Заключительный этап

Индивидуальный предметный тур

Физика. 8-9 класс

Задача III.1.1.1. Лед в воде (20 баллов)

Высокий стакан имеет форму цилиндра с площадью основания 10 см^2. В нем находится холодная вода при температуре 0 °C. В стакан помещают кусок льда массой 15 г и температурой (-10 °C) и наливают теплую воду массой 10 г и температурой (40 °C). Найти увеличение высоты воды в стакане. Плотность воды 1000 кг/м^3, плотность льда 920 кг/м^3. Удельная теплоемкость воды 4200 Дж/(кг·°C), удельная теплоемкость льда 2100 Дж/(кг·°C), удельная теплота плавления льда 333000 Дж/кг. Ответ округлить до 1 мм.

Решение

Из уравнения теплового баланса следует, что спустя время в стакане будет плавать остаток льда в холодной воде. Так как плавающий лед вытесняет объем воды, равный объему воды из растающего льда, то увеличение высоты воды в стакане равно

$$h = \frac{m_{л} + m_B}{\rho S} = 25\,\text{мм}.$$

Точность 1 мм.

Ответ: 25 мм $\pm$ 1 мм.

Система оценки

1. Правильное использование силы Архимеда — 5 баллов.
2. Правильное использование уравнения теплового баланса — 5 баллов.
3. Увеличение высоты воды в стакане в общем виде — 5 баллов.
4. Правильное численное значение — 5 баллов.

Максимум 20 баллов.

Задача III.1.1.2. Александровская колонна (20 баллов)

Высота монолитного гранитного ствола Александровской колонны на Дворцовой площади Санкт — Петербурга равна 25,6 м. Ствол немного сужается кверху так, его нижний диаметр равен 3,66 м, а верхний диаметр равен 3,15 м. Масса ствола составляет 612 тонн. Ствол был установлен на пьедестале высотой 10 м над площадью с помощью канатов и блоков. Определить работу силы тяжести при подъеме ствола из горизонтального положения на площади в вертикальное положение на пьедестале. $g = 10$ м/с^2 — ускорение свободного падения. Считать ствол колонны цилиндром с площадью основания S равной средней площади поперечного сечения ствола. Ответ дать в МДж и округлить до целого.

Решение

Площадь основания S равна средней площади поперечного сечения ствола $S = \frac{\pi(d_1^2+d_2^2)}{8} = \pi r^2$ с нижним и верхним диаметрами. Тогда работа силы тяжести равна

$$A = -mh(h_1 + \frac{h}{2} - r) = -mg(h_1 + \frac{h}{2} - \sqrt{\frac{d_1^2 + d_2^2}{8}}) = -130 \text{ МДж}.$$

Ответ: -130 МДж $\pm$ 1 МДж.

Система оценки

1. Правильная начальная высота — 5 баллов.
2. Правильная разность высот — 5 баллов.
3. Работа силы тяжести в общем виде — 5 баллов.
4. Правильное численное значение — 5 баллов.

Максимум 20 баллов.

Задача III.1.1.3. Три насоса (20 баллов)

Воду накачивают из колодца тремя насосами в бак. Расход воды (объем воды в единицу времени) через второй насос в 2 раза больше, чем через первый, а расход воды через третий насос в 2 раза больше, чем через второй. За три часа третий насос накачал воды на 8,0 м^3 больше, чем второй насос. Найти расход воды через первый насос в м^3/ч с точностью до десятых долей.

Решение

Расходы воды через насосы связаны между собой: $Q_2 = 2Q_1, Q_3 = 2Q_2, (Q_3 - Q_2)t = V$. Отсюда

$$Q_1 = \frac{V}{2t} = 1,3 \text{ м}^3/\text{ч}$$

Ответ: $1,3$ м^3/ч $\pm$ $0,1$ м^3/ч.

Система оценки

1. Правильная связь расхода воды с объемом — 5 баллов.
2. Правильная система уравнений расходов для 3 насосов — 5 баллов.

3. Расход воды через первый насос в общем виде — 5 баллов.
4. Правильное численное значение — 5 баллов.

Максимум 20 баллов.

Задача III.1.1.4. Радиатор отопления (20 баллов)

Через радиатор отопления за одну минуту проходит 5 кг жидкого теплоносителя — антифриза. В радиатор антифриз входит с температурой 75 °С, а выходит из радиатора с температурой 60 °С. Найти тепловую мощность радиатора. Плотность антифриза $\rho = 1,1 \cdot 10^3$ кг/м^3, а его удельная теплоемкость равна 3100 Дж/(кг·°С) Ответ дать в кВт и округлить до десятых долей.

Решение

Тепловая мощность равна потери радиатором тепла в единицу времени

$$P = c\frac{m}{t}(T_{\text{вход}} - T_{\text{выход}}) = 3,9\,\text{кВт}$$

Ответ: $3,9\,\text{кВт} \pm 0,1\,\text{кВт}$.

Система оценки

1. Правильное определение тепловой мощности — 5 баллов.
2. Правильное уравнение теплового баланса — 5 баллов.
3. Тепловая мощность радиатора в общем виде — 5 баллов.
4. Правильное численное значение — 5 баллов.

Максимум 20 баллов.

Задача III.1.1.5. Топливо для ядерного реактора (20 баллов)

В ядерном реакторе, имеющем форму цилиндра высотой 4,5 м и радиусом 2,8 м, топливные каналы (стержни) располагаются параллельно оси цилиндра в вершинах квадратной сетки. Расстояние между соседними каналами 30 см, а радиус каждого канала равен 3,5 см и высота равна высоте реактора. Топливные каналы заполнены двуокисью урана с плотностью 11 т/м^3. Считая, что каналы располагаются равномерно по сечению реактора, найти массу полной загрузки реактора ядерным топливом. Ответ дать в т с точностью до целого.

Решение

Число каналов в вершинах квадратной сетки для равномерного распределения $N = \frac{\pi R^2}{a^2}$. Тогда масса топлива равна

$$M = N\rho\pi r^2 H = \frac{\pi^2 R^2 r^2 \rho H}{a^2} = 52\,\text{т}.$$

Ответ: 52 т $\pm$ 5 т.

Система оценки

1. Правильное число топливных каналов — 5 баллов.
2. Правильная масса топлива в одном канале — 5 баллов.
3. Масса полной загрузки реактора в общем виде — 5 баллов.
4. Правильное численное значение — 5 баллов.

Максимум 20 баллов.

Физика. 10-11 класс

Задача III.1.2.1. Луч света в неоднородной среде (20 баллов)

Луч света падает вдоль поверхности соленой воды. Показатель преломления соленой воды плавно увеличивается с глубиной y. Поэтому траектория луча описывается функцией $y = kx^3$, где $k = 1,0$ м$^{-2}$, а координата x отсчитывается от точки входа луча вдоль поверхности воды. Найти отношение показателя преломления соленой воды на глубине $y = 0,2$ м к показателю преломления на поверхности воды. Ответ округлить до десятых долей.

Решение

Закон преломления $n(0) = n(y)sin\alpha$. Угол α с нормалью к поверхности воды находим из уравнения

$$ctg\alpha = \frac{dy}{dx}.$$

Отсюда

$$\frac{n(y)}{n(0)} = \sqrt{1 + 9(ky^2)^{\frac{2}{3}}} = 1,4$$

Ответ: $1,4 \pm 0,05$.

Система оценки

1. Использование закона преломления — 5 баллов.
2. Уравнение касательной — 5 баллов.
3. Отношение показателей преломления в общем виде — 5 баллов.
4. Правильное численное значение — 5 баллов.

Максимум 20 баллов.

Задача III.1.2.2. Отношение теплоемкостей (20 баллов)

Идеальный одноатомный газ участвует в двух процессах: изобарическом и изохорическом. В обоих процессах газ имеет одинаковые начальные состояния и газу сообщают одинаковые количества теплоты. В изобарическом процессе объем газа увеличивается в 2 раза. Найти отношение теплоемкости газа в изобарическом процессе к теплоемкости в изохорическом процессе. Ответ округлить до сотых долей.

Решение

Изобара
$$Q = \frac{5}{2} p_0 V_0.$$
Изохора
$$Q = \frac{3}{2}(p_1 - p_0)V_0.$$
Отсюда $p_1 = \frac{8}{3}p_0$, и $T_1 = \frac{8}{3}T_0$. Тогда
$$\frac{C_p}{C_V} = \frac{\left(\frac{Q}{2T_0 - T_0}\right)}{\left(\frac{Q}{T_1 - T_0}\right)} = \frac{5}{3} = 1,67$$

Ответ: $1,67 \pm 0,01$.

Система оценки

1. Использование уравнения Клапейрона — 5 баллов.
2. Правильное определение теплоемкостей — 5 баллов.
3. Отношение теплоемкостей в общем виде — 5 баллов.
4. Правильное численное значение — 5 баллов.

Максимум 20 баллов.

Задача III.1.2.3. Александровская колонна (20 баллов)

Высота монолитного гранитного ствола Александровской колонны на Дворцовой площади Санкт — Петербурга равна 25,6 м. Ствол немного сужается кверху так, его нижний диаметр равен 3,66 м, а верхний диаметр равен 3,15 м. Масса ствола составляет 612 тонн. Наверху ствола установлена скульптурная группа массой 37 тонн. Определить укорочение ствола под действием веса самого ствола и веса скульптурной группы. $g = 10$ м/с^2 — ускорение свободного падения. Модуль Юнга гранита равен $E = 5 \cdot 10^{10}$ Па. Модуль Юнга равен отношению
$$E = \frac{\left(\frac{F}{S}\right)}{\frac{\Delta l}{l}},$$
где F — сжимающая сила, S — средняя площадь поперечного сечения ствола, Δl — укорочение небольшого участка ствола, l — первоначальная длина этого участка. Ответ дать в мм и округлить до десятых долей.

Решение

Вверху гранитный ствол сжат весом скульптурной группы, а внизу добавляется вес самого ствола. Поэтому среднее относительное укорочение всего ствола берем для небольшого участка в середине ствола.

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{(m + \frac{M}{2})g}{SE},$$

где M — масса ствола, m — масса скульптурной группы, $S = \frac{\pi(d_1^2 + d_2^2)}{8}$ с нижним и верхним диаметрами. Тогда укорочение ствола высотой h равно:

$$\Delta h = \frac{\Delta l}{l} h = \frac{8(m + \frac{M}{2})gh}{\pi(d_1^2 + d_2^2)E} = 0,2 \text{ мм}$$

Ответ: $0,2\text{мм} \pm 0,05$ мм.

Система оценки

1. Использование уравнения с модулем Юнга — 5 баллов.
2. Правильное среднее относительное укорочение — 5 баллов.
3. Укорочение ствола высотой h в общем виде — 5 баллов.
4. Правильное численное значение — 5 баллов.

Максимум 20 баллов.

Задача III.1.2.4. Поток нейтронов (20 баллов)

При стабильной работе ядерного реактора количество нейтронов, покидающих реактор, равно количеству нейтронов, образующихся в ядерном процессе. Для реактора цилиндрической формы количество покидающих нейтронов в единицу времени пропорционально площади поверхности реактора. При заданном объеме реактора величиной 140 м^3, количество покидающих нейтронов должно быть минимально. Найти радиус основания ядерного реактора с точностью до десятых долей метра.

Решение

Количество покидающих нейтронов пропорционально $(2\pi RH + 2\pi R^2)$, объем цилиндра равен $V = \pi R^2 H$. Отсюда выражаем высоту, подставляем в первое выражение, берем производную по радиусу и приравниваем ее нулю. Получаем

$$R = (\frac{V}{2\pi})^{\frac{1}{3}} = 2,8 \text{ м}$$

Точность 0,05 м.

Ответ: $2,8$ м $\pm\, 0,05$ м.

Система оценки

1. Правильное количество покидающих нейтронов — 5 баллов.
2. Нахождение экстремума функции — 5 баллов.
3. Радиус основания ядерного реактора в общем виде — 5 баллов.
4. Правильное численное значение — 5 баллов.

Максимум 20 баллов.

Задача III.1.2.5. Квадрокоптер (20 баллов)

Квадрокоптер взлетной массой 7,5 кг неподвижно завис на высоте 100 м над поверхностью Земли. Он имеет 4 одинаковых винта с лопастями радиуса 15 см. Найти мощность двигателя одного винта с точностью до 10 Вт. Плотность воздуха 1,0 кг/м3. $g = 10$ м/с^2 — ускорение свободного падения.

Решение

Кинетическая энергия в единицу времени воздушного потока, проходящего через вращающиеся лопасти одного винта равна

$$P_1 = \frac{\Delta m V^2}{2\Delta t},$$

где $\Delta m = \rho S V \Delta t$ — масса воздуха проходящего через площадь $S = \pi r^2$ за время Δt. Отсюда мощность воздушного потока одного винта равна

$$P_1 = \frac{\rho \pi r^2 V^3}{2}.$$

Изменение импульса воздуха от четырех винтов равно силе тяжести, умноженной на время Δt: $4\rho S V^2 \Delta t = M g \Delta t$. Имеем

$$P_1 = \frac{1}{16}\sqrt{\frac{M^3 g^3}{\rho \pi r^2}} = 150 \text{ Вт}.$$

Ответ: 150 Вт $\pm$ 5 Вт.

Система оценки

1. Кинетическая энергия в единицу времени воздушного потока — 5 баллов.
2. Правильное использование 2 закона Ньютона — 5 баллов.
3. Мощность двигателя одного винта в общем виде — 5 баллов.
4. Правильное численное значение — 5 баллов.

Максимум 20 баллов.