалить три буквы, период **abcaabcaabca** равен 7. И этого достаточно для первого теста. Чтобы период не превосходил 3, придется удалить из конца 10 символов и получить **abca** с периодом 3. Ну а период 2 можно получить только у начала **ab**, для этого придется удалить 15 символов.

Примеры

Пример №1

Стандартный ввод
8 abcaabcaabcaabab
Стандартный вывод
3

Пример программы-решения

Ниже представлено решение на языке C++.

```

1  //префикс-функция, метод Кнута-Морриса-Пракса
2
3  #include <bits/stdc++.h>
4
5  #define pb push_back
6  #define mp make_pair
7  #define x first
8  #define y second
9
10 #define all(x) (x).begin(), (x).end()
11 #define sz(a) (int)(a).size()
12 #define for0(i, n) for (int i = 0; i < (int)(n); i++)
13 #define for1(i, n) for (int i = 1; i <= (int)(n); i++)
14 #define int long long
15
16 using namespace std;
17 typedef pair<int, int> pii;
18 typedef long double ld;
19 typedef vector<string> vs;
20
21 vector<int> pf (string s) {
22     int n = sz(s);

```

```

23     vector<int> pi(n);
24     for (int i=1; i<n; ++i) {
25         int j = pi[i-1];
26         while (j > 0 && s[i] != s[j])
27             j = pi[j-1];
28         if (s[i] == s[j]) ++j;
29         pi[i] = j;
30     }
31     return pi;
32 }
33
34 signed main(){
35     ios::sync_with_stdio(0), cin.tie(0), cout.tie(0);
36
37     int p;
38     string s;
39
40     cin >> p >> s;
41
42     vector<int> kmp = pf(s);
43
44     for(int i = sz(kmp)-1; i >= 0; i--)
45         if(i - kmp[i] + 1 <= p)
46             return cout<<sz(s)-1 - i, 0;
47 }

```

Задача I.1.3.4. Проект «Ровные дороги» 2 (30 баллов)

При проектировании новой автодороги было принято решение сделать ее не более чем из двух абсолютно горизонтальных участков. Будущую трассу разбили на n равных по длине малых отрезков. Будем считать, что в пределах одного малого отрезка местность имеет одну и ту же высоту h_i . При этом в целях эффективной трансформации местности требуется для выравнивания использовать исключительно грунт с этой же трассы. Это означает, что можно с некоторого малого отрезка высоты h_i взять некоторое количество грунта d так, что высота этого участка станет $h_i - d > 0$. Далее эти d единиц грунта обязательно нужно переместить на другой малый отрезок высоты h_j так, что его высота станет $h_j + d$. Перемещать грунт можно только в пределах одного из двух выбранных участков, то есть отрезки номер i и номер j должны принадлежать одному и тому же горизонтальному после выравнивания участку. В данной версии задачи высоты выравниваемых участков могут быть любыми положительными, в том числе и не целыми числами. Следующим важным вопросом при строительстве являются трудозатраты. По этой причине требуется выбрать такое разбиение трассы ровно на два непустых участка, чтобы суммарный объем перемещенного грунта был минимально возможным.

Формат входных данных

В первой строке содержится число n — количество малых отрезков, на которые разбили трассу, $2 \leq n \leq 2 \cdot 10^5$. Во второй строке указаны высоты h_i этих отрезков через пробел в порядке слева направо, $1 \leq h_i \leq 2 \cdot 10^5$.

Формат выходных данных

Вывести два ненулевых числа a и b через пробел. Их сумма должна равняться n . Отрезки с номерами с первого по a -й включительно будут принадлежать первому выровненному участку, отрезки с номерами от $a + 1$ до n будут принадлежать второму выровненному участку. При этом суммарный объем грунта, перемещенного для такого выравнивания, должен быть минимальным среди всех возможных разбиений трассы на два участка. Если минимальных вариантов несколько вывести тот, у которого число a меньше.

Пояснения к примеру

На следующих рисунках приведены рассуждения для трех вариантов разбиения трассы на два участка,

$$a = 3, b = 5:$$

$$a = 3 \quad b = 5$$

$$8 \ 20 \ 2 \ 10 \ 4 \ 3 \ 1 \ 1$$

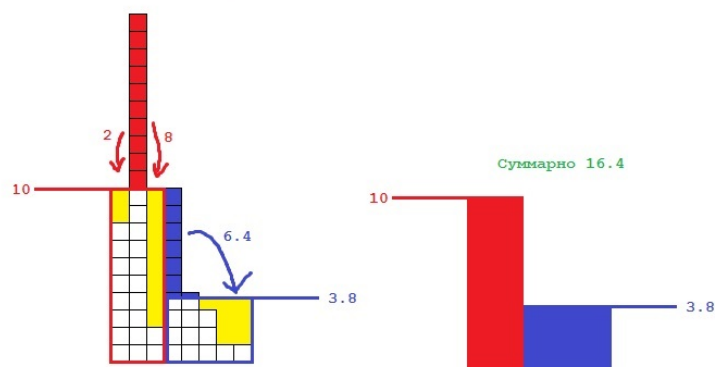
$$(8 + 20 + 2) / 3 = 10$$

на левом участке будет перемещено 10 единиц

$$(10 + 4 + 3 + 1 + 1) / 5 = 3.8$$

на правом участке будет перемещено 6.4 единиц

$$\text{Всего будет перемещено } 10 + 6.4 = 16.4 \text{ единиц}$$



$$a = 6, b = 2:$$

$$a = 6 \quad b = 2$$

8 20 2 10 4 3 1 1

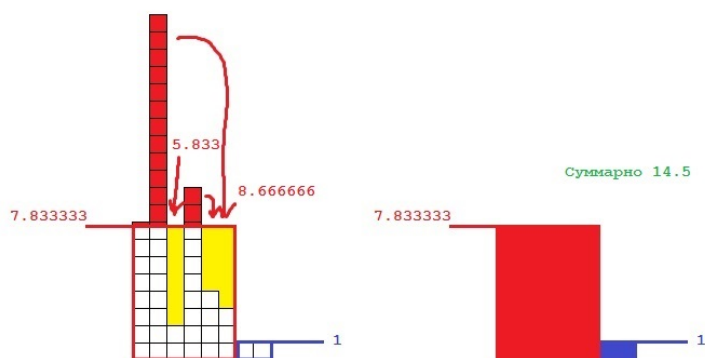
$$(8 + 20 + 2 + 10 + 4 + 3) / 6 = 7.8333333333$$

на левом участке будет перемещено 14.5 единиц

$$(1 + 1) / 2 = 1$$

на правом участке будет перемещено 0 единиц

$$\text{Всего будет перемещено } 14.5 + 0 = 14.5 \text{ единиц}$$



$$a = 4, b = 4:$$

$a = 4$ $b = 4$

8 20 2 10 4 3 1 1

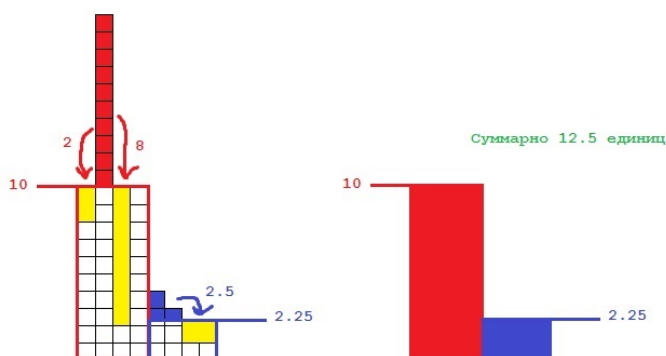
$(8 + 20 + 2 + 10) / 4 = 10$

на левом участке будет перемещено 10 единиц

$(4 + 3 + 1 + 1) / 4 = 2.25$

на правом участке будет перемещено 2.5 единиц

Всего будет перемещено $10 + 2.5 = 12.5$ единиц



Если перебрать все варианты разбиения трассы на две части, самым оптимальным будет разбиение 4 4 с результатом 12.5.

Примеры

Пример №1

Стандартный ввод
8
8 20 2 10 4 3 1 1
Стандартный вывод
4 4

Пример программы-решения

Ниже представлено решение на языке C++.

```

1  //два дерева отрезков на сумму
2
3  #include <bits/stdc++.h>
4
5  #define pb push_back
6  #define mp make_pair
7  #define x first
8  #define y second
9
10 #define all(x) (x).begin(), (x).end()

```

```

11  #define sz(a) (int)(a).size()
12  #define for0(i, n) for (int i = 0; i < (int)(n); i++)
13  #define for1(i, n) for (int i = 1; i <= (int)(n); i++)
14  #define int long long
15
16  using namespace std;
17  typedef pair<int, int> pii;
18  typedef long double ld;
19  typedef vector<string> vs;
20
21  int n, ans = 0, N = 262144;
22  vector<int> kl, su;
23  double eps = 1e-7;
24
25  int get(int l, int r, vector<int> &t){
26      int res=0;
27      for(l+=N, r+=N; l<=r; l=(l+1)>>1, r=(r-1)>>1){
28          if(l & 1)
29              res += t[l];
30          if(!(r & 1))
31              res += t[r];
32      }
33      return res;
34  }
35  void upd(int pos, int val, vector<int> &t)
36  {
37      pos += N;
38      t[pos] += val;
39      for(pos >>= 1; pos; pos >>= 1)
40      {
41          t[pos] = t[pos * 2] + t[pos * 2 + 1];
42      }
43  }
44
45  signed main(){
46      ios::sync_with_stdio(0), cin.tie(0), cout.tie(0);
47
48      cout.precision(3);
49
50      cin >> n;
51      vector<int> h(n);
52      vector<double> ld(n), rd(n), lsa(n), rsa(n);
53
54      for0(i, n)
55          cin >> h[i];
56
57      kl.resize(2*N, 0);
58      su.resize(2*N, 0);
59      double sum = 0;
60      for0(i, n){
61          sum += h[i];
62          lsa[i] = sum / (i+1);
63      }
64
65      for0(i, n){
66          upd(h[i], 1, kl);
67          upd(h[i], h[i], su);
68
69          int gr = lsa[i] + 1 + eps;
70          int k = get(gr, N-1, kl);

```

```

71     double sb = get(gr, N-1, su);
72
73     ld[i] = sb - k * lsa[i];
74 }
75
76 kl.resize(0);
77 su.resize(0);
78 kl.resize(2*N, 0);
79 su.resize(2*N, 0);
80 sum = 0;
81 for(int i = n-1; i >= 0; i--){
82     sum += h[i];
83     rsa[i] = sum / (n - i);
84 }
85
86 for(int i = n-1; i >= 0; i--){
87     upd(h[i], 1, kl);
88     upd(h[i], h[i], su);
89
90     int gr = rsa[i] + 1 + eps;
91     int k = get(gr, N-1, kl);
92     double sb = get(gr, N-1, su);
93
94     rd[i] = sb - k * rsa[i];
95 }
96
97 double mn = 1e18;
98 int a, b;
99 for(int i = 1; i < n; i++){
100     if(ld[i-1] + rd[i] < mn) {
101         mn = ld[i-1] + rd[i];
102         a = i;
103         b = n - i;
104     }
105     cout<<a<<' ' <<b;
106 }

```

Задача I.1.3.5. Прогулка по мостам 2 (20 баллов)

Возможно вы знаете историю про то, как Эйлер гулял по мостам Кенигсберга. Допустим теперь, что Эйлер попал на некий архипелаг, между некоторыми островами которого имеются мосты. Мосты построены таким образом, что между любыми двумя островами архипелага можно построить путь по этим мостам, причем этот путь единственный. Все острова пронумерованы от 1 до n . Эйлер находится на острове номер 1 и желает совершить следующую прогулку: с острова номер 1 он хочет дойти до острова номер 2, далее до острова номер 3 и так далее до острова номер n . С него он хочет вернуться на остров номер 1. Он прекрасно понимает, что при этом ему придется посещать некоторые мосты по многу раз. У каждого моста есть смотритель. Одного из них заинтересовало сколько раз по его мосту пройдет Эйлер.

Формат входных данных

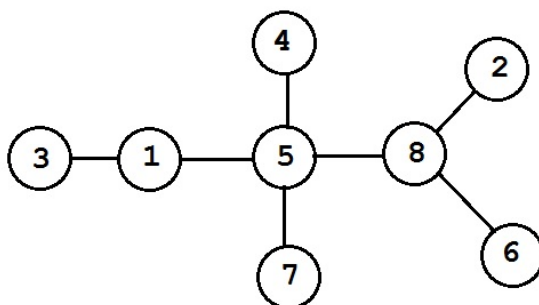
В первой строке содержится два числа через пробел: n — количество островов в архипелаге, $2 \leq n \leq 10^5$ и b — номер моста, для которого нужно узнать, сколько раз по нему проходит указанный маршрут. В следующих $n - 1$ строках содер-

жаты по два числа a_i и b_i через пробел — номера островов, соединенных мостом, $1 \leq a_i, b_i \leq n, a_i \neq b_i$. Мосты нумеруются в порядке появления во входных данных, начиная с 1. Гарантируется, что между любыми двумя островами архипелага можно построить путь по этим мостам, причем этот путь единственный.

Формат выходных данных

Вывести одно число — ответ на задачу.

Пояснения к примеру



На рисунке вы видите расположение мостов в архипелаге из примера. Прогулка Эйлера будет проходить следующим образом:

1 — 5 — 8 — 2 — 8 — 5 — 1 — 3 — 1 — 5 — 4 — 5 — 8 — 6 — 8 — 5 — 7 — 5 — 8 — 5 — 1.

Интересующий нас мост номер 1 соединяет острова 5 и 8. Маршрут проходит по нему 6 раз.

Примеры

Пример №1

Стандартный ввод
8 1
5 8
1 3
8 6
7 5
2 8
1 5
4 5
Стандартный вывод
6

Пример программы-решения

Ниже представлено решение на языке C++.

```

1  //dfs
2  #include <bits/stdc++.h>
3
4  #define pb push_back
5  #define mp make_pair
6  #define x first
7  #define y second
8
9  #define all(x) (x).begin(), (x).end()
10 #define sz(a) (int)(a).size()
11 #define for0(i, n) for (int i = 0; i < (int)(n); i++)
12 #define for1(i, n) for (int i = 1; i <= (int)(n); i++)
13 #define int long long
14
15 using namespace std;
16 typedef long double ld;
17 typedef pair<int, int> pii;
18
19 int n, z, a, b, q1, q2;
20 vector<vector<int>> > G;
21 vector<set<int>> rz(2);
22
23 void dfs(int a, int p, int dol){
24     rz[dol].insert(a);
25     for(auto to : G[a]) if(to != p) dfs(to, a, dol);
26 }
27
28 signed main(){
29     ios::sync_with_stdio(0), cin.tie(0), cout.tie(0);
30
31     cin >> n >> z;
32     z--;
33     G.resize(n);
34     for0(i, n-1){
35         cin >> a >> b;
36         a--;
37         b--;
38         if(i != z) {
39             G[a].pb(b);
40             G[b].pb(a);
41         }
42         else{
43             q1 = a;
44             q2 = b;
45         }
46     }
47
48     dfs(q1, q1, 0);
49     dfs(q2, q2, 1);
50
51     vector<int> rzb;
52     for(auto q : rz[0]) rzb.pb(q);
53
54     int ans = 0;
55     for0(i, sz(rzb)-1){
56         if(rzb[i]+1 != rzb[i+1]) ans++;
57     }
58     if(!(rzb.back() == n-1 && rzb[0] == 0)) ans++;
59     cout<<2*ans;
60 }

```

Пример программы-решения

Ниже представлено решение на языке C++.

```

1  //обход в ширину, без глубокой рекурсии
2  #include <bits/stdc++.h>
3
4  #define pb push_back
5  #define mp make_pair
6  #define x first
7  #define y second
8
9  #define all(x) (x).begin(), (x).end()
10 #define sz(a) (int)(a).size()
11 #define for0(i, n) for (int i = 0; i < (int)(n); i++)
12 #define for1(i, n) for (int i = 1; i <= (int)(n); i++)
13 #define int long long
14
15 using namespace std;
16 typedef long double ld;
17 typedef pair<int, int> pii;
18
19 int n, z, a, b, q1, q2;
20 vector<vector<int>> > G;
21 vector<int> rz;
22 int mn = 1e9, aa, bb;
23
24 signed main(){
25     ios::sync_with_stdio(0), cin.tie(0), cout.tie(0);
26
27     cin >> n >> z;
28     z--;
29
30     G.resize(n+1);
31     for0(i, n-1){
32         cin >> a >> b;
33
34         if(i != z){
35             G[a].pb(b);
36             G[b].pb(a);
37         }
38         else{
39             q1 = a;
40             q2 = b;
41         }
42     }
43
44     vector<int> och;
45     vector<int> mark(n+1, -1);
46     och.pb(q1);
47     mark[q1] = q1;
48     int b = 0;
49
50     while(b < sz(och)){
51         int v = och[b];
52         for(auto to : G[v]) if(mark[to] == -1){
53             och.pb(to);
54             mark[to] = v;
55         }
56         b++;

```

```

57     }
58
59     sort(all(och));
60
61     int ans = 0;
62     for0(i, sz(och)-1){
63         if(och[i]+1 != och[i+1]) ans++;
64     }
65     if(!(och.back() == n && och[0] == 1)) ans++;
66
67     cout<<2*ans;
68 }

```

Четвертая попытка. Задачи 8–11 класса

Задача I.1.4.1. Скобки (10 баллов)

Задана строка, в которой могут быть встречены 3 типа скобок: фигурные, квадратные и круглые. Помимо скобок в строке встречаются и другие последовательно-сти символов. Вложенность скобок может быть произвольной. Необходимо проверить корректность скобочной записи: каждой открывающей скобке должна соответствовать следующая за ней закрывающая скобка того же типа на том же уровне вложенности, не должно быть открывающей или закрывающей скобки без пары.

Формат входных данных

Строка, содержащая произвольный набор символов (в т. ч. и без скобок).

Формат выходных данных

- Слово «correct», если запись корректна или не содержит скобок.
- Слово «incorrect», если запись не корректна.

Примеры

Пример №1

Стандартный ввод
(this [is] test)
Стандартный вывод
correct

Пример программы-решения

Ниже представлено решение на языке Python3.

```

1 def balancedBrackets(expr):
2     stack = []
3     for char in expr:
4         if char in ['(', '{', '[']:

```

```

5         stack.append(char)
6     elif char in [')', '}', ']']:
7         if(len(stack) == 0):
8             return False
9         top = stack.pop()
10        if(top == '(' and char != ')'):
11            return ""
12        if(top == '{' and char != '}'):
13            return False
14        if(top == '[' and char != ']'):
15            return False
16    else:
17        continue
18    if(len(stack) > 0):
19        return False
20    return True
21
22 expr = input()
23 print("correct") if balancedBrackets(expr) else print("incorrect")

```

Задача I.1.4.2. Рисунок (15 баллов)

Задан рисунок, состоящий из пронумерованных точек и линий между ними. Напишите программу, которая скажет, можно ли нарисовать этот рисунок (провести ручку по всем точкам и линиям), не отрывая руки и при этом не проводя одну линию дважды?

Формат входных данных

Первая строка содержит число N — количество точек (число от 0 до 1000 включительно).

Вторая строка содержит число M — количество линий (число от 0 до 1000 включительно).

Далее идет M строк, каждая из которых содержит пары номеров точек, соединенных линиями (нумерация точек с 1, между парой точек может быть проведено несколько линий).

Формат выходных данных

- «Yes», если рисунок можно нарисовать в соответствии с условием.
- «No», если нет.

Примеры

Пример №1

Стандартный ввод
3 2 1 2 2 3
Стандартный вывод
Yes

Пример программы-решения

Ниже представлено решение на языке Python3.

```

1 def task1():
2     vert_num = int(input())
3     edge_num = int(input())
4     verts = [{"watched": False} for _ in range(vert_num)]
5     edges = []
6     for _ in range(edge_num):
7         edges.append(tuple(int(i)-1 for i in input().split()))
8
9     if vert_num == 0:
10        return 'Yes'
11    line = [0, 0]
12    verts[0]['watched'] = True
13    flag = True
14    while flag:
15        flag = False
16        for edge in edges:
17            if edge[0] in line or edge[1] in line:
18                if edge[0] in line:
19                    verts[edge[1]]['watched'] = True
20                    if edge[0] == line[0]:
21                        line[0] = edge[1]
22                else:
23                    line[1] = edge[1]
24            else:
25                verts[edge[0]]['watched'] = True
26                if edge[1] == line[0]:
27                    line[0] = edge[0]
28                else:
29                    line[1] = edge[0]
30            edges.remove(edge)
31            flag = True
32    for v in verts:
33        if not v['watched']:
34            return 'No'
35    if len(edges):
36        return 'No'
37    return 'Yes'
38
39 print(task1())

```

Задача I.1.4.3. Часовой механизм (20 баллов)

К вам обратился владелец часовой мастерской, которая делает часы с прозрачным корпусом. В мастерской есть одна проблема: дизайнеры придумывают то, как будут выглядеть часы, но не задумываются о том, как шестеренки будут крутиться. Поэтому, когда дизайн получают мастера, им приходится проверять работоспособность нарисованного дизайнерами механизма — проверять не заклинит ли механизм от сцепки двух крутящихся в одном направлении шестеренок.

Напишите программу, которая будет делать эту работу за мастеров.

Формат входных данных

Первая строка содержит количество шестеренок N (число от 1 до 1000 включительно).

Вторая строка содержит количество связей между шестеренками M (число от 0 до 1000 включительно), которые сцеплены между собой (если одна из них крутится по часовой стрелке, вторая должна крутиться против часовой и наоборот).

Далее идет M строк с парами чисел, являющихся номерами сцепленных между собой шестеренок (нумерация начинается с 1).

Формат выходных данных

Программа должна вывести одно из 2 слов: «good», если механизм работоспособен или «bad», если механизм заклинит.

Примеры

Пример №1

Стандартный ввод
4
4
1 2
2 3
3 4
4 1
Стандартный вывод
good

Пример программы-решения

Ниже представлено решение на языке Python3.

```

1 def get_unwatched(verts):
2     i = 0
3     for vert in verts:
4         if not vert['watched']:
5             vert['orient'] = 1
6             return vert
7 
```

```

8 def task1():
9     vert_num = int(input())
10    edges = int(input())
11    verts = [{"edges": [], "orient": 0, "watched": False} for _ in range(vert_num)]
12    for _ in range(edges):
13        a, b = (int(i)-1 for i in input().split())
14        verts[a]["edges"].append(b)
15        verts[b]["edges"].append(a)
16
17    stack = []
18    while vert_num > 0:
19        if len(stack) == 0:
20            stack.append(get_unwatched(verts))
21        vert = stack.pop()
22        vert_num -= 1
23        vert["watched"] = True
24        for next_v in vert['edges']:
25            if not verts[next_v]["watched"] and verts[next_v] not in stack:
26                stack.append(verts[next_v])
27            if verts[next_v]["orient"] != 0 and verts[next_v]["orient"] +
28                ↪ vert['orient'] != 3:
29                return 'bad'
30            elif verts[next_v]["orient"] == 0:
31                verts[next_v]["orient"] = 3 - vert['orient']
32    return 'good'
33 print(task1())

```

Задача I.1.4.4. Парковка (20 баллов)

На парковке у бизнес-центра N контрольно-пропускных пунктов (КПП). Известно, что каждый день через каждый день работающие в центре сотрудники въезжают на парковку M раз. Каждый раз сотрудник въезжает в определенное время через один заранее известный КПП и выезжает в определенное время через другой (не обязательно совпадающий с первым). На въезде сотрудник получает пропуск, который он должен отдать на выезде. Один и тот же пропуск может быть использован разными сотрудниками, если они находятся на территории парковки в разное время.

Определите минимальное количество пропусков, которое должно быть суммарно на всех КПП к началу дня, чтобы хватило всем сотрудникам.

Если время въезда и выезда разных сотрудников на одном КПП совпадает, считать, что они могут воспользоваться одним пропуском

Формат входных данных

Первая строка содержит число N (число от 0 до 1000 включительно).

Вторая строка содержит число M (число от 0 до 1000 включительно).

Далее следует M строк, содержащих следующую информацию:

Время въезда (число от 6 до 22 включительно).

Время выезда (число от 7 до 23 включительно).

Номер КПП при въезде (нумерация с 1).

Номер КПП при выезде (нумерация с 1).

Формат выходных данных

Программа должна вывести количество пропусков необходимое суммарно на всех КПП к началу дня.

Примеры

Пример №1

Стандартный ввод
2
2
6 12 1 2
12 22 2 2
Стандартный вывод
1

Пример программы-решения

Ниже представлено решение на языке Python3.

```

1 def solve():
2     required = 0
3     kpps_count = int(input())
4     kpps = [0] * kpps_count
5     n_notes = int(input())
6     visitors = []
7     for _ in range(n_notes):
8         entry_hour, out_hour, in_kpp, out_kpp = [int(readed) for readed in
9             ↪ input().split()]
10        visitors.append((entry_hour, in_kpp - 1, True))
11        visitors.append((out_hour, out_kpp - 1, False))
12
13    visitors.sort(key = lambda visitor: (visitor[0], visitor[2]))
14
15    for visitor in visitors:
16        if visitor[2]:
17            if not kpps[visitor[1]]:
18                required += 1
19            else:
20                kpps[visitor[1]] -= 1
21        else:
22            kpps[visitor[1]] += 1
23    print(required)
24 solve()

```

Задача I.1.4.5. Обучаем Терминатора (35 баллов)

Перед отправкой Терминатора T-800 в прошлое для спасения Джона Коннора (события 2 части) обнаружилось, что при анализе текстовых документов, OCR-модуль машины допускает ошибки при чтении символов в записи моделей терми-

наторов. Времени на повторное обучение нейронной сети нет, поэтому было принято решение написать hot-fix на символы «Т», «0», «1», «8» и «-». При чтении Терминатор каждый символ переводит в матрицу 10 на 10 точек, где 1 означает наличие заполнения, а 0 — отсутствие.

Символы распознаются следующим образом:

- «Т» — два прямоугольника лежащих друг на друге, левая граница верхнего прямоугольника левее нижнего, правая граница верхнего прямоугольника правее нижнего.
- «0» — заполненный прямоугольник с прямоугольным вырезом внутри, границы выреза не лежат на сторонах внешнего прямоугольника.
- «8» — заполненный прямоугольник с двумя прямоугольными вырезами внутри, границы вырезов не лежат на сторонах внешнего прямоугольника, границы вырезов не пересекаются, нижняя граница одного выреза выше другого.
- «1» — заполненный прямоугольник, ширина прямоугольника строго меньше его длины.
- «-» — заполненный прямоугольник, ширина прямоугольника строго больше его длины.

Необходимо, чтоб остальные комбинации интерпретировались символом «Х».

Напишите программу для решения поставленной задачи.

Формат входных данных

10 строк состоящих из 10 символов «0» или «1».

Формат выходных данных

Один из символов «Т», «0», «1», «8», «-» или «Х».

Примеры

Пример №1

Стандартный ввод
0000000000
0001110000
0001010000
0001010000
0001110000
0001110000
0001010000
0001010000
0001110000
0000000000
Стандартный вывод
8

Пример программы-решения

Ниже представлено решение на языке Python3.

```

1  def get_borders(l, sym=1):
2      a, b = None, None
3      for i in range(len(l)):
4          if sym in l[i]:
5              a = i
6              break
7      for i in range(len(l)-1, -1, -1):
8          if sym in l[i]:
9              b = i
10             break
11     return a, b
12
13 def get_lr(l, sym=1):
14     left, right = None, None
15     for i in range(len(l)):
16         if l[i] == sym:
17             left = i
18             break
19     for i in range(len(l)-1, -1, -1):
20         if l[i] == sym:
21             right = i
22             break
23     return left, right
24
25 def get_rectangle(l, b):
26     result = []
27     for i in range(b[0], b[2]+1):
28         tmp = []
29         for j in range(b[1], b[3]+1):
30             tmp.append(l[i][j])
31         result.append(tmp)
32     return result
33
34 def is_rectangle(l, sym=1):
35     up, bottom = get_borders(l, sym)
36     if up is None:
37         return None
38     left, right = get_lr(l[up], sym)
39     for i in range(up, bottom+1):
40         if (left, right) != get_lr(l[i], sym):
41             return None
42     return (up, left, bottom, right)
43
44 def task5():
45     rows = []
46     for _ in range(10):
47         rows.append([int(i) for i in input()])
48     a = is_rectangle(rows)
49     if a:
50         tmp = get_rectangle(rows, a)
51         if is_rectangle(tmp, 0):
52             return '0'
53         for i in range(len(tmp)):
54             if is_rectangle(tmp[:i], 0) and is_rectangle(tmp[i:], 0):
55                 return '8'
56         if a[2]-a[0] > a[3]-a[1]:

```

```

57         return '1'
58     if a[2]-a[0] < a[3]-a[1]:
59         return '-'
60     else:
61         up, bottom = get_borders(rows)
62         for i in range(up, bottom+1):
63             a = is_rectangle(rows[:i])
64             b = is_rectangle(rows[i:])
65             if a and b and a[1] < b[1] and a[3] > b[3]:
66                 return 'T'
67     return 'X'
68
69 print(task5())

```

Задачи первого этапа. Химия

Первая попытка. Задачи 8–9 класса

Задача I.2.1.1. (10 баллов)

После реакции 1 моль некоторого металла с бромом масса продукта оказалась в 5,3 раза выше массы исходного металла. Найдите металл и укажите его русское название.

Решение

Обозначим атомную массу неизвестного элемента как x . Зная, что валентность брома равна единице, можем записать общую формулу бромида как MX_n , где n — валентность металла. Тогда по условию задачи можно записать уравнение:

$$\frac{x + 80n}{x} = 5,3$$

Решим это уравнение относительно x :

$$x + 80n = 5,3x$$

$$4,3x = 80n$$

$$x = 18,6n$$

Найдем, какой атомный вес металла получится при различных значениях n .

n	1	2	3	4
Ar	18,6	37,2	55,8	74,4
Элемент	-	-	Fe	-

Ответ: Железо.

Задача I.2.1.2. (20 баллов)

Пластинку размером 5×10 см поместили в 10 мл 0,0175 М раствора нитрата серебра, и провели химическое восстановление. После окончания процесса концентрация ионов серебра в растворе уменьшилась в три раза, а на одной из сторон пластинки обнаружилось наноразмерное покрытие. Зная, что плотность серебра $10,5 \text{ г/см}^3$, найдите толщину покрытия. Ответ выразите в нм с точностью до целых. Атомную массу серебра округлите до целого значения. Изменением объема раствора пренебречь.

Решение

Найдем площадь пластинки:

$$S = 5 \cdot 10 = 50 \text{ см}^2$$

Найдем, какое количество серебра выпало на пластинке. В растворе до осаждения находилось:

$$v_{Ag} = v_{AgNO_3} = \frac{10 \cdot 0,0175}{1000} = 1,75 \cdot 10^{-4} \text{ моль}$$

После осаждения:

$$C_{Ag} = \frac{0,0175}{3} = 0,005833 \text{ моль/л}$$

$$v_{Ag} = \frac{10 \cdot 0,005833}{1000} = 5,833 \cdot 10^{-5} \text{ моль}$$

Было осаждено на пластинке:

$$v_{Ag} = 0,000175 - 0,00005833 = 0,00011667 = 11,667 \cdot 10^{-5} \text{ моль}$$

Найдем массу и объем серебра на пластинке:

$$m_{Ag} = v \cdot M = 11,667 \cdot 10^{-5} \cdot 108 = 0,0126 \text{ г}$$

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{0,0126}{10,5} = 0,0012 \text{ см}^3$$

Найдем толщину покрытия на пластинке:

$$l = \frac{V}{S} = \frac{0,0012}{50} = 2,4 \cdot 10^{-5} \text{ см} = 240 \text{ нм}$$

Ответ: 240 ± 1 .

Задача I.2.1.3. (20 баллов)

К 20 мл 1,5 М раствора нитрата железа (III) последовательно прилили 10,26 г 20% раствора гидроксида бария, 16 мл 0,75 М раствора азотной кислоты и 17,4 г 7% раствора сульфата калия. Осадок высушили. Вычислите его массу. Ответ дайте, округлив до сотых.

Решение

Найдем количества всех указанных в условии веществ.

Нитрат железа:

$$v_{Fe(NO_3)_3} = \frac{20 \text{ мл} \cdot 1,5 \text{ моль/л}}{1000 \text{ мл}} = 0,03 \text{ моль} = 30 \text{ ммоль } Fe(NO_3)_3$$

Гидроксид бария:

$$m_{Ba(OH)_2} = \frac{m_{\text{р-ра}}}{100\%} = \frac{10,26 \cdot 20}{100} = 2,052 \text{ г}$$

$$v_{Ba(OH)_2} = \frac{m}{M} = \frac{2,052}{171} = 0,012 \text{ моль} = 12 \text{ ммоль } Ba(OH)_2$$

Азотная кислота:

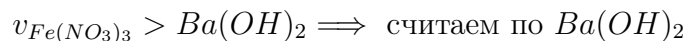
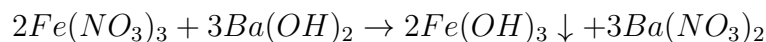
$$v_{HNO_3} = \frac{16 \text{ мл} \cdot 0,75 \text{ моль/л}}{1000 \text{ мл}} = 0,012 \text{ моль} = 12 \text{ ммоль } HNO_3$$

Сульфат калия:

$$m_{K_2SO_4} = \frac{17,4 \cdot 7}{100} = 1,218 \text{ г}$$

$$v_{K_2SO_4} = \frac{1,218}{174} = 0,007 \text{ моль} = 7 \text{ ммоль } K_2SO_4$$

На первом этапе в растворе протекает реакция:

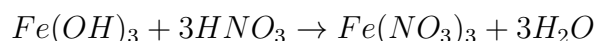


$$v_{Fe(OH)_3} = \frac{v_{Ba(OH)_2} \cdot 2}{3} = 8 \text{ ммоль}$$

Запишем, какие вещества и в каком количестве выпали в осадок и остались в растворе:

Прилили	В растворе	В осадке
$30Fe(NO_3)_3$	$30Fe^{3+}$ $90NO_3^-$	—
$12Ba(OH)_2$	$22Fe^{3+}, 12Ba^{2+}$ $90NO_3^-$	$8Fe(OH)_3$

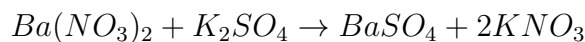
После приливания к раствору азотной кислоты протекает реакция:



На реакцию с 1 моль $Fe(OH)_3$ расходуется 3 моль HNO_3 , следовательно, 12 ммоль HNO_3 прореагируют с 4 ммоль $Fe(OH)_3$. Тогда:

Прилили	В растворе	В осадке
$12HNO_3$	$26Fe^{3+}, 12Ba^{2+}$ $102NO_3^-$	$4Fe(OH)_3$

После добавления сульфата калия протекает реакция:



$$v_{Ba^{2+}} > v_{SO_4^{2-}} \Rightarrow v_{BaSO_4} = v_{SO_4^{2-}} = 7 \text{ ммоль}$$

Прилили	В растворе	В осадке
$7K_2SO_4$	$26Fe^{3+}, 5Ba^{2+}, 14K^+$ $102NO_3^-$	$4Fe(OH)_3$ $7BaSO_4$

Рассчитаем массы выпавших осадков:

$$m_{Fe(OH)_3} = v \cdot M = 0,004 \cdot 106,8 = 0,4272 \text{ г}$$

$$m_{BaSO_4} = 0,007 \cdot 233,4 = 1,6338 \text{ г}$$

$$1,6338 + 0,4272 = 2,061 \text{ г}$$

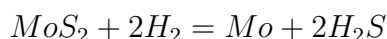
Ответ: $2,06 \pm 0,01$.

Задача I.2.1.4. (25 баллов)

3,04 г смеси цинковой и алюминиевой стружки обработали избытком раствора гидроксида натрия. При этом выделился такой объем газа, которого хватило на полное восстановление 7,2 г дисульфида молибдена MoS_2 до металлического молибдена. Рассчитайте массу цинка в исходной смеси. При расчете атомные массы алюминия и цинка округлить до десятых. Ответ дать с точностью до сотых.

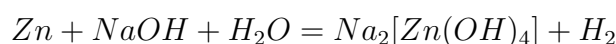
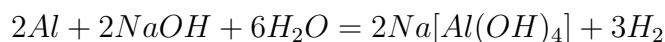
Решение

Найдем, какое количество водорода было затрачено на восстановление дисульфида молибдена:



$$v_{H_2} = 2 \cdot v_{MoS_2} = 2 \cdot \frac{7,2}{160} = 2 \cdot 0,045 = 0,09 \text{ моль}$$

Запишем уравнения взаимодействия цинка и алюминия со щелочью:



Как видно из уравнений, из 1 моль алюминия образуется 1,5 моль водорода, из 1 моль цинка — 1 моль водорода. Обозначим за x моль количество алюминия, y — количество цинка в смеси. Тогда можно записать систему уравнений:

$$\begin{cases} 1,5x + y = 0,09, \\ 27x + 65,4y = 3,04 \end{cases}$$

$$y = 0,09 - 1,5x$$

$$27x + 65,4(0,09 - 1,5x) = 3,04$$

$$71,1x = 2,846$$

$$x = 0,04$$

Тогда найдем количество и массу цинка:

$$\nu_{Zn} = 0,09 - 1,5\nu_{Al} = 0,09 - 0,06 = 0,03 \text{ моль,}$$

$$m_{Zn} = 0,03 \cdot 65,4 = 1,96 \text{ г}$$

Ответ: $1,96 \pm 0,01$.

Задача I.2.1.5. (25 баллов)

В герметично закрытый перчаточный ящик поместили два открытых химических стакана. В первом стакане находилось 12 г олеума с массовой долей серной кислоты 80%. Во втором стакане находилось 15 г 6,5% раствора поваренной соли. Стаканы оставили на ночь. На следующий день концентрация серной кислоты в первом стакане составила 90%. При этом влажность воздуха в ящике осталась неизменной. Найдите массовую долю соли во втором стакане. Дайте ответ с точностью до сотых.

Решение

Известно, что олеум, или раствор SO_3 в серной кислоте, является водоотнимающим агентом. Концентрации веществ в стаканах изменяются за счет того, что олеум отнимает испаряющуюся из второго стакана воду, а содержащийся в нем триоксид серы превращается в серную кислоту. Существует два состояния системы, при которых концентрация кислоты в первом стакане достигает 90%:

1. Прореагировала часть SO_3 . В стакане 90% серной кислоты и 10% триоксида серы.
2. SO_3 прореагировал целиком, серная кислота поглотила еще некоторое количество воды. В стакане 90% серной кислоты и 10% воды. Рассмотрим оба варианта решения.

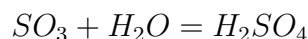
Вариант 1

Найдем, какая масса серной кислоты и оксида серы содержалась в олеуме:

$$m_{H_2SO_4} = \frac{12 \text{ г} \cdot 80\%}{100\%} = 9,6 \text{ г}$$

$$m_{SO_3} = 12 - 9,6 = 2,4 \text{ г}$$

Запишем уравнение реакции оксида серы с водой:



Из уравнения видно, что из 1 моль воды образуется 1 моль кислоты.

Обозначим количество воды, поглощенной олеумом, за x . Тогда масса поглощенной воды будет равна $18x$, масса образовавшейся серной кислоты $98x$. Можно записать выражение для массовой доли кислоты:

$$\omega_{H_2SO_4(2)} = \frac{m_{H_2SO_4(2)}}{m_{\text{р-ра}(2)}} \cdot 100\% = \frac{9,6 + 98x}{12 + 18x} \cdot 100\% = 90\%$$

Решим полученное уравнение относительно x :

$$9,698x = 0,9(12 + 18x)$$

$$81,8x = 1,2$$

$$x = 0,0147 \text{ моль}$$

Тогда масса воды, поглощенная олеумом, составила:

$$m_{H_2O} = 0,0147 \cdot 18 = 0,264 \text{ г}$$

По условию задачи влажность воздуха не изменилась, следовательно, масса поглощенной воды равна массе воды, испарившейся из второго стакана. Тогда для второго стакана найдем:

$$m_{NaCl} = \frac{15 \cdot 6,5\%}{100\%} = 0,975 \text{ г}$$

$$m_{\text{р-ра}(2)} = 15 - 0,264 = 14,736 \text{ г}$$

$$\omega_2 = \frac{0,975}{14,736} \cdot 100\% = 6,62\%$$

Ответ: $6,62 \pm 0,02$.

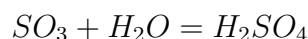
Вариант 2

Найдем массу серной кислоты и оксида серы в олеуме:

$$m_{H_2SO_4} = \frac{12 \text{ г} \cdot 80\%}{100\%} = 9,6 \text{ г}$$

$$m_{SO_3} = 12 - 9,6 = 2,4 \text{ г}$$

Запишем уравнение реакции оксида серы с водой:



Из уравнения видно, что из 1 моль оксида серы образуется 1 моль кислоты. Найдем количество серной кислоты, которая образовалась из данного количества оксида:

$$v_{H_2SO_4} = v_{SO_3} = \frac{2,4 \text{ г}}{80 \text{ г/моль}} = 0,03 \text{ моль}$$

$$m_{H_2SO_4} = 98 \text{ г/моль} \cdot 0,03 \text{ моль} = 2,94 \text{ г}$$

Таким образом, суммарная масса серной кислоты в растворе после окончания реакции равна:

$$m_{\text{общ}} = 9,6 + 2,94 = 12,54 \text{ г}$$

Найдем массу раствора, зная массовую долю кислоты в растворе:

$$m_{\text{р-ра}} = \frac{12,54 \cdot 100\%}{90\%} = 13,93 \text{ г}$$

Увеличение массы раствора произошло за счет поглощенной воды (включая воду, пошедшую на образование серной кислоты из оксида). Найдем массу поглощенной воды:

$$m_{H_2O} = 13,94 - 12 = 1,94 \text{ г}$$

Поскольку влажность воздуха не изменилась, то масса воды, поглощенной олеумом, равна массе воды, испарившейся из раствора соли. Тогда для второго стакана найдем:

$$m_{NaCl} = \frac{15 \cdot 6,5\%}{100\%} = 0,975 \text{ г}$$

$$m_{\text{р-ра2}} = 15 - 1,94 = 13,06 \text{ г}$$

$$\omega_2 = \frac{0,975}{13,06} \cdot 100\% = 7,47\%$$

Ответ: $7,47 \pm 0,02$.

Первая попытка. Задачи 10–11 класса

Задача I.2.2.1. (10 баллов)

При хлорировании 1 моль образца фуллерена неизвестного состава масса продукта оказалась больше массы исходного вещества на 68,26%. При бромировании 0,01 моль того же фуллерена получено 23,76 г продукта. Элементный анализ показал, что число атомов хлора в первом продукте равно числу атомов брома во втором. Установите и запишите брутто-формулу фуллерена.

Решение

Запишем в общем виде уравнение хлорирования и бромирования фуллерена. Учтем, что присоединение галогенов происходит только за счет разрыва двойных связей в молекулах фуллерена.

$$C_x + \frac{y}{2} Cl_2 = C_x Cl_y$$

$$C_x + \frac{y}{2} Br_2 = C_x Br_y$$

Для первой реакции можно записать выражение:

$$\frac{12x + 35,5y}{12x} = 1,6826$$

Рассмотрим вторую реакцию. Поскольку по уравнению из 1 моль фуллерена образуется 1 моль продукта, то:

$$v_{C_x Br_y} = v_{C_x} = 0,01 \text{ моль}$$

Тогда масса 1 моля продукта (молярная масса):

$$M_{C_x Br_y} = \frac{23,76 \text{ г}}{0,01 \text{ моль}} = 2376 \text{ г/моль}$$

$$M_{C_xBr_y} = 12x = 80y$$

Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{12x+35,5y}{12x} = 1,6826 \\ 12x + 80y = 2376 \end{cases}$$

$$x = \frac{2376 - 80y}{12}$$

$$\frac{2376 - 80y + 35,5y}{2376 - 80y} = 1,6826$$

$$2376 - 44,5y = 3997,86 - 134,61y$$

$$90,11y = 1621,86$$

$$y = 18$$

Тогда количество атомов углерода, входящее в состав фуллерена:

$$x = \frac{2376 - 80 \cdot 18}{12} = 78$$

Ответ: C78.

Задача I.2.2.2. (20 баллов)

Для создания катализатора 2 000 стеклянных шариков диаметром 1 мм поместили в 10 мл 0,033 М раствора нитрата серебра и провели химическое восстановление. После окончания процесса концентрация ионов серебра в растворе уменьшилась в два раза. Зная, что плотность серебра 10,5 г/см³, найдите толщину покрытия, образовавшегося на шариках. Ответ выразите в нм с точностью до целых. Атомную массу серебра округлите до целого значения, $\pi = 3,1416$. Изменением объема раствора пренебречь.

Решение

Найдем суммарную площадь поверхности всех шариков, выразив ее в квадратных сантиметрах для удобства пересчета.

$$r_1 = \frac{d_1}{2} = \frac{0,1}{2} \text{ см} = 0,05 \text{ см}$$

$$S_1 = 4\pi r^2 = 4 \cdot 3,1416 \cdot 0,05^2 = 0,031416 \text{ см}^2$$

$$S = 0,031416 \cdot 2000 = 62,832 \text{ см}^2$$

Найдем, какое количество серебра выпало на поверхности шариков. В растворе до осаждения находилось:

$$v_{Ag} = v_{AgNO_3} = \frac{10 \cdot 0,033}{1000} = 3,3 \cdot 10^{-4} \text{ моль}$$

После осаждения:

$$C_{Ag} = \frac{0,033}{2} = 0,0165 \text{ моль/л}$$

$$v_{Ag} = \frac{10 \cdot 0,0165}{1000} = 1,65 \cdot 10^{-4} \text{ моль}$$

Было осаждено на шариках:

$$v_{Ag} = 0,00033 - 0,000165 = 0,000165 = 1,65 \cdot 10^{-4} \text{ моль}$$

Найдем массу и объем серебра на шариках:

$$m_{Ag} = v \cdot M = 1,65 \cdot 10^{-4} \cdot 108 = 0,01782 \text{ г}$$

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{0,01782}{10,5} = 0,001697 \text{ см}^3$$

Найдем толщину покрытия на поверхности шариков:

$$l = \frac{V}{S} = \frac{0,001697}{62,832} = 2,7 \cdot 10^{-5} \text{ см} = 270 \text{ нм}$$

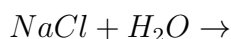
Ответ: 270 ± 1 .

Задача I.2.2.3. (20 баллов)

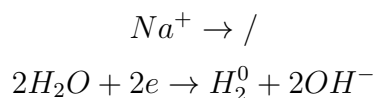
Для полного гидрирования некоторой навески графена до графана потребовался объем водорода (н. у.), количественно равный суммарному объему газообразных продуктов, выделившихся на электродах при электролизе раствора хлорида натрия в течение 15 мин при силе тока 5,36 А. Масса продукта электролиза связана с протекающим через ячейку током законом $m = \frac{M \cdot I \cdot t}{z \cdot F}$, где m — масса продукта (г), M — молярная масса продукта (г/моль), I — сила тока (А), t — время (с), z — число электронов на один ион, подвергнутый электролизу, $F = 96500$ Кл/моль — постоянная Фарадея. Вычислите массу исходной навески графена. Ответ округлите до десятых.

Решение

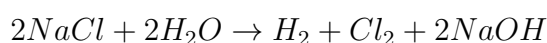
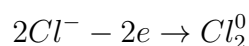
Запишем выражение для электролиза раствора хлорида натрия:



Катод:



Анод:



Выделилось два газообразных продукта: водород и хлор.

Для удобства расчета перейдем от объемов и масс газов к количеству веществ. Для этого преобразуем выражение для объединенного закона Фарадея, приведенное в условии. Поделив обе части выражения на молярную массу, получим:

$$v = \frac{m}{M} = \frac{I \cdot t}{z \cdot F}$$

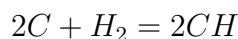
Из уравнения реакции видно, что количество водорода равно количеству хлора.

$$v_{H_2} = v_{Cl_2} = \frac{5,36 \text{ А} \cdot 15 \cdot 60}{2 \cdot 96500} = 0,025 \text{ моль}$$

Тогда количество водорода, пошедшее на реакцию с графеном, равно:

$$v = 0,25 \cdot 2 = 0,05 \text{ моль}$$

Запишем реакцию графена с водородом, учитывая, что при гидрировании до графана к каждому атому углерода присоединяется один атом водорода:



$$v_C = 0,05 \cdot 2 = 0,1 \text{ моль}$$

$$m_C = 0,1 \text{ моль} \cdot 12 \text{ г/моль} = 1,2 \text{ г}$$

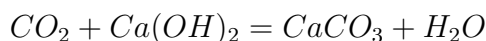
Ответ: 2,4.

Задача I.2.2.4. (25 баллов)

Для нанесения металлического покрытия газозафазным методом в реактор объемом 1 л поместили 1,408 г комплексного соединения неизвестного металла и нагрели до 250°C . После полной сублимации соединения температуру увеличили до 500°C и выдерживали до полного разложения комплекса. По окончании процесса давление в реакторе увеличилось на 136,8 кПа по сравнению с давлением при температуре сублимации. Оставшийся в реакторе газ, стабильный при н. у., собрали и сожгли. Полученный в результате газ полностью поглотили избытком известковой воды и получили 2,4 г осадка. Установите металл, который использовали для создания покрытия, и запишите его русское название.

Решение

Рассмотрим реакцию, в которую вступает газообразный продукт горения. Он реагирует с известковой водой (гидроксидом кальция) с образованием осадка. Это характерная реакция на углекислый газ, а продукт — карбонат кальция:

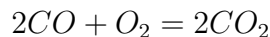


Из уравнения реакции видно, что:

$$v_{CO_2} = v_{CaCO_3} = \frac{2,4 \text{ г}}{40 + 12 + 16 \cdot 3} = \frac{2,4}{100} = 0,024 \text{ моль}$$

Из условий задачи известно, что продукт горения — газ, который полностью поглотился известковой водой. Следовательно, углекислый газ — это единственный продукт горения. Таким образом, после разложения комплекса в реакторе остался монооксид углерода CO .

Уравнение реакции горения:



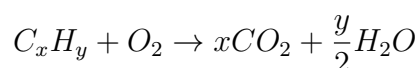
$$v_{CO} = v_{CO_2} = 0,024 \text{ моль}$$

Используя уравнение Менделеева – Клапейрона, найдем давление в реакторе после разложения:

$$PV = \frac{m}{M}RT = vRT$$

$$P = \frac{vRT}{V} = \frac{0,024 \text{ моль} \cdot 8,314 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 773 \text{ К}}{1 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3} = 154241 \text{ Па} = 154,24 \text{ кПа}$$

На данном этапе решения задачи может возникнуть сомнение, что газообразный продукт разложения — это некий непредельный углеводород, который также может выступать в качестве лиганда в комплексном соединении. Однако это предположение легко опровергнуть. Для этого запишем общую формулу углеводорода как C_xH_y , причем $x \geq 2$. Тогда уравнение горения:



Из уравнения видно, что из 1 моль углеводорода получается x моль углекислого газа. Следовательно:

$$v_{C_xH_y} = \frac{v_{CO_2}}{x}$$

При $x = 2$, $v = 0,012$ моль. Тогда давление в реакторе:

$$P = \frac{vRT}{V} = \frac{0,012 \text{ моль} \cdot 8,314 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 773 \text{ К}}{1 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3} = 77121 \text{ Па} = 77,12 \text{ кПа}$$

Это значение, равно как и значения при $x > 2$, не подходит по условию задачи, так как давление в реакторе после разложения увеличилось на 136,8 кПа. Таким образом, в состав комплекса в качестве лигандов входил именно монооксид углерода.

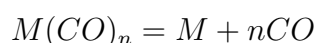
Найдем давление в реакторе до начала разложения:

$$P_0 = P - 136,8 = 154,24 - 136,8 = 17,44 \text{ кПа}$$

Воспользовавшись уравнением Менделеева – Клайперона, найдем количество вещества в реакторе до разложения:

$$v = \frac{PV}{RT} = \frac{17440 \text{ Па} \cdot 1 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3}{38,314 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 523 \text{ К}} = 0,004 \text{ моль}$$

Запишем уравнение разложения карбонильного комплекса неизвестного металла:



Поскольку рассчитанное количество комплекса составляет 0,004 моль, а количество монооксида углерода 0,024 моль, несложно рассчитать число молекул CO , входящих в состав комплекса:

$$n = \frac{0,024}{0,004} = 6$$

Молярная масса комплекса:

$$M = \frac{m}{v} = \frac{1,408 \text{ г}}{0,004 \text{ моль}} = 352 \text{ г/моль}$$

Рассчитаем атомную массу металла:

$$A_r = 352 - 28 \cdot 6 = 184 \text{ г/моль}$$

Эта атомная масса соответствует вольфраму.

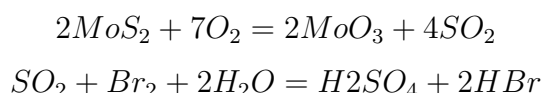
Ответ: Вольфрам.

Задача I.2.2.5. (25 баллов)

Навеску 9,45 мг дисульфида молибдена сожгли в токе кислорода. Выделившийся газ пропустили через 400 мл бромной воды. Газ целиком поглотился, бромная вода полностью обесцветилась, а pH получившегося раствора составил 3. Найдите массовую долю примеси в исходной навеске, дайте ответ с точностью до сотых. Считать все электролиты в растворе полностью продиссоциировавшими.

Решение

Запишем уравнения протекающих реакций:



И серная, и бромоводородная кислоты являются сильными. Поскольку по условию задачи они считаются полностью продиссоциировавшими, обе они вносят вклад в величину pH, а вкладом диссоциации воды можно пренебречь. Вычислим концентрацию ионов водорода:

$$pH = -\lg([H^+]) \Rightarrow [H^+] = 10^{-pH} = 10^{-3} = 0,001 \text{ моль/л}$$

Количество ионов водорода в указанном объеме:

$$v_{H^+} = \frac{0,001 \text{ моль} \cdot 400 \text{ л}}{1000 \text{ л}} = 0,0004 \text{ моль}$$

Рассмотрим уравнение реакции оксида серы с бромной водой. Из него видно, что на 1 моль прореагировавшего SO_2 приходится 4 моль образовавшихся ионов водорода. Тогда:

$$v_{SO_2} = \frac{0,0004}{4} = 0,0001 \text{ моль}$$

Согласно уравнению реакции горения дисульфида молибдена, из 1 моль MoS_2 образуется 2 моль SO_2 . Тогда:

$$MoS_2 = \frac{0,0001}{2} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ моль}$$

Найдем массу сгоревшего дисульфида молибдена:

$$m = \nu \cdot M = 5 \cdot 10^{-5} (96 + 32 \cdot 2) = 5 \cdot 10^{-5} \cdot 160 = 0,008 \text{ г} = 8 \text{ мг}$$

Массовые доли дисульфида молибдена и примесей в навеске:

$$\omega_{MoS_2} = \frac{8}{9,45} \cdot 100\% = 84,66\%$$

$$\omega_{\text{примеси}} = 100 - 84,66 = 15,34\%$$

Ответ: $15,34 \pm 0,02$.

Вторая попытка. Задачи 8–9 класса

Задача I.2.3.1. (10 баллов)

После реакции 1 моль некоторого металла с йодом масса продукта оказалась в 3,26 раз выше массы исходного металла. Найдите металл и укажите его русское название.

Решение

Обозначим атомную массу неизвестного элемента как x . Зная, что валентность йода равна единице, можем записать общую формулу иодида как MX_n , где n — валентность металла. Тогда по условию задачи можно записать уравнение:

$$\frac{x + 127n}{x} = 3,26$$

Решим это уравнение относительно x :

$$x + 127n = 3,26x$$

$$2,26x = 127n$$

$$x = 56,2n$$

Найдем, какой атомный вес металла получится при различных значениях n :

n	1	2	3
Ar	56,2	112,4	168,6
Элемент	-	Cd	-

Ответ: Кадмий.

Задача I.2.3.2. (20 баллов)

Круглую пластинку диаметром 9 см поместили в 20 мл 0,02 М раствора хлорида золота и провели электрохимическое восстановление. После окончания процесса концентрация ионов золота в растворе уменьшилась в два раза, а на одной из сторон пластинки обнаружилось наноразмерное покрытие. Приняв, что плотность золота 19,35 г/см³, найдите толщину покрытия. Ответ выразите в нм с точностью до целых. Атомную массу золота округлите до целого значения, $\pi = 3,1416$. Изменением объема раствора пренебречь.

Решение

Найдем площадь пластинки:

$$r = \frac{d}{2} = 4,5 \text{ см}$$

$$S = \pi r^2 = 3,1416 \cdot 4,5^2 = 63,62 \text{ см}^2$$

Найдем, какое количество золота выпало на пластинке. В растворе до осаждения находилось:

$$v_{Au} = AuCl_3 = \frac{20 \cdot 0,02}{1000} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ моль}$$

После осаждения:

$$C_{Au} = \frac{0,02}{2} = 0,01 \text{ моль/л}$$

$$v_{Au} = \frac{20 \cdot 0,01}{1000} = 1 \cdot 10^{-4} \text{ моль}$$

Было осаждено на пластинке:

$$v_{Au} = 0,0004 - 0,0002 = 0,0002 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ моль}$$

Найдем массу и объем золота на пластинке:

$$m_{Au} = v \cdot M = 2 \cdot 10^{-4} \cdot 197 = 0,0394 \text{ г}$$

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{0,0394}{19,35} = 0,00204 \text{ см}^3$$

Найдем толщину покрытия на пластинке:

$$l = \frac{V}{S} = \frac{0,00204}{63,62} = 3,2 \cdot 10^{-5} \text{ см} = 320 \text{ нм}$$

Ответ: 320 ± 2.

Задача I.2.3.3. (20 баллов)

К 10 г 16% раствора сульфата меди последовательно прилили 50 мл 0,5 М раствора гидроксида натрия, 4,9 г 12% раствора серной кислоты и 20 мл 0,75 М раствора хлорида бария. Осадок высушили. Вычислите его массу. Ответ дайте, округлив до сотых.

Решение

Найдем количества всех указанных в условии веществ.

Сульфат меди:

$$m_{CuSO_4} = \frac{m_{\text{р-ра}} \omega}{100\%} = \frac{10 \cdot 16}{100} = 1,6 \text{ г}$$

$$v_{CuSO_4} = \frac{m}{M} = \frac{1,6}{160} = 0,01 \text{ моль} = 10 \text{ ммоль } CuSO_4$$

Гидроксид натрия:

$$v_{NaOH} = \frac{50 \text{ мл} \cdot 0,5 \text{ моль/л}}{1000 \text{ мл} = 0,025 \text{ моль}} = 25 \text{ ммоль } NaOH$$

Серная кислота:

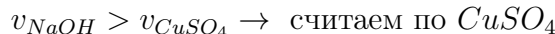
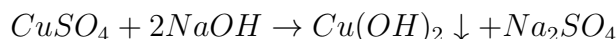
$$m_{H_2SO_4} = \frac{4,9 \cdot 12}{100} = 0,588 \text{ г}$$

$$v_{H_2SO_4} = \frac{0,588}{98} = 0,006 \text{ моль} = 6 \text{ ммоль } H_2SO_4$$

Хлорид бария:

$$v_{BaCl_2} = \frac{20 \text{ мл} \cdot 0,75 \text{ моль/л}}{1000 \text{ мл}} = 0,015 \text{ моль} = 15 \text{ ммоль } BaCl_2$$

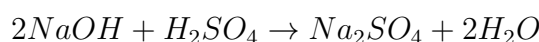
На первом этапе в растворе протекает реакция:



Запишем, какие вещества и в каком количестве выпали в осадок и остались в растворе:

Прилили	В растворе	В осадке
10CuSO ₄	10Cu ²⁺ + 10SO ₄ ²⁻	
25NaOH	25Na ⁺ + 10SO ₄ ²⁻ , 5OH ⁻	10Cu(OH) ₂

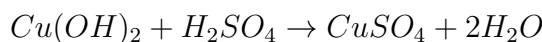
После приливания к раствору серной кислоты в первую очередь протекает реакция нейтрализации оставшегося в растворе гидроксида:



При этом израсходуется серной кислоты:

$$H_2SO_4 = 5/2 = 2,5 \text{ ммоль}$$

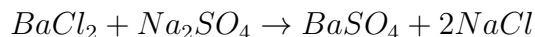
Непрореагировавшая серная кислота в количестве 3,5 ммоль вступает в реакцию с гидроксидом меди:



Cu(OH)₂ и H₂SO₄ вступают в реакцию в эквимольном отношении, следовательно, 3,5 ммоль H₂SO₄ прореагируют с 3,5 ммоль Cu(OH)₂. Тогда:

Прилили	В растворе	В осадке
$6H_2SO_4$	$25Na^+, 3,5Cu^{2+}$ $16SO_4^{2-}$	$6,5Cu(OH)_2$

После добавления хлорида бария протекает реакция:



$$v_{Ba^{2+}} < v_{SO_4^{2-}} \rightarrow v_{BaSO_4} = v_{Ba^{2+}} = 15 \text{ ммоль}$$

Прилили	В растворе	В осадке
$15BaCl_2$	$25Na^+, 3,5Cu^{2+}$ $30Cl^-, SO_4^{2-}$	$6,5Cu(OH)_2$ $15BaSO_4$

Рассчитаем массы выпавших осадков:

$$m_{Cu(OH)_2} = v \cdot M = 0,0065 \cdot 98 = 0,637 \text{ г}$$

$$m_{BaSO_4} = 0,015 \cdot 233 = 3,495 \text{ г}$$

$$0,637 + 3,495 = 4,132 \text{ г}$$

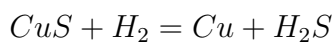
Ответ: 3.89 ± 0.01 .

Задача I.2.3.4. (25 баллов)

4,464 г смеси цинковой и алюминиевой стружки обработали избытком раствора гидроксида натрия. При этом выделился такой объем газа, которого хватило на полное восстановление 8,64 г сульфида меди до металлической меди. Рассчитайте массу алюминия в исходной смеси. При расчете атомные массы алюминия и цинка округлить до десятых. Ответ дать с точностью до сотых.

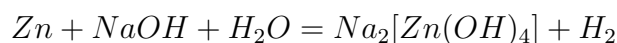
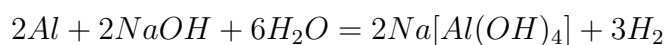
Решение

Найдем, какое количество водорода было затрачено на восстановление сульфида меди:



$$v_{H_2} = v_{CuS} = \frac{m}{M} = \frac{8,64}{96} = 0,09 \text{ моль}$$

Запишем уравнения взаимодействия цинка и алюминия со щелочью:



Как видно из уравнений, из 1 моль алюминия образуется 1,5 моль водорода, из 1 моль цинка — 1 моль водорода.

Обозначим за x моль количество алюминия, y — количество цинка в смеси. Тогда можно записать систему уравнений:

$$\begin{cases} 1,5x + y = 0,09, \\ 27x + 65,4y = 4,464 \end{cases}$$

$$y = 0,09 - 1,5x$$

$$27x + 65,4(0,09 - 1,5x) = 4,464$$

$$71,1x = 1,422$$

$$x = 0,02$$

Тогда найдем массу алюминия:

$$m_{Al} = 0,02 \cdot 27 = 0,54 \text{ г}$$

Ответ: $0,54 \pm 0,01$.

Задача I.2.3.5. (25 баллов)

В герметично закрытый перчаточный ящик поместили два открытых химических стакана. В первом стакане находилось 16 г олеума с массовой долей серной кислоты 85%. Во втором стакане находилось 16 г 5% раствора поваренной соли. Стаканы оставили на ночь. На следующий день концентрация серной кислоты в первом стакане составила 95%. При этом влажность воздуха в ящике осталась неизменной. Найдите массовую долю соли во втором стакане. Дайте ответ с точностью до сотых.

Решение

Известно, что олеум, или раствор SO_3 в серной кислоте, является водоотнимающим агентом. Концентрации веществ в стаканах изменяются за счет того, что олеум отнимает испаряющуюся из второго стакана воду, а содержащийся в нем триоксид серы превращается в серную кислоту. Существует два состояния системы, при которых концентрация кислоты в первом стакане достигает 90%:

1. Прореагировала часть SO_3 . В стакане 95% серной кислоты и 5% триоксида серы.
2. SO_3 прореагировал целиком, серная кислота поглотила еще некоторое количество воды. В стакане 95% серной кислоты и 5% воды. Рассмотрим оба варианта решения.

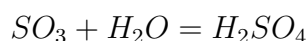
Вариант 1.

Найдем, какая масса серной кислоты и оксида серы содержалась в олеуме:

$$mH_2SO_4 = 16 \text{ г} \cdot 85\%100\% = 13,6 \text{ г}$$

$$mSO_3 = 16 - 13,6 = 2,4 \text{ г}$$

Запишем уравнение реакции оксида серы с водой:



Из уравнения видно, что из 1 моль воды образуется 1 моль кислоты.

Обозначим количество воды, поглощенной олеумом, за x . Тогда масса поглощенной воды будет равна $18 \cdot x$, масса образовавшейся серной кислоты $98 \cdot x$. Можно записать выражение для массовой доли кислоты:

$$H_2SO_4(2) = mH_2SO_{4(2)mp-pa(2)} \cdot 100\% = 13,6 + 98x \quad 16 + 18x \cdot 100\% = 95\%$$

Решим полученное уравнение относительно x :

$$13,6 + 98x = 0,95(16 + 18x)$$

$$80,9x = 1,6$$

$$x = 0,02 \text{ моль}$$

Тогда масса воды, поглощенная олеумом, составила:

$$mH_2O = 0,02 \cdot 18 = 0,36 \text{ г}$$

По условию задачи влажность воздуха не изменилась, следовательно, масса поглощенной воды равна массе воды, испарившейся из второго стакана. Тогда для второго стакана найдем:

$$mNaCl = 16 \cdot 5\% \cdot 100\% = 0,8 \text{ г}$$

$$m_{p-pa2} = 16 - 0,36 = 15,64 \text{ г}$$

$$2 = 0,815,64 \cdot 100\% = 5,12\%$$

Ответ: $5,12 \pm 0,02$.

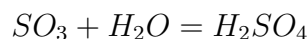
Вариант 2.

Найдем массу серной кислоты и оксида серы в олеуме:

$$mH_2SO_4 = \frac{16 \text{ г} \cdot 85\%}{100\%} = 13,6 \text{ г}$$

$$mSO_3 = 16 - 13,6 = 2,4 \text{ г}$$

Запишем уравнение реакции оксида серы с водой:



Из уравнения видно, что из 1 моль оксида серы образуется 1 моль кислоты. Найдем количество серной кислоты, которая образовалась из данного количества оксида:

$$v_{H_2SO_4} = v_{SO_3} = \frac{2,4 \text{ г}}{80 \text{ г/моль}} = 0,03 \text{ моль}$$

$$m_{H_2SO_4} = 98 \text{ г/моль} \cdot 0,03 \text{ моль} = 2,94 \text{ г}$$

Таким образом, суммарная масса серной кислоты в растворе после окончания реакции равна:

$$m_{\text{общ}} = 13,6 + 2,94 = 16,54 \text{ г}$$

Найдем массу раствора, зная массовую долю кислоты в растворе:

$$m_{\text{р-ра}} = \frac{16,54 \cdot 100\%}{95\%} = 17,41 \text{ г}$$

Увеличение массы раствора произошло за счет поглощенной воды (включая воду, пошедшую на образование серной кислоты из оксида). Найдем массу поглощенной воды:

$$m_{H_2O} = 17,41 - 16 = 1,41 \text{ г}$$

Поскольку влажность воздуха не изменилась, то масса воды, поглощенной олеумом, равна массе воды, испарившейся из раствора соли. Тогда для второго стакана найдем:

$$m_{NaCl} = \frac{16 \cdot 5\%}{100\%} = 0,8 \text{ г}$$

$$m_{\text{р-ра}2} = 16 - 1,41 = 14,59 \text{ г}$$

$$\omega_2 = \frac{0,8}{14,59} \cdot 100\% = 5,48\%$$

Ответ: $5,48 \pm 0,02$.

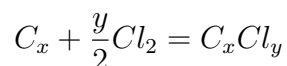
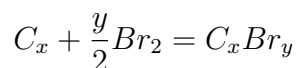
Вторая попытка. Задачи 10–11 класса

Задача I.2.4.1. (10 баллов)

При бромировании 1 моль образца фуллерена неизвестного состава масса продукта оказалась больше массы исходного вещества в 3,37 раз. При хлорировании 0,01 моль того же фуллерена получено 22,16 г продукта. Элементный анализ показал, что число атомов брома в первом продукте равно числу атомов хлора во втором. Установите и запишите брутто-формулу фуллерена.

Решение

Запишем в общем виде уравнения бромирования и хлорирования фуллерена. Учтем, что присоединение галогенов происходит только за счет разрыва двойных связей в молекулах фуллерена.



Для первой реакции можно записать выражение:

$$\frac{12x + 80y}{12x} = 3,37$$

Рассмотрим вторую реакцию. Поскольку по уравнению из 1 моль фуллерена образуется 1 моль продукта, то:

$$v_{C_x Br_y} = v_{C_x} = 0,01 \text{ моль}$$

Тогда масса 1 моля продукта (молярная масса):

$$M_{C_xCl_y} = \frac{22,16 \text{ г}}{0,01 \text{ моль}} = 2216 \text{ г/моль}$$

$$M_{C_xCl_y} = 12x + 35,5y$$

Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{12x+80y}{12x} = 3,37, \\ 12x + 35,5y = 2216 \end{cases}$$

$$x = \frac{2216 - 35,5y}{12}$$

$$\frac{2216 - 35,5y + 80y}{2216 - 35,5y} = 3,37$$

$$2216 + 44,5y = 7467,92 - 119,635y$$

$$164,135y = 5251,92$$

$$y = 32$$

Тогда количество атомов углерода, входящее в состав фуллерена:

$$x = \frac{2216 - 35,5 \cdot 32}{12} = 90$$

Ответ: C90.

Задача I.2.4.2. (20 баллов)

Для создания катализатора 3 000 стеклянных шариков диаметром 0,5 мм поместили в 10 мл 0,0185 М раствора хлорида золота и провели электрохимическое восстановление. После окончания процесса концентрация ионов золота в растворе уменьшилась в два раза. Приняв, что плотность золота 19,33 г/см³, найдите толщину покрытия, образовавшегося на шариках. Ответ выразите в нм с точностью до целых. Атомную массу золота округлите до целого значения, $\pi = 3,1416$.

Решение

Найдем суммарную площадь поверхности всех шариков, выразив ее в квадратных сантиметрах для удобства пересчета.

$$r_1 = \frac{d_1}{2} = \frac{0,05}{2} \text{ см} = 0,025 \text{ см}$$

$$S_1 = 4\pi r^2 = 4 \cdot 3,1416 \cdot 0,025^2 = 0,007854 \text{ см}^2$$

$$S = 0,007854 \cdot 3000 = 23,562 \text{ см}^2$$

Найдем, какое количество золота выпало на поверхности шариков. В растворе до осаждения находилось:

$$v_{Au} = v_{AuCl_3} = \frac{10 \cdot 0,0185}{1000} = 1,85 \cdot 10^{-4} \text{ моль}$$

После осаждения:

$$C_{Au} = \frac{0,0185}{2} = 0,00925 \text{ моль/л}$$

$$v_{Au} = \frac{10 \cdot 0,00925}{1000} = 9,25 \cdot 10^{-5} \text{ моль}$$

Было осаждено на шариках:

$$v_{Au} = 0,000185 - 0,0000925 = 0,0000925 = 9,25 \cdot 10^{-5} \text{ моль}$$

Найдем массу и объем золота на поверхности шариков:

$$m_{Au} = v \cdot M = 9,25 \cdot 10^{-5} \cdot 197 = 0,01822 \text{ г}$$

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{0,0182}{219,33} = 0,000943 \text{ см}^3$$

Найдем толщину покрытия на шариках:

$$l = \frac{V}{S} = \frac{0,000943}{23,562} = 4,00 \cdot 10^{-5} \text{ см} = 400 \text{ нм}$$

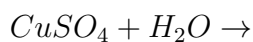
Ответ: 400 ± 2 .

Задача I.2.4.3. (20 баллов)

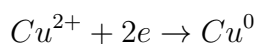
Для полного гидрирования некоторой навески графена до графана потребовался объем водорода (н. у.), количественно равный суммарному объему газообразных продуктов (продукта), выделившихся при электролизе раствора сульфата меди в течение 20 мин при силе тока 7,04 А. Масса продукта электролиза связана с протекающим через ячейку током законом $m = \frac{M \cdot I \cdot t}{z \cdot F}$, где m — масса продукта (г), M — молярная масса продукта (г/моль), I — сила тока (А), t — время (с), z — число электронов на один ион, подвергнутый электролизу, $F = 96500$ Кл/моль — постоянная Фарадея. Вычислите массу исходной навески графена. Ответ округлите до сотых.

Решение

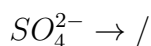
Запишем выражение для электролиза раствора хлорида натрия:

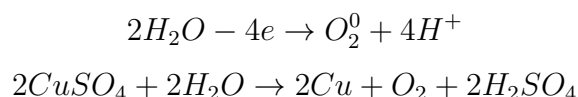


Катод:



Анод:





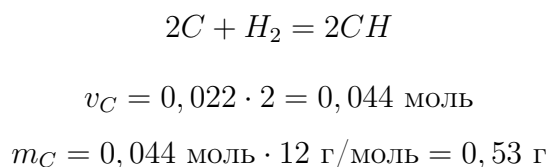
Выделился один газообразный продукт: кислород.

Для удобства расчета перейдем от объемов и масс газов к количеству веществ. Для этого преобразуем выражение для объединенного закона Фарадея, приведенное в условии. Поделив обе части выражения на молярную массу, получим:

$$v = \frac{m}{M} = \frac{I \cdot t}{z \cdot F}$$

$$v_{O_2} = \frac{7,04A \cdot 20 \cdot 60}{4 \cdot 96500} = 0,022 \text{ моль}$$

Тогда количество водорода, пошедшее на реакцию с графеном, равно 0,022 моль. Запишем реакцию графена с водородом, учитывая, что при гидрировании до графана к каждому атому углерода присоединяется один атом водорода:



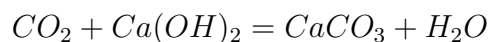
Ответ: $0,53 \pm 0,01$.

Задача I.2.4.4. (25 баллов)

Для нанесения металлического покрытия газозавным методом в реактор объемом 1 л поместили 0,7917 г комплексного соединения неизвестного металла и нагрели до $160^\circ C$. После полной сублимации соединения температуру увеличили до $400^\circ C$ и выдерживали до полного разложения комплекса. По окончании процесса давление в реакторе увеличилось на 89,9 кПа по сравнению с давлением при температуре сублимации. Оставшийся в реакторе газ, стабильный при н. у., собрали и сожгли. Полученный в результате газ полностью поглотили избытком известковой воды и получили 1,8 г осадка. Установите металл, который использовали для создания покрытия, и запишите его русское название.

Решение

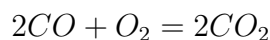
Рассмотрим реакцию, в которую вступает газообразный продукт горения. Он реагирует с известковой водой (гидроксидом кальция) с образованием осадка. Это характерная реакция на углекислый газ, а продукт — карбонат кальция:



Из уравнения реакции видно, что:

$$c_{CO_2} = v_{CaCO_3} = \frac{1,8 \text{ г}}{40 + 12 + 16 \cdot 3} = \frac{1,8}{100} = 0,018 \text{ моль}$$

Из условий задачи известно, что продукт горения — газ, который полностью поглотился известковой водой. Следовательно, углекислый газ — это единственный продукт горения. Таким образом, после разложения комплекса в реакторе остался монооксид углерода CO . Уравнение реакции горения:



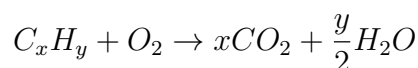
$$v_{CO} = v_{CO_2} = 0,018 \text{ моль}$$

Используя уравнение Менделеева – Клапейрона, найдем давление в реакторе после разложения:

$$PV = \frac{m}{M}RT = vRT$$

$$P = \frac{vRT}{V} = \frac{0,018 \text{ моль} \cdot 8,314 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 673 \text{ К}}{1 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3} = 100716 \text{ Па} = 100,716 \text{ кПа}$$

На данном этапе решения задачи может возникнуть сомнение, что газообразный продукт разложения — это некий непредельный углеводород, который также может выступать в качестве лиганда в комплексном соединении. Однако это предположение легко опровергнуть. Для этого запишем общую формулу углеводорода как C_xH_y , причем $x \geq 2$. Тогда уравнение горения:



Из уравнения видно, что из 1 моль углеводорода получается x моль углекислого газа. Следовательно:

$$v_{C_xH_y} = \frac{v_{CO_2}}{x}$$

При $x = 2$, $v = 0,009$ моль. Тогда давление в реакторе:

$$P = \frac{vRT}{V} = \frac{0,009 \text{ моль} \cdot 8,314 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 673 \text{ К}}{1 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3} = 50358 \text{ Па} = 50,358 \text{ кПа}$$

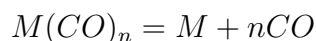
Это значение, равно как и значения при $x > 2$, не подходит по условию задачи, так как давление в реакторе после разложения увеличилось на 89,9 кПа. Таким образом, в состав комплекса в качестве лигандов входил именно монооксид углерода. Найдем давление в реакторе до начала разложения:

$$P_0 = P - 136,8 = 100,716 - 89,9 = 10,816 \text{ кПа}$$

Воспользовавшись уравнением Менделеева – Клайперона, найдем количество вещества в реакторе до разложения:

$$v = \frac{PV}{RT} = \frac{10816 \text{ Па} \cdot 1 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3}{38,314 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 433 \text{ К}} = 0,003 \text{ моль}$$

Запишем уравнение разложения карбонильного комплекса неизвестного металла:



Поскольку рассчитанное количество комплекса составляет 0,003 моль, а количество монооксида углерода 0,018 моль, несложно рассчитать число молекул CO , входящих в состав комплекса:

$$n = \frac{0,018}{0,003} = 6$$

Молярная масса комплекса:

$$M = \frac{m}{v} = \frac{0,7917 \text{ г}}{0,003 \text{ моль}} = 263,9 \text{ г/моль}$$

Рассчитаем атомную массу металла:

$$A_r = 263,9 - 28 \cdot 6 = 95,9 \text{ г/моль}$$

Эта атомная масса соответствует молибдену.

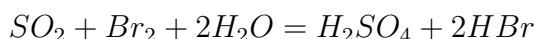
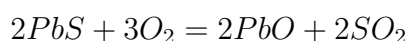
Ответ: Молибден.

Задача I.2.4.5. (25 баллов)

Навеску 9,095 мг сульфида свинца сожгли в токе кислорода. Выделившийся газ пропустили через 400 мл бромной воды. Газ целиком поглотился, бромная вода полностью обесцветилась, а pH получившегося раствора составил 3,44. Найдите массовую долю примеси в исходной навеске, дайте ответ с точностью до сотых. Считать все электролиты в растворе полностью продиссоциировавшими. Атомную массу свинца округлить до десятых.

Решение

Запишем уравнения протекающих реакций:



И серная, и бромоводородная кислоты являются сильными. Поскольку по условию задачи они считаются полностью продиссоциировавшими, обе они вносят вклад в величину pH, а вкладом диссоциации воды можно пренебречь.

Вычислим концентрацию ионов водорода:

$$pH = -\lg[(H^+)] \Rightarrow [H^+] = 10^{-pH} = 10^{-3,44} = 0,000363 \text{ моль/л}$$

Количество ионов водорода в указанном объеме:

$$v_{H^+} = \frac{0,000363 \text{ моль} \cdot 400 \text{ мл}}{1000 \text{ мл}} = 0,0001452 \text{ моль}$$

Рассмотрим уравнение реакции оксида серы с бромной водой. Из него видно, что на 1 моль прореагировавшего SO_2 приходится 4 моль образовавшихся ионов водорода. Тогда

$$v_{SO_2} = \frac{0,000145}{4} = 3,63 \cdot 10^{-5} \text{ моль}$$

Согласно уравнению реакции горения сульфида свинца, из 1 моль PbS образуется 1 моль SO_2 . Тогда:

$$v_{PbS} = 3,63 \cdot 10^{-5} \text{ моль}$$

Найдем массу сгоревшего сульфида свинца:

$$m = v \cdot M = 3,63 \cdot 10^{-5} (207,2 + 32) = 3,63 \cdot 10^{-5} \cdot 160 = 0,008683 \text{ г} = 8,683 \text{ мг}$$

Массовые доли сульфида свинца и примесей в навеске:

$$\omega_{PbS} = \frac{8,683}{9,095} \cdot 100\% = 95,47\%$$

$$\omega_{\text{примеси}} = 100 - 95,47 = 4,53\%$$

Ответ: $4,53 \pm 0,08$.

Третья попытка. Задачи 8–9 класса

Задача I.2.5.1. (10 баллов)

После реакции 1 моль некоторого элемента с бромом масса продукта оказалась в 2,97 раз выше массы исходного элемента. Найдите элемент и укажите его русское название.

Решение

Обозначим атомную массу неизвестного элемента как x . Зная, что валентность брома равна единице, можем записать общую формулу бромида как MX_n , где n — валентность элемента. Тогда по условию задачи можно записать уравнение:

$$\frac{x + 80n}{x} = 2,97$$

Решим это уравнение относительно x :

$$x + 80n = 2,97x$$

$$1,97x = 80n$$

$$x = 40,6n$$

Найдем, какой атомный вес металла получится при различных значениях n :

n	1	2	3
Ar	40,6	81,2	121,8
Элемент	-	-	Sb

Ответ: Сурьма.

Задача I.2.5.2. (20 баллов)

Пластинку диаметром 4 см поместили в 11 мл 0,019 М раствора хлорида платины и провели электрохимическое восстановление. После окончания процесса концентрация ионов платины в растворе уменьшилась в два раза, а на одной из сторон пластинки обнаружилось наноразмерное покрытие. Зная, что плотность платины составляет 21,45 г/см³, найдите толщину покрытия. Ответ выразите в нм с точностью до целых. Атомную массу платины округлите до целого значения, $\pi = 3.1416$. Изменением объема раствора пренебречь.

Решение

Найдем площадь пластинки:

$$r = \frac{d}{2} = 2 \text{ см}$$

$$S = \pi r^2 = 3,1416 \cdot 2^2 = 12,57 \text{ см}^2$$

Найдем, какое количество платины выпало на пластинке. В растворе до осаждения находилось:

$$v_{Pt} = v_{PtCl_4} = \frac{11 \cdot 0,019}{1000} = 2,09 \cdot 10^{-4} \text{ моль}$$

После осаждения:

$$C_{Pt} = \frac{0,019}{2} = 0,0095 \text{ моль/л}$$

$$v_{Pt} = \frac{11 \cdot 0,0095}{1000} = 1,045 \cdot 10^{-4} \text{ моль}$$

Было осаждено на пластинке:

$$v_{Pt} = 0,000209 - 0,0001045 = 0,0001045 = 1,045 \cdot 10^{-4} \text{ моль}$$

Найдем массу и объем платины на пластинке:

$$m_{Pt} = v \cdot M = 1,045 \cdot 10^{-4} \cdot 195 = 0,0204 \text{ г}$$

$$V = \frac{m}{\rho} = 0,020421,45 = 0,00095 \text{ см}^3$$

Найдем толщину покрытия на пластинке:

$$l = \frac{V}{S} = \frac{0,00095}{12,57} = 7,56 \cdot 10^{-5} \text{ см} = 756 \text{ нм}$$

Ответ: 756 ± 3.

Задача I.2.5.3. (20 баллов)

К 81,6 г 5% раствора хлорида двухвалентной ртути последовательно прилили 16 мл 1,25 М раствора сульфида натрия, 5,88 г 20% раствора серной кислоты и 28 мл 0,25 М раствора хлорида кальция. Осадок высушили. Вычислите его массу, если известно, что один из выпавших осадков — гипс. Ответ дайте, округлив до десятых. При расчетах все атомные массы элементов округлить до целых.

Решение

Найдем количества всех указанных в условии веществ.

Хлорид ртути:

$$m_{HgCl_2} = \frac{m_{\text{р-ра}} \omega}{100\%} = \frac{81,6 \cdot 5}{100} = 4,08 \text{ г}$$

$$v_{HgCl_2} = \frac{m}{M} = \frac{4,08}{272} = 0,015 \text{ моль} = 15 \text{ ммоль } HgCl_2$$

Сульфид натрия:

$$Na_2S = \frac{16 \text{ мл} \cdot 1,25 \text{ моль/л}}{1000 \text{ мл}} = 0,02 \text{ моль} = 20 \text{ ммоль } Na_2S$$

Серная кислота:

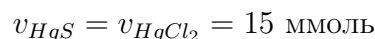
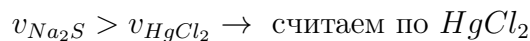
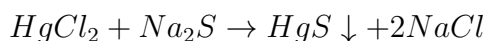
$$m_{H_2SO_4} = \frac{5,88 \cdot 20}{100} = 1,176 \text{ г}$$

$$v_{H_2SO_4} = \frac{1,176}{98} = 0,012 \text{ моль} = 12 \text{ ммоль } H_2SO_4$$

Хлорид кальция:

$$v_{CaCl_2} = \frac{28 \text{ мл} \cdot 0,25 \text{ моль/л}}{1000 \text{ мл}} = 0,007 \text{ моль} = 7 \text{ ммоль } CaCl_2$$

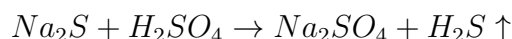
На первом этапе в растворе протекает реакция:



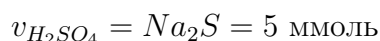
Запишем, какие вещества и в каком количестве выпали в осадок и остались в растворе:

Прилили	В растворе	В осадке
$15HgCl_2$	$15Hg^{2+}, 30Cl^{-}$	-
$20Na_2S$	$40Na^{+}$ $5S^{2-}, 30Cl^{-}$	$15HgS$

После приливания к раствору серной кислоты протекает реакция ионов водорода с сульфид-ионами и образуется сероводород, который улетучивается из системы:



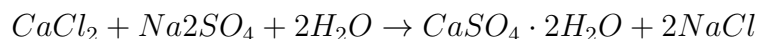
При этом израсходуется серной кислоты:



Однако серная кислота не вступает в реакцию с осадком, поскольку сульфид ртути не растворим даже в сильных кислотах. Таким образом, в системе имеется:

Прилили	В растворе	В осадке
$12H_2SO_4$	$40Na^+, 14H^+$ $12SO_4^{2-}, 30Cl^-$	$15HgS$

После добавления хлорида кальция протекает реакция образования гипса. Как известно, гипс — это двухводный сульфат кальция:



$$v_{Ca^{2+}} < v_{SO_4^{2-}} \rightarrow v_{CaSO_4 \cdot 2H_2O} = v_{Ca^{2+}} = 7 \text{ ммоль}$$

Гипс также нерастворим в кислотах и не реагирует с имеющимися в растворе ионами водорода. Тогда получаем:

Прилили	В растворе	В осадке
$7CaCl_2$	$40Na^+, 14H^+$ $5SO_4^{2-}, 44Cl^-$	$15HgS$ $7CaSO_4 \cdot 2H_2O$

Рассчитаем массы выпавших осадков:

$$m_{HgS} = v \cdot M = 0,0015 \cdot 233 = 3,495 \text{ г}$$

$$m_{CaSO_4 \cdot 2H_2O} = 0,007 \cdot 172 = 1,204 \text{ г}$$

$$1,204 + 3,495 = 4,699 \text{ г} = 4,7 \text{ г}$$

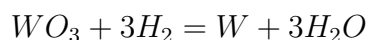
Ответ: $4,7 \pm 0,1$.

Задача I.2.5.4. (25 баллов)

3,58 г смеси цинковой и алюминиевой стружки обработали избытком раствора гидроксида натрия. При этом выделился такой объем газа, которого хватило на полное восстановление 9,276 г оксида вольфрама (VI) до металлического вольфрама. Рассчитайте массу цинка в исходной смеси. При расчете атомные массы элементов округлить до десятых. Ответ дать с точностью до сотых.

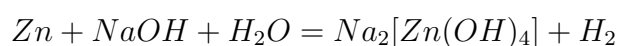
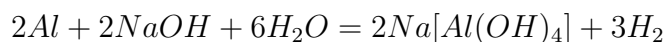
Решение

Найдем, какое количество водорода было затрачено на восстановление оксида вольфрама:



$$H_2 = 3 \cdot v_{WO_3} = 3 \cdot \frac{9,276}{231,9} = 3 \cdot 0,04 = 0,12 \text{ моль}$$

Запишем уравнения взаимодействия цинка и алюминия со щелочью:



Как видно из уравнений, из 1 моль алюминия образуется 1,5 моль водорода, из 1 моль цинка — 1 моль водорода.

Обозначим за x моль количество алюминия, y — количество цинка в смеси. Тогда можно записать систему уравнений:

$$\begin{cases} 1,5x + y = 0,12, \\ 27x + 65,4y = 3,58 \end{cases}$$

$$y = 0,12 - 1,5x$$

$$27x + 65,4(0,12 - 1,5x) = 3,58$$

$$71,1x = 4,268$$

$$x = 0,06$$

Тогда найдем количество и массу цинка:

$$v_{Zn} = 0,12 - 1,5v_{Al} = 0,12 - 0,09 = 0,03 \text{ моль}$$

$$m_{Zn} = 0,03 \cdot 65,4 = 1,96 \text{ г}$$

Ответ: $1,96 \pm 0,01$.

Задача I.2.5.5. (25 баллов)

В герметично закрытый перчаточный ящик поместили два открытых химических стакана. В первом стакане находилось 10 г олеума с массовой долей серной кислоты 80%. Во втором стакане находилось 10 г 12% раствора поваренной соли. Стаканы оставили на ночь. На следующий день концентрация серной кислоты в первом стакане перестала изменяться и вновь стала равной 80%. При этом влажность воздуха в ящике осталась неизменной. Найдите массовую долю соли во втором стакане. Дайте ответ с точностью до сотых.

Решение

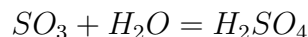
Известно, что олеум, или раствор SO_3 в серной кислоте, является водоотнимающим агентом. Концентрации веществ в стаканах изменяются за счет того, что олеум отнимает испаряющуюся из второго стакана воду, а содержащийся в нем триоксид серы превращается в серную кислоту. Концентрированная серная кислота также поглощает воду. Следовательно, после прошедшей реакции возможно только одно состояние системы, в котором концентрация серной кислоты в стакане станет вновь равной 80%: оксид полностью прореагировал, превратившись в серную кислоту, а оставшиеся 20% массы — это поглощенная вода.

Найдем массу серной кислоты и оксида серы в олеуме:

$$m_{H_2SO_4} = \frac{10 \text{ г} \cdot 80\%}{100\%} = 8 \text{ г}$$

$$m_{SO_3} = 10 - 8 = 2 \text{ г}$$

Запишем уравнение реакции оксида серы с водой:



Из уравнения видно, что из 1 моль оксида серы образуется 1 моль кислоты. Найдем количество серной кислоты, которая образовалась из данного количества оксида:

$$v_{H_2SO_4} = v_{SO_3} = \frac{2 \text{ г}}{80 \text{ г/моль}} = 0,025 \text{ моль}$$

$$m_{H_2SO_4} = 98 \text{ г моль} \cdot 0,025 \text{ моль} = 2,45 \text{ г}$$

Таким образом, суммарная масса серной кислоты в растворе после окончания реакции равна:

$$m_{\text{общ}} = 8 + 2,45 = 10,45 \text{ г}$$

Найдем массу раствора, зная массовую долю кислоты в растворе:

$$m_{\text{р-ра}} = \frac{10,45 \cdot 100\%}{80\%} = 13,06 \text{ г}$$

Увеличение массы раствора произошло за счет поглощенной воды (включая воду, пошедшую на образование серной кислоты из оксида). Найдем массу поглощенной воды:

$$m_{H_2O} = 13,06 - 10 = 3,06 \text{ г}$$

Поскольку влажность воздуха не изменилась, то масса воды, поглощенной олеумом, равна массе воды, испарившейся из раствора соли. Тогда для второго стакана найдем:

$$m_{NaCl} = \frac{10 \cdot 12\%}{100\%} = 1,2 \text{ г}$$

$$m_{\text{р-ра}2} = 10 - 3,06 = 6,94 \text{ г}$$

$$\omega_2 = \frac{1,2}{6,94} \cdot 100\% = 17,29\%$$

Ответ: $17,29 \pm 0,02$.

Третья попытка. Задачи 10–11 класса

Задача I.2.6.1. (10 баллов)

При бромировании 1 моль образца фуллерена неизвестного состава масса продукта оказалась больше массы исходного вещества в 1,952 раза. При гидрировании 0,01 моль того же фуллерена получено 8,5 г продукта. Элементный анализ показал, что число атомов брома в первом продукте равно числу атомов водорода во втором. Установите и запишите брутто-формулу фуллерена.

Решение

Запишем в общем виде уравнения бромирования и хлорирования фуллерена. Учтем, что присоединение галогенов происходит только за счет разрыва двойных связей в молекулах фуллерена.

$$C_x + \frac{y}{2}Br_2 = C_xBr_y$$

$$C_x + \frac{y}{2}H_2 = C_xH_y$$

Для первой реакции можно записать выражение:

$$\frac{12x + 80y}{12x} = 1,952$$

Рассмотрим вторую реакцию. Поскольку по уравнению из 1 моль фуллерена образуется 1 моль продукта, то:

$$v_{C_xH_y} = v_{C_x} = 0,01 \text{ моль}$$

Тогда масса 1 моля продукта (молярная масса):

$$M_{C_xH_y} = \frac{8,5 \text{ г}}{0,01 \text{ моль}} = 850 \text{ г/моль}$$

$$M_{C_xH_y} = 12x + y$$

Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{12x+80y}{12x} = 1,952, \\ 12x + y = 850 \end{cases}$$

$$x = \frac{850 - y}{12}$$

$$\frac{850 - y + 80y}{850 - y} = 1,952$$

$$850 + 79y = 1659,2 - 1,952y$$

$$80,952y = 809,2$$

$$y = 10$$

Тогда количество атомов углерода, входящее в состав фуллерена:

$$x = \frac{850 - 10}{12} = 70$$

Ответ: C70.

Задача I.2.6.2. (20 баллов)

Для создания катализатора 1800 стеклянных шариков диаметром 0,8 мм поместили в 16 мл 0,0136 М раствора хлорида платины и провели электрохимическое восстановление. После окончания процесса концентрация ионов платины в растворе уменьшилась в два раза. Зная, что плотность платины 21,45 г/см³, найдите толщину покрытия, образовавшегося на шариках. Ответ выразите в нм с точностью до целых. Атомную массу платины округлите до целого значения, $\pi = 3.1416$.

Решение

Найдем суммарную площадь поверхности всех шариков, выразив ее в квадратных сантиметрах для удобства пересчета:

$$r_1 = \frac{d_1}{2} = \frac{0,08}{2} \text{ см} = 0,04 \text{ см}$$

$$S_1 = 4\pi r^2 = 4 \cdot 3,1416 \cdot 0,04^2 = 0,00201 \text{ см}^2$$

$$S = 0,00201 \cdot 1800 = 36,191 \text{ см}^2$$

Найдем, какое количество платины выпало на поверхности шариков. В растворе до осаждения находилось:

$$v_{Pt} = v_{PtCl_4} = \frac{16 \cdot 0,0136}{1000} = 2,176 \cdot 10^{-4} \text{ моль}$$

После осаждения:

$$C_{Pt} = \frac{0,0136}{2} = 0,0068 \text{ моль/л}$$

$$v_{Pt} = \frac{16 \cdot 0,0068}{1000} = 1,088 \cdot 10^{-4} \text{ моль}$$

Было осаждено на шариках:

$$v_{Pt} = 0,0002176 - 0,0001088 = 0,0001088 = 1,088 \cdot 10^{-4} \text{ моль}$$

Найдем массу и объем золота на поверхности шариков:

$$m_{Au} = v \cdot M = 1,088 \cdot 10^{-4} \cdot 195 = 0,02122 \text{ г}$$

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{0,0212}{221,45} = 0,000989 \text{ см}^3$$

Найдем толщину покрытия на шариках:

$$l = \frac{V}{S} = \frac{0,000989}{36,191} = 2,73 \cdot 10^{-5} \text{ см} = 273 \text{ нм}$$

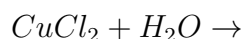
Ответ: 273 ± 2 .

Задача I.2.6.3. (20 баллов)

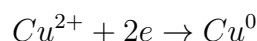
Для полного гидрирования некоторой навески графена до графана потребовался объем водорода (н. у.), количественно равный суммарному объему газообразных продуктов, выделившихся на электродах при электролизе раствора хлорида меди в течение 18 мин при силе тока 5,9 А. Масса продукта электролиза связана с протекающим через ячейку током законом $m = \frac{M \cdot I \cdot t}{z \cdot F}$, где m — масса продукта (г), M — молярная масса продукта (г/моль), I — сила тока (А), t — время (с), z — число электронов, соответствующее превращению одной молекулы продукта, $F = 96500$ Кл/моль — постоянная Фарадея. Вычислите массу исходной навески графена. Ответ округлите до сотых.

Решение

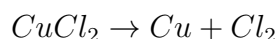
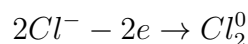
Запишем выражение для электролиза раствора хлорида натрия:



Катод:



Анод:



Выделился один газообразный продукт: хлор.

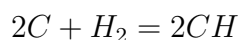
Для удобства расчета перейдем от объемов и масс газов к количеству веществ. Для этого преобразуем выражение для объединенного закона Фарадея, приведенное в условии. Поделив обе части выражения на молярную массу, получим:

$$v = \frac{m}{M} = \frac{I \cdot t}{z \cdot F}$$

$$v_{\text{Cl}_2} = \frac{5,9 \text{ А} \cdot 18 \cdot 60}{2 \cdot 96500} = 0,033 \text{ моль}$$

Тогда количество водорода, пошедшее на реакцию с графеном, равно 0,033 моль.

Запишем реакцию графена с водородом, учитывая, что при гидрировании до графана к каждому атому углерода присоединяется один атом водорода:



$$v_{\text{C}} = 0,033 \cdot 2 = 0,066 \text{ моль}$$

$$m_{\text{C}} = 0,066 \text{ моль} \cdot 12 \text{ г/моль} = 0,792 = 0,79 \text{ г}$$

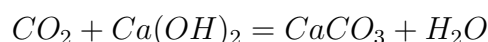
Ответ: $0,79 \pm 0,01$.

Задача I.2.6.4. (25 баллов)

Для нанесения металлического покрытия газозафазным методом в реактор объемом 1 л поместили 1,76 г комплексного соединения неизвестного металла и нагрели до 150°C . После полной сублимации соединения температуру увеличили до 200°C и выдерживали до полного разложения комплекса. По окончании процесса давление в реакторе увеличилось на 160,63 кПа по сравнению с давлением при температуре сублимации. Оставшийся в реакторе газ, стабильный при н. у., собрали и сожгли. Полученный в результате газ полностью поглотили избытком известковой воды и получили 4,8 г осадка. Установите металл, который использовали для создания покрытия, и запишите его русское название.

Решение

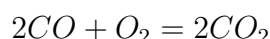
Рассмотрим реакцию, в которую вступает газообразный продукт горения. Он реагирует с известковой водой (гидроксидом кальция) с образованием осадка. Это характерная реакция на углекислый газ, а продукт — карбонат кальция:



Из уравнения реакции видно, что:

$$v_{\text{CO}_2} = v_{\text{CaCO}_3} = \frac{4,8 \text{ г}}{40 + 12 + 16 \cdot 3} = \frac{4,8}{100} = 0,048 \text{ моль}$$

Из условий задачи известно, что продукт горения — газ, который полностью поглотился известковой водой. Следовательно, углекислый газ — это единственный продукт горения. Таким образом, после разложения комплекса в реакторе остался монооксид углерода CO . Уравнение реакции горения:



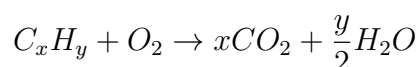
$$v_{\text{CO}} = v_{\text{CO}_2} = 0,048 \text{ моль}$$

Используя уравнение Менделеева-Клапейрона, найдем давление в реакторе после разложения:

$$PV = \frac{mM}{RT} = vRT$$

$$P = \frac{vRT}{V} = \frac{0,048 \text{ моль} \cdot 8,314 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 473 \text{ К}}{1 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3} = 188761 \text{ Па} = 188,761 \text{ кПа}$$

На данном этапе решения задачи может возникнуть сомнение, что газообразный продукт разложения — это некий непредельный углеводород, который также может выступать в качестве лиганда в комплексном соединении. Однако это предположение легко опровергнуть. Для этого запишем общую формулу углеводорода как C_xH_y , причем $x \geq 2$. Тогда уравнение горения:



Из уравнения видно, что из 1 моль углеводорода получается x моль углекислого газа. Следовательно:

$$v_{\text{C}_x\text{H}_y} = \frac{v_{\text{CO}_2}}{x}$$

При $x = 2v = 0,024$ моль. Тогда давление в реакторе:

$$P = \frac{vRT}{V} = \frac{0,0024 \text{ моль} \cdot 8,314 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 473 \text{ К}}{1 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3} = 94381 \text{ Па} = 94,38 \text{ кПа}$$

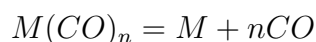
Это значение, равно как и значения при $x > 2$, не подходит по условию задачи, так как давление в реакторе после разложения увеличилось на 160,63 кПа. Таким образом, в состав комплекса в качестве лигандов входил именно монооксид углерода. Найдем давление в реакторе до начала разложения:

$$P_0 = P - 136,8 = 188,761 - 160,63 = 28,131 \text{ кПа}$$

Воспользовавшись уравнением Менделеева – Клайперона, найдем количество вещества в реакторе до разложения:

$$v = \frac{PV}{RT} = \frac{28131 \text{ Па} \cdot 1 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3}{8,314 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 423 \text{ К}} = 0,008 \text{ моль}$$

Запишем уравнение разложения карбонильного комплекса неизвестного металла:



Поскольку рассчитанное количество комплекса составляет 0,008 моль, а количество монооксида углерода 0,048 моль, несложно рассчитать число молекул CO , входящих в состав комплекса:

$$n = \frac{0,048}{0,008} = 6$$

Молярная масса комплекса:

$$M = \frac{m}{v} = \frac{1,76 \text{ г}}{0,008 \text{ моль}} = 220 \text{ г/моль}$$

Рассчитаем атомную массу металла:

$$A_r = 220 - 28 \cdot 6 = 52 \text{ г/моль}$$

Эта атомная масса соответствует хрому.

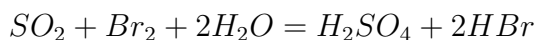
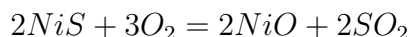
Ответ: Хром.

Задача I.2.6.5. (25 баллов)

Навеску 10,155 мг сульфида никеля сожгли в токе кислорода. Выделившийся газ пропустили через 800 мл бромной воды. Газ целиком поглотился, бромная вода полностью обесцветилась, а pH получившегося раствора составил 3,27. Найдите массовую долю примеси в исходной навеске, дайте ответ в процентах с точностью до сотых. Считать все электролиты в растворе полностью продиссоциировавшими. При расчетах все атомные массы округлять до десятых. При расчете концентрации ионов водорода взять четыре значащие цифры после запятой.

Решение

Запишем уравнения протекающих реакций:



И серная, и бромоводородная кислоты являются сильными. Поскольку по условию задачи они считаются полностью продиссоциировавшими, обе они вносят вклад в величину pH, а вкладом диссоциации воды можно пренебречь. Вычислим концентрацию ионов водорода:

$$pH = -\lg([H^+]) \Rightarrow [H^+] = 10^{-pH} = 10^{-3,27} = 0,0005370 \text{ моль/л}$$

Количество ионов водорода в указанном объеме:

$$v_{H^+} = \frac{0,0005370 \text{ моль} \cdot 800 \text{ мл}}{1000 \text{ мл}} = 0,0004296 \text{ моль}$$

Рассмотрим уравнение реакции оксида серы с бромной водой. Из него видно, что на 1 моль прореагировавшего SO_2 приходится 4 моль образовавшихся ионов водорода. Тогда:

$$v_{SO_2} = \frac{0,0004296}{4} = 0,0001074 \text{ моль}$$

Согласно уравнению реакции горения сульфида никеля, из 1 моль NiS образуется 1 моль SO_2 . Тогда:

$$v_{NiS} = 0,0001974 \text{ моль}$$

Найдем массу сгоревшего сульфида никеля:

$$m = v \cdot M = 0,0001074 \cdot 58,7 + 32,1 = 0,0001074 \cdot 90,8 = 0,009752 \text{ г} = 9,752 \text{ мг}$$

Массовые доли сульфида никеля и примесей в навеске:

$$\omega_{NiS} = \frac{9,752}{10,155} \cdot 100\% = 96,03\%$$

$$\omega_{\text{примеси}} = 100 - 96,03 = 3,97\%$$

Ответ: $3,97 \pm 0,05$.

Четвертая попытка. Задачи 8–9 класса**Задача I.2.7.1. (10 баллов)**

При взаимодействии 1 моль некоторого элемента с водородом масса гидроксида оказалась в 1,05 раз выше массы исходного элемента. Найдите элемент и укажите его русское название.

Решение

Обозначим атомную массу неизвестного элемента как x . Зная, что валентность водорода равна единице, можем записать общую формулу гидрида как MX_n , где n — валентность элемента. Тогда по условию задачи можно записать уравнение:

$$\frac{x + n}{x} = 1,05$$

Решим это уравнение относительно x :

$$x + n = 1,05x$$

$$0,05x = n$$

$$x = 20n$$

Найдем, какой атомный вес металла получится при различных значениях n :

n	1	2	3	4
Ar	20	40	60	80
Элемент	-	Ca	-	Br

Поскольку бром не проявляет степени окисления +4 в соединении с водородом, верным ответом является кальций.

Ответ: Кальций.

Задача I.2.7.2. (20 баллов)

Пластинку размером 5×3 см поместили в 12 мл 0,018 М раствора хлорида меди и провели электрохимическое восстановление. После окончания процесса концентрация ионов меди в растворе уменьшилась в два раза, а на одной из сторон пластинки обнаружилось наноразмерное покрытие. Зная, что плотность меди составляет $8,96 \text{ г/см}^3$, найдите толщину покрытия. Ответ выразите в нм с точностью до целых. Атомную массу меди округлите до десятых. Изменением объема раствора пренебречь.

Решение

Найдем площадь пластинки:

$$S = 5 \cdot 3 = 15 \text{ см}^2$$

Найдем, какое количество платины выпало на пластинке. В растворе до осаждения находилось:

$$v_{Cu} = v_{CuCl_2} = \frac{12 \cdot 0,018}{1000} = 2,16 \cdot 10^{-4} \text{ моль}$$

После осаждения:

$$C_{Cu} = 0,0182 = 0,009 \text{ моль/л}$$

$$v_{Cu} = \frac{12 \cdot 0,009}{1000} = 1,08 \cdot 10^{-4} \text{ моль}$$

Было осаждено на пластинке:

$$v_{Cu} = 0,000216 - 0,000108 = 0,000108 = 1,08 \cdot 10^{-4} \text{ моль}$$

Найдем массу и объем платины на пластинке:

$$m_{Cu} = v \cdot M = 1,08 \cdot 10^{-4} \cdot 63,5 = 0,006858 \text{ г}$$

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{0,006858}{8,96} = 0,0007654 \text{ см}^3$$

Найдем толщину покрытия на пластинке:

$$l = \frac{V}{S} = \frac{0,0007654}{15} = 5,1 \cdot 10^{-5} \text{ см} = 510 \text{ нм}$$

Ответ: 510 ± 3 .

Задача I.2.7.3. (20 баллов)

К 9,1 г 16% раствора хлорида бария последовательно прилили 20 мл 0,3 М раствора сульфата цинка, 7,1 г 15% раствора нитрата алюминия и 40 мл 1,6 М раствора гидроксида аммония. Осадок высушили. Вычислите его массу. Ответ дайте, округлив до сотых. При расчетах все атомные массы элементов округлить до целых, атомную массу хлора до десятых.

Решение

Найдем количества всех указанных в условии веществ.

Хлорид бария:

$$m_{BaCl_2} = \frac{m_{\text{р-ра}} \omega}{100\%} = \frac{9,1 \cdot 16}{100} = 1,456 \text{ г}$$

$$v_{BaCl_2} = \frac{m}{M} = \frac{1,456}{208} = 0,007 \text{ моль} = 7 \text{ ммоль } BaCl_2$$

Сульфат цинка:

$$v_{ZnSO_4} = \frac{20 \text{ мл} \cdot 0,3 \text{ моль/л}}{1000 \text{ мл}} = 0,006 \text{ моль} = 6 \text{ ммоль } ZnSO_4$$

Нитрат алюминия:

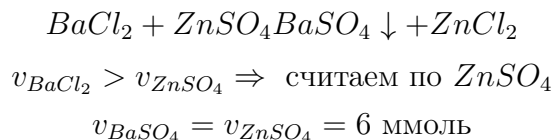
$$m_{Al(NO_3)_3} = \frac{7,1 \cdot 15}{100} = 1,065 \text{ г}$$

$$v_{Al(NO_3)_3} = \frac{1,065}{213} = 0,005 \text{ моль} = 5 \text{ ммоль } Al(NO_3)_3$$

Гидроксид аммония:

$$v_{NH_4OH} = \frac{40 \text{ мл} \cdot 1,6 \text{ моль/л}}{1000 \text{ мл}} = 0,064 \text{ моль} = 64 \text{ ммоль } NH_4OH$$

На первом этапе в растворе протекает реакция:



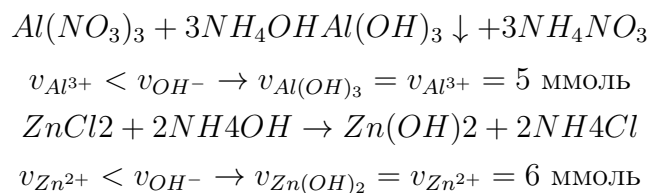
Запишем, какие вещества и в каком количестве выпали в осадок и остались в растворе:

Прилили	В растворе	В осадке
$7BaCl_2$	$7Ba^{2+}$ $14Cl^-$	-
$6ZnSO_4$	$Ba^{2+}, 6Zn^{2+}$ $14Cl^-$	$6BaSO_4$

После приливания к раствору нитрата алюминия не протекает никакой реакции, которая привела бы к образованию осадка, газа или воды.

Прилили	В растворе	В осадке
$5Al(NO_3)_3$	$Ba^{2+}, 6Zn^{2+}, 5Al^{3+}$ $14Cl^-, 15NO_3^-$	$6BaSO_4$

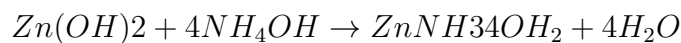
После добавления гидроксида аммония в осадок выпадают сразу два нерастворимых гидроксида — алюминия и цинка:



Рассчитаем остаток гидроксида аммония после двух данных реакций:

$$v_{NH_4OH} = 64 - 3 \cdot 5 - 2 \cdot 6 = 37 \text{ ммоль}$$

Известно, что гидроксид аммония является достаточно слабой щелочью, поэтому гидроксид алюминия в ней не растворяется. Однако гидроксид цинка растворяется в гидроксиде аммония, образуя комплексный аммиакат:



Как видно из реакции, на полное взаимодействие с 6 ммоль гидроксида цинка требуется 24 ммоль гидроксида аммония. Таким образом, гидроксид аммония полностью растворяется. Итого имеем:

Прилили	В растворе	В осадке
$64NH_4OH$	$Ba^{2+}, 6[ZnNH_4(OH)_2]^{2+}, 40NH_4^+$ $14Cl^-, 15NO_3^-, 25OH^-$	$6BaSO_4$ $5Al(OH)_3$

Рассчитаем массы выпавших осадков:

$$m_{BaSO_4} = v \cdot M = 0,0006 \cdot 233 = 1,398 \text{ г}$$

$$m_{Al(OH)_3} = 0,00578 = 0,39 \text{ г}$$

$$1,398 + 0,39 = 1,788 \text{ г} = 1,79 \text{ г}$$

Ответ: $1,79 \pm 0,02$.

Задача I.2.7.4. (25 баллов)

4,77 г смеси цинковой и алюминиевой стружки обработали избытком раствора гидроксида натрия. При этом выделился такой объем газа, которого хватило на полное восстановление 8,099 г смешанного оксида железа Fe_3O_4 до металлического железа. Рассчитайте массу цинка в исходной смеси. При расчете атомные массы элементов округлить до десятых. Ответ дать с точностью до сотых.

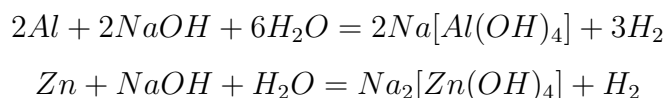
Решение

Найдем, какое количество водорода было затрачено на восстановление оксида железа:

$$Fe_3O_4 + 4H_2 = 3Fe + 4H_2O$$

$$v_{H_2} = 4 \cdot v_{WO_3} = 4 \cdot \frac{8,099}{231,4} = 3 \cdot 0,035 = 0,14 \text{ моль}$$

Запишем уравнения взаимодействия цинка и алюминия со щелочью:



Как видно из уравнений, из 1 моль алюминия образуется 1,5 моль водорода, из 1 моль цинка — 1 моль водорода. Обозначим за x моль количество алюминия, y — количество цинка в смеси. Тогда можно записать систему уравнений:

$$\begin{cases} 1,5x + y = 0,14, \\ 27x + 65,4y = 4,77 \end{cases}$$

$$y = 0,14 - 1,5x$$

$$27x + 65,4(0,14 - 1,5x) = 4,77$$

$$71,1x = 4,386$$

$$x = 0,062$$

Тогда найдем количество и массу цинка:

$$v_{Zn} = 0,14 - 1,5v_{Al} = 0,14 - 0,093 = 0,047 \text{ моль}$$

$$m_{Zn} = 0,047 \cdot 65,4 = 3,07 \text{ г}$$

Ответ: $3,07 \pm 0,05$.

Задача I.2.7.5. (25 баллов)

В герметично закрытый перчаточный ящик поместили два открытых химических стакана. В первом стакане находилось 15 г олеума с массовой долей серной кислоты 84%. Во втором стакане находилось 15 г 5% раствора поваренной соли. Стаканы оставили на ночь. На следующий день концентрация серной кислоты в первом стакане перестала изменяться и вновь стала равной 84%. При этом состав воздуха в ящике остался неизменным. Найдите массовую долю соли во втором стакане. Дайте ответ в процентах с точностью до сотых.

Решение

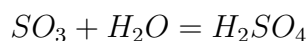
Известно, что олеум, или раствор SO_3 в серной кислоте, является водоотнимающим агентом. Концентрации веществ в стаканах изменяются за счет того, что олеум отнимает испаряющуюся из второго стакана воду, а содержащийся в нем триоксид серы превращается в серную кислоту. Концентрированная серная кислота также поглощает воду. Следовательно, после прошедшей реакции возможно только одно состояние системы, в котором концентрация серной кислоты в стакане станет вновь равной 84%: оксид полностью прореагировал, превратившись в серную кислоту, а оставшиеся 16% массы — это поглощенная вода.

Найдем массу серной кислоты и оксида серы в олеуме:

$$m_{H_2SO_4} = \frac{15 \text{ г} \cdot 84\%}{100\%} = 12,6 \text{ г}$$

$$m_{SO_3} = 15 - 12,6 = 2,4 \text{ г}$$

Запишем уравнение реакции оксида серы с водой:



Из уравнения видно, что из 1 моль оксида серы образуется 1 моль кислоты. Найдем количество серной кислоты, которая образовалась из данного количества оксида:

$$v_{H_2SO_4} = v_{SO_3} = \frac{2,4 \text{ г}}{80 \text{ г/моль}} = 0,03 \text{ моль}$$

$$m_{H_2SO_4} = 98 \text{ г/моль} \cdot 0,03 \text{ моль} = 2,94 \text{ г}$$

Таким образом, суммарная масса серной кислоты в растворе после окончания реакции равна:

$$m_{\text{общ}} = 12,6 + 2,94 = 15,54 \text{ г}$$

Найдем массу раствора, зная массовую долю кислоты в растворе:

$$m_{\text{р-ра}} = \frac{15,54 \cdot 100\%}{84\%} = 18,5 \text{ г}$$

Увеличение массы раствора произошло за счет поглощенной воды (включая воду, пошедшую на образование серной кислоты из оксида). Найдем массу поглощенной воды:

$$m_{H_2O} = 18,5 - 15 = 3,5 \text{ г}$$

Поскольку влажность воздуха не изменилась, то масса воды, поглощенной олеумом, равна массе воды, испарившейся из раствора соли. Тогда для второго стакана найдем:

$$m_{NaCl} = \frac{15 \cdot 5\%}{100\%} = 0,75 \text{ г}$$

$$m_{\text{р-ра2}} = 15 - 3,5 = 11,5 \text{ г}$$

$$\omega_2 = \frac{0,75}{11,5} \cdot 100\% = 6,52\%$$

Ответ: $6,52 \pm 0,02$.

Четвертая попытка. Задачи 10–11 класса

Задача I.2.8.1. (10 баллов)

При фторировании 1 моль образца фуллерена неизвестного состава масса продукта оказалась больше массы исходного вещества в 1,7917 раз. При гидрировании 0,01 моль того же фуллерена получено 9 г продукта. Элементный анализ показал, что число атомов фтора в первом продукте равно числу атомов водорода во втором. Установите и запишите брутто-формулу фуллерена. При расчете молярные массы округлять до целых.

Решение

Запишем в общем виде уравнения фторирования и гидрирования фуллерена. Учтем, что присоединение галогенов и водорода происходит только за счет разрыва двойных связей в молекулах фуллерена:

$$C_x + \frac{y}{2}F_2 = C_xF_y$$

$$C_x + \frac{y}{2}H_2 = C_xH_y$$

Для первой реакции можно записать выражение:

$$\frac{12x + 19y}{12x} = 1,7917$$

Рассмотрим вторую реакцию. Поскольку по уравнению из 1 моль фуллерена образуется 1 моль продукта, то:

$$v_{C_xH_y} = v_{C_x} = 0,01 \text{ моль}$$

Тогда масса 1 моля продукта (молярная масса):

$$M_{C_xH_y} = \frac{9 \text{ г}}{0,01 \text{ моль}} = 900 \text{ г/моль}$$

$$M_{C_xH_y} = 12x + y$$

Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{12x+19y}{12x} = 1,7917, \\ 12x + y = 900 \end{cases}$$

$$x = \frac{900 - y}{12}$$

$$\frac{900 - y + 19y}{900 - y} = 1,7917$$

$$900 + 18y = 1612,53 - 1,7917y$$

$$19,7917y = 712,53$$

$$y = 36$$

Тогда количество атомов углерода, входящее в состав фуллерена:

$$x = \frac{900 - 36}{12} = 72$$

Ответ: С72.

Задача I.2.8.2. (20 баллов)

Для создания катализатора 2500 стеклянных шариков диаметром 0,6 мм поместили в 20 мл 0,016 М раствора хлорида меди и провели электрохимическое восстановление. После окончания процесса концентрация ионов меди в растворе уменьшилась в два раза. Зная, что плотность меди 8,96 г/см³, найдите толщину покрытия, образовавшегося на шариках. Ответ выразите в нм с точностью до целых. Атомную массу меди округлите до десятых, $\pi = 3,1416$. Изменением объема раствора пренебречь.

Решение

Найдем суммарную площадь поверхности всех шариков, выразив ее в квадратных сантиметрах для удобства пересчета:

$$r_1 = \frac{d_1}{2} = \frac{0,06}{2} \text{ см} = 0,03 \text{ см}$$

$$S_1 = 4\pi r^2 = 4 \cdot 3,1416 \cdot 0,03^2 = 0,00113 \text{ см}^2$$

$$S = 0,00113 \cdot 2500 = 28,2744 \text{ см}^2$$

Найдем, какое количество меди выпало на поверхности шариков.

В растворе до осаждения находилось:

$$v_{Cu} = v_{CuCl_2} = \frac{20 \cdot 0,016}{1000} = 3,2 \cdot 10^{-4} \text{ моль}$$

После осаждения:

$$C_{Cu} = \frac{0,016}{2} = 0,008 \text{ моль/л}$$

$$v_{Cu} = \frac{20 \cdot 0,008}{1000} = 1,6 \cdot 10^{-4} \text{ моль}$$

Было осаждено на шариках:

$$v_{Cu} = 0,00032 - 0,00016 = 0,00016 = 1,6 \cdot 10^{-4} \text{ моль}$$

Найдем массу и объем золота на поверхности шариков:

$$m_{Cu} = v \cdot M = 1,6 \cdot 10^{-4} \cdot 63,5 = 0,01016 \text{ г}$$

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{0,01016}{8,96} = 0,001134 \text{ см}^3$$

Найдем толщину покрытия на шариках:

$$l = \frac{V}{S} = \frac{0,001134}{28,2744} = 4,01 \cdot 10^{-5} \text{ см} = 401 \text{ нм}$$

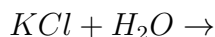
Ответ: 401 ± 2 .

Задача I.2.8.3. (20 баллов)

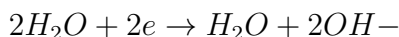
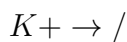
Для полного гидрирования некоторой навески графена до графана потребовался объем водорода (н. у.), количественно равный суммарному объему газообразных продуктов, выделившихся на электродах при электролизе раствора хлорида калия в течение 15 мин при силе тока 5,32 А. Масса продукта электролиза связана с протекающим через ячейку током законом $m = \frac{M \cdot I \cdot t}{z \cdot F}$, где m — масса продукта (г), M — молярная масса продукта (г/моль), I — сила тока (А), t — время (с), z — число электронов, соответствующее превращению одной молекулы продукта, $F = 96500$ Кл/моль — постоянная Фарадея. Вычислите массу исходной навески графена. Ответ округлите до сотых.

Решение

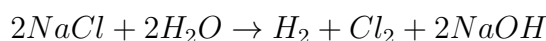
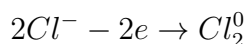
Запишем выражение для электролиза раствора хлорида натрия:



Катод:



Анод:



Выделилось два газообразных продукта: хлор и водород. Для удобства расчета перейдем от объемов и масс газов к количеству веществ. Для этого преобразуем выражение для объединенного закона Фарадея, приведенное в условии. Поделив обе части выражения на молярную массу, получим:

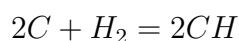
$$v = \frac{m}{M} = \frac{I \cdot t}{z \cdot F}$$

$$v_{Cl_2} = v_{H_2} = \frac{5,32 \text{ А} \cdot 15 \cdot 60}{2 \cdot 96500} = 0,0248 \text{ моль}$$

Тогда количество водорода, пошедшее на реакцию с графеном, равно:

$$v = 0,0248 \cdot 2 = 0,0496 \text{ моль}$$

Запишем реакцию графена с водородом, учитывая, что при гидрировании до графана к каждому атому углерода присоединяется один атом водорода:



$$v_C = 0,0496 \cdot 2 = 0,0992 \text{ моль}$$

$$m_C = 0,0992 \text{ моль} \cdot 12 \text{ г/моль} = 1,19 \text{ г}$$

Ответ: $1,19 \pm 0,02$.

Задача I.2.8.4. (25 баллов)

В реактор объемом 1 л поместили 8,361 г комплексного соединения неизвестного металла и нагрели до 250°C . После полной сублимации соединения температуру увеличили до 500°C и выдерживали до полного разложения комплекса. По окончании процесса давление в реакторе увеличилось на 382,73 кПа по сравнению с давлением при температуре сублимации. После полного охлаждения реактора в нем сконденсировалось 5,85 г жидкого углеводорода с плотностью по воздуху 2,2414. Установите металл, который входил в состав комплекса, и запишите русское название данного металла.

Решение

Найдем молярную массу углеводорода, который обнаружился после окончания реакции, воспользовавшись выражением для определения относительной плотности одного газа по другому:

$$M = 29 \cdot D_B = 29 \cdot 2,2414 = 65$$

Эта молярная масса соответствует цикlopentadienu C_5H_5 . Его количество равно:

$$v = \frac{5,85}{65} = 0,09 \text{ моль}$$

Используя уравнение Менделеева-Клапейрона, найдем давление в реакторе после разложения:

$$PV = \frac{m}{M}RT = vRT$$

$$P = \frac{vRT}{V} = \frac{0,09 \text{ моль} \cdot 8,314 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 773 \text{ К}}{1 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3} = 578405 \text{ Па} = 578,405 \text{ кПа}$$

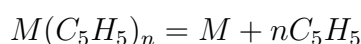
Найдем давление в реакторе до начала разложения:

$$P_0 = P - 382,73 = 578,405 - 382,73 = 195,675 \text{ кПа}$$

Воспользовавшись уравнением Менделеева-Клапейрона, найдем количество вещества в реакторе до разложения:

$$v = \frac{PV}{RT} = \frac{195675 \text{ Па} \cdot 1 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3}{38,314 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 523 \text{ К}} = 0,045 \text{ моль}$$

Запишем уравнение разложения комплекса неизвестного металла:



Поскольку рассчитанное количество комплекса составляет 0,0045 моль, а количество цикlopentадиена 0,09 моль, несложно рассчитать число молекул C_5H_5 , входящих в состав комплекса:

$$n = \frac{0,09}{0,045} = 2$$

Молярная масса комплекса:

$$M = \frac{m}{\rho} = \frac{8,361 \text{ г}}{0,045 \text{ моль}} = 186 \text{ г/моль}$$

Рассчитаем атомную массу металла:

$$Ar = 186 - 65 \cdot 2 = 56 \text{ г/моль}$$

Эта атомная масса соответствует железу.

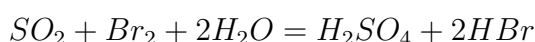
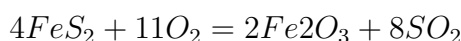
Ответ: Железо.

Задача I.2.8.5. (25 баллов)

Навеску 7,445 мг пирита сожгли в токе кислорода. Выделившийся газ пропустили через 800 мл бромной воды. Газ целиком поглотился, бромная вода полностью обесцветилась, а рН получившегося раствора составил 3,36. Найдите массовую долю примеси в исходной навеске, дайте ответ в процентах с точностью до сотых. Считать все электролиты в растворе полностью продиссоциировавшими. При расчетах все атомные массы округлять до десятых, значения концентраций и количеств веществ округлять до четырех значащих цифр после запятой.

Решение

Запишем уравнения протекающих реакций:



И серная, и бромоводородная кислоты являются сильными. Поскольку по условию задачи они считаются полностью продиссоциировавшими, обе они вносят вклад в величину рН, а вкладом диссоциации воды можно пренебречь. Вычислим концентрацию ионов водорода:

$$pH = -\lg([H^+]) \Rightarrow [H^+] = 10^{-pH} = 10^{-3,36} = 0,0004365 \text{ моль/л}$$

Количество ионов водорода в указанном объеме:

$$v_{H^+} = \frac{0,0004365 \text{ моль} \cdot 800 \text{ мл}}{1000 \text{ мл}} = 0,0003492 \text{ моль}$$

Рассмотрим уравнение реакции оксида серы с бромной водой. Из него видно, что на 1 моль прореагировавшего SO_2 приходится 4 моль образовавшихся ионов водорода. Тогда:

$$v_{SO_2} = \frac{0,0003492}{4} = 0,0000873 \text{ моль}$$

Согласно уравнению реакции горения пирита, из 1 моль FeS_2 образуется 2 моль SO_2 . Тогда:

$$v_{FeS_2} = \frac{v_{SO_2}}{2} = \frac{0,0000873}{2} = 0,00004365 \text{ моль}$$

Найдем массу сгоревшего пирита:

$$m = v \cdot M = 0,00004365 \cdot (55,8 + 32,1 \cdot 2) = 0,005238 \text{ г} = 5,238 \text{ мг}$$

Массовые доли пирита и примесей в навеске:

$$\omega_{FeS_2} = \frac{5,238}{7,445} \cdot 100\% = 70,36\%$$

$$\omega_{\text{примеси}} = 100 - 70,36 = 29,64\%$$

Ответ: 29,65.