

# Заключительный этап

## Индивидуальный предметный тур

Физика. 8–9 класс

### Задача III.1.1.1. Челнок (30 баллов)

Между пунктами А и Б, находящимися на расстоянии  $L = 100$  км друг от друга, проложена прямая дорога. По этой дороге с постоянной скоростью  $v = 10$  м/с движется грузовик. Одновременно с тем, как грузовик выдвигается из пункта А, навстречу ему из пункта Б выдвигается робот-челнок.

Челнок движется со скоростью  $2v$ , доезжает до грузовика, мгновенно разворачивается и возвращается в пункт Б с той же скоростью, снова мгновенно разворачивается и продолжает курсировать между пунктом Б и грузовиком до самого приезда последнего.

Одновременно со стартом этих транспортных средств с площадки на грузовике стартует дрон, движущийся в свою очередь со скоростью  $4v$ , и начинает курсировать между грузовиком и челноком таким же образом.

**1.1.** На протяжении какого времени дрон со скоростью  $2v$  двигался в том же направлении, что и грузовик?

#### Решение

Время движения всех трех транспортных средств одинаково и составляет:

$$t = L/v$$

Грузовик все время движется в одном направлении (будем считать его положительным). Дрон меняет направление своего движения множество раз, начав в точке А и закончив в точке Б вместе с грузовиком. Таким образом, общее его перемещение составило  $L$  и может быть выражено через скорость как:

$$L = 4v\tau - 4v(t - \tau),$$

где  $\tau$  — искомое время движения дрона в положительном направлении. Преобразуя это выражение, получим:

$$\tau = \frac{L + 4vt}{8v} = \frac{5L}{8v} = 6250 \text{ с} \approx 1 \text{ ч } 44 \text{ мин.}$$

**Ответ:** 1 ч 44 мин.

*Система оценки*

1. Найдено общее время движения транспортных средств — 2 балла.
2. Записана связь общего перемещения дрона с временем его движения — 3 балла.
3. Получено правильное аналитическое выражение для искомой величины — 3 балла.
4. Получен правильный численный ответ — 2 балла.
5. Если аналогичные результаты получены другим корректным способом — решение также может быть оценено в полный балл.

**1.2.** На протяжении какого времени все три транспортных средства двигались в одном направлении?

*Решение*

Способом, аналогичным изложенному в предыдущем пункте, найдем время  $t_0$ , в течение которого в одном направлении двигались грузовик и челнок:

$$0 = 2vt_0 - 2v(t - t_0) \Rightarrow t_0 = \frac{L}{2v}$$

Рассмотрим теперь некоторый промежуток времени  $\Delta t$ , на протяжении которого грузовик и челнок двигались в одну сторону. За это время дрон перемещается в положительном направлении на:

$$v\Delta t = 4v\Delta\tau - 4v(\Delta t - \Delta\tau),$$

где  $\Delta\tau$  — время, в течение которого он также двигался в положительном направлении. Отсюда:

$$\Delta\tau = \frac{5\Delta t}{8}$$

Время  $t_0$ , введенное выше, складывается из всех интервалов  $\Delta t$ , и на каждом таком интервале  $5/8$  его длительности все три транспортных средства двигались в одну сторону. Таким образом, и в общей сложности все три транспортных средства должны были двигаться  $5/8$  от времени  $t_0$ . Следовательно:

$$\tau = \frac{5}{8}t_0 = \frac{5L}{16v} = 3125 \text{ с} \approx 52 \text{ мин.}$$

**Ответ:** 52 мин.

*Система оценки*

1. Найдена время или доля общего времени, в течение которой два транспортных средства двигаются в одну сторону — 2 балла.
2. Найдена доля общего времени, в течение которой другие два транспортных средства двигаются в одну сторону — 2 балла.
3. Тем или иным способом доказано, что доля времени, в течение которого в одну сторону двигаются все три транспортных средства равна произведению предыдущих долей — 2 балла.

4. Получено правильное аналитическое выражение для искомой величины — 2 балла.
5. Получен правильный численный ответ — 2 балла.

**1.3.** При разработке челнока новой модели в его программном коде была допущена ошибка. В результате челнок движется равноускоренно, причем так, что его ускорение  $a$  направлено в сторону грузовика, если челнок ближе к пункту Б, чем к грузовику, и в сторону пункта Б в обратном случае. Челнок стартует из пункта Б одновременно со стартом грузовика из пункта А и начинает курсировать по описанным правилам. Найдите значение  $a$ , если известно, что грузовик и челнок оказались в пункте Б одновременно, и на этом пути челнок поменял направление своего ускорения ровно один раз.

### Решение

Разобьем траекторию челнока на три отрезка: от старта до смены направления ускорения, от смены направления ускорения до остановки и от остановки до прибытия в конечный пункт маршрута. Поскольку ускорение неизменно по модулю, продолжительность первого и второго отрезка одинакова. Обозначим ее  $t_1$ . Продолжительность последнего отрезка обозначим  $t_2$ . Тогда из закона равноускоренного движения (с учетом того, что челнок начинает и заканчивает движение в одной точке):

$$0 = 2 \frac{at_1^2}{2} - \frac{at_2^2}{2} \Rightarrow t_2 = \sqrt{2}t_1$$

В то же время общее время пути челнока совпадает с общим временем пути грузовика:

$$t_1 + t_2 = t_1(\sqrt{2} + 1) = L/v \Rightarrow t_1 = \frac{L}{v(\sqrt{2} + 1)}$$

В момент смены направления ускорения челнок находился ровно на середине отрезка между грузовиком и пунктом Б. Эта точка движется из середины дороги в сторону пункта Б со скоростью  $v/2$ . Следовательно:

$$\frac{at_1^2}{2} = \frac{L - vt_1}{2}$$

Подставляя найденное выше время  $t_1$ , получим:

$$\frac{aL^2}{v^2(\sqrt{2} + 1)^2} = L \frac{\sqrt{2} + 2}{\sqrt{2} + 1}$$

Откуда окончательно:

$$a = \frac{v^2}{L}(4 + 3\sqrt{2}) \approx 8 \text{ мм/с}^2$$

**Ответ:**  $8 \text{ мм/с}^2$ .

*Система оценки*

1. Верно записаны законы равноускоренного движения на каждом участке движения челнока и указано, что суммарное перемещение равно нулю — 3 балла.
2. Записана связь между перемещениями грузовика и челнока к моменту смены направления ускорения — 2 балла.
3. Получено правильное аналитическое выражение для искомой величины — 3 балла.
4. Получен правильный численный ответ — 2 балла.

**Задача III.1.1.2. Жидкости (40 баллов)**

Автоматизированная система управляет уровнями технологических жидкостей в двигателе беспилотного автомобиля, в том числе топлива, имеющего удельную теплоту сгорания  $q = 50 \text{ МДж/кг}$  и плотность  $\rho_{\text{т}} = 900 \text{ кг/м}^3$  и охлаждающей жидкости, имеющей удельную теплоемкость  $c = 3,3 \text{ кДж/(кг}\cdot\text{град)}$  и плотность  $\rho_{\text{х}} = 1100 \text{ кг/м}^3$ .

**2.1.** Чтобы обеспечить движение автомобиля с постоянной скоростью  $v = 20 \text{ м/с}$  по ровной горизонтальной дороге, система подает  $V = 0,05 \text{ л}$  топлива на каждый километр пути. Найдите механическую мощность, вырабатываемую двигателем, если известно, что его КПД  $\eta = 40\%$ .

*Решение*

Количество теплоты, выделяющееся при сгорании объема  $\Delta V$  топлива равно:

$$Q = qm = q\rho_{\text{т}}\Delta V$$

Механическая мощность двигателя может быть выражена через эту величину:

$$N = \eta \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \eta qm = \eta q\rho_{\text{т}} \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

В свою очередь временной расход топлива может быть связан с путевым:

$$s = v\Delta t \Rightarrow \frac{\Delta V}{\Delta t} = v \frac{V}{s},$$

где  $s = 1 \text{ км}$ . Получим окончательно:

$$N = \frac{\eta q\rho_{\text{т}}vV}{s} = 18 \text{ кВт}$$

**Ответ:** 18 кВт.

*Система оценки*

1. Верно записана теплота, выделяющаяся при сгорании топлива, — 2 балла.
2. Верно записана связь механической и тепловой мощности двигателя — 2 балла.

3. Верно записана связь расхода топлива на единицу времени и расстояния — 2 балла.
4. Получено правильное аналитическое выражение для искомой величины — 2 балла.
5. Получен правильный численный ответ — 2 балла.

**2.2.** Пятая часть вырабатываемой двигателем в прошлом пункте работы идет на питание электроники и вспомогательных систем автомобиля, и никак не зависит от скорости его движения. Остальная работа идет на преодоление двух видов трения: постоянного трения  $F_0$ , возникающего вследствие деформации колес и внутреннего трения в трансмиссии, и вязкого трения о воздух, зависящего от скорости движения по закону  $F_1 = \alpha v$ , где  $\alpha$  — некоторый постоянный коэффициент. Найдите  $\alpha$  если известно, что при увеличении скорости движения в  $k = 1,5$  раза секундный расход топлива вырастает в  $n = 1,8$  раз. Считайте, что КПД двигателя не зависит от скорости.

### *Решение*

Разделим общую мощность двигателя на постоянную часть  $N_0$ , по условиям задачи равную пятой доле общей мощности, и остальную — зависящую от скорости часть. Из механики известно, что мощность при движении со скоростью  $v$  против внешней силы  $F$  равна  $N = Fv$ . Таким образом:

$$\frac{4}{5}N = (F_0 + \alpha v)v \Rightarrow F_0 = \frac{4N}{5v} - \alpha v$$

Увеличение секундного расхода топлива в  $n$  раз при неизменном КПД означает пропорциональное увеличение общей мощности  $N$ . Таким образом:

$$nN = \frac{1}{5}N + (F_0 + \alpha kv)kv = \frac{1}{5}N + \left( \frac{4N}{5v} + (k-1)\alpha v \right) kv$$

Из последнего уравнения можно непосредственно выразить  $\alpha$ :

$$\alpha = \frac{(n - 0,2 - 0,8k)N}{k(k-1)v^2},$$

Величины  $N$ ,  $v$  подставляются из прошлого пункта.

**Ответ:** 24 Н·с/м.

### *Система оценки*

1. Верно записана связь мощности и скорости — 2 балла.
2. Записано разложение мощности на постоянную и переменную части — 2 балла.
3. Получено правильное аналитическое выражение для искомой величины — 3 балла.
4. Получен правильный численный ответ — 3 балла.

**2.3.** При какой скорости движения автомобиля секундный расход топлива будет минимальным?

*Решение*

Расход топлива пропорционален общей механической мощности, вырабатываемой двигателем, которая, в свою очередь, складывается из трех частей:

$$N(u) = N_0 + F_0u + \alpha v^2$$

Это выражение задает параболу, вершина которой находится по формуле  $u_{min} = -b/(2a)$ .

Но поскольку обе величины  $F_0, \alpha$  заведомо положительны, минимум функции расхода топлива лежит в отрицательной области скоростей, то есть реально минимальный расход будет достигаться при нулевой скорости. Заметим, что это неверно для расхода топлива на километр пути, но всегда так для секундного расхода.

**Ответ:** 0.

*Система оценки*

1. Получен правильный ответ — 5 баллов.
2. Ответ убедительно обоснован — 5 баллов.

**2.4.** Система охлаждения двигателя состоит из трубок с охлаждающей жидкостью, которые проходят через нагревающуюся часть двигателя и охлаждающийся окружающим воздухом радиатор. Можно считать, что проходя через радиатор, охлаждающая жидкость приходит в равновесие с окружающей средой, имеющей температуру  $\theta = 20^\circ C$ . Какой объем жидкости должны каждую секунду перекачивать насосы через поперечное сечение охлаждающей трубки, чтобы ее температура не превышала критического значения  $T_{max} = 200^\circ C$  при движении автомобиля со скоростью  $v = 20$  м/с?

*Решение*

Мощность, выделяющаяся в двигателе в виде теплоты, равна разнице общей мощности, выделяющейся при сгорании топлива и механической мощности, расходуемой на движение автомобиля:

$$P_Q = P - N = P(1 - \eta) = \frac{(1 - \eta)q\rho_T vV}{s}$$

(см. первый пункт).

Проходящая за некоторое время  $\Delta t$  должна нагреваться не более, чем на  $T_{max} - \theta$  градусов, то есть получать не более:

$$P_Q \Delta t = c(T_{max} - \theta)\rho_x V'$$

теплоты.

Объединяя полученные уравнения, запишем:

$$\frac{(1 - \eta)q\rho_{\text{T}}vV}{s}\Delta t = c(T_{\text{max}} - \theta)\rho_{\text{x}}V' \Rightarrow V' = \frac{(1 - \eta)q\rho_{\text{T}}vV\Delta t}{sc(T_{\text{max}} - \theta)\rho_{\text{x}}}$$

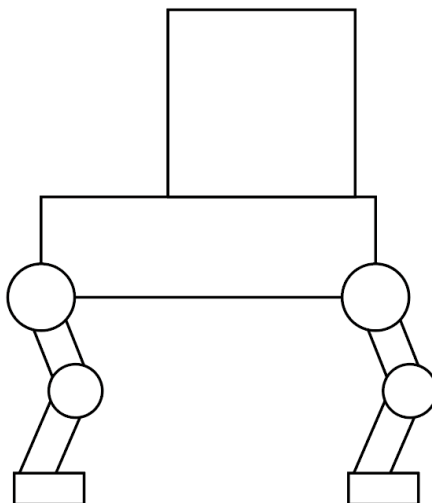
Ответ: 0,04 л.

### Система оценки

1. Верно записана энергия, выделяющаяся при сгорании топлива — 2 балла.
2. Найдена доля этой энергии, идущая на нагрев двигателя — 3 балла.
3. Получено правильное аналитическое выражение для искомой величины — 2 балла.
4. Получен правильный численный ответ — 3 балла.

### Задача III.1.1.3. Балансировка (30 баллов)

Грузовой робот перемещается на четырех ногах. Из-за неравномерного распределения грузов оказалось, что нагрузка на каждую переднюю ногу в  $k$  раз больше, чем на соответствующую заднюю, а на каждую правую — в  $k$  раз больше, чем на соответствующую левую. При этом общий вес груза, переносимого роботом, в  $k$  раз превышает вес самого робота.



**3.1.** Известно, что вес робота (без груза) в  $(4 - k)$  раз больше, чем нагрузка на его левую заднюю ногу (с грузом). Найдите  $k$  (найденное значение нужно использовать и в следующих пунктах задачи).

### Решение

Пусть  $F$  — нагрузка на левую заднюю ногу робота. Тогда на левую переднюю и правую заднюю приходятся нагрузки  $kF$ , а на правую переднюю —  $k^2F$ . Общая нагрузка на ноги робота:

$$F_{\Sigma} = (1 + 2k + k^2)F = (1 + k)^2F$$

В то же время эта нагрузка складывается из веса робота  $P$  и веса груза  $kP$ :

$$(1 + k)P = (1 + k)^2F \Rightarrow P = (1 + k)F$$

Но из условий задачи известно также, что:

$$P = (4 - k)F \Rightarrow 4 - k = 1 + k \Rightarrow k = 3/2$$

**Ответ:**  $3/2$ .

### *Система оценки*

1. Верно записана связь общей нагрузки на ноги робота и нагрузки на левую заднюю — 3 балла.
2. Верно записана связь общей нагрузки на ноги робота и его веса — 2 балла.
3. Получено правильное аналитическое выражение для искомой величины — 3 балла.
4. Получен правильный численный ответ — 2 балла.

**3.2.** Расстояние между передними и задними ногами робота составляет  $l = 90$  см. На какое расстояние необходимо сдвинуть груз вдоль продольной оси (вперед-назад), чтобы устранить эту разбалансировку, если известно, что сам робот полностью симметричен относительно обеих осей?

### *Решение*

Из соображений симметрии очевидно, что если сам робот симметричен, то и груз необходимо сдвинуть в его центр масс для устранения разбалансировки. Обозначим смещение груза от центра масс  $x$ .

Общая нагрузка на заднюю ось робота —  $F(1 + k)$ , на переднюю —  $kF(1 + k)$ . Запишем моменты сил, действующих на робота, относительно его центра:

$$kF(1 + k)l/2 = kPx + F(1 + k)l/2$$

Отсюда:

$$x = \frac{Fl(k - 1)(1 + k)}{2kP}$$

С учетом найденного в прошлом пункте соотношения  $P = (1 + k)F$  эта формула может быть выражена проще:

$$x = l \frac{k - 1}{2k} = 15 \text{ см}$$

**Ответ:** 15 см.



*Система оценки*

1. Установлено, что груз необходимо сдвинуть в центр робота — 2 балла.
2. Записано правило рычага (уравнение моментов) — 3 балла.
3. Получено правильное аналитическое выражение для искомой величины — 3 балла.
4. Получен правильный численный ответ — 2 балла.

**3.3.** Полностью разгибая передние ноги, робот приподнимает точку их крепления к корпусу на  $\Delta h = 25$  см, а точку крепления задних ног оставляет неподвижной. При этом ему приходится совершить механическую работу  $A = 200$  Дж. Найдите вес робота, считая, что груз оставался жестко закрепленным на спине робота и не скользил по ней при наклоне.

*Решение*

Если груз не скользил по спине робота, распределение нагрузок оставалось неизменным. Найти вес робота проще всего опираясь непосредственно на определение механической работы, представляющей собой произведение силы на перемещение точки приложения данной силы. Поскольку перемещалась только передняя ось робота, мы можем представить работу как произведение ее перемещения на нагрузку на эту ось:

$$A = k(k + 1)F\Delta h \Rightarrow F = \frac{A}{k(k + 1)\Delta h}$$

Учитывая снова  $P = (1 + k)F$ , получим:

$$P = (1 + k)F = \frac{A}{k\Delta h} \approx 533 \text{ Н}$$

**Ответ:** 533 Н.

*Система оценки*

1. Верно записано определение работы или изменение потенциальной энергии робота — 3 балла.
2. Указана связь между нагрузкой на передние ноги робота и его общим весом или изменением потенциальной энергии робота и перемещением его передней оси — 2 балла.
3. Получено правильное аналитическое выражение для искомой величины — 3 балла.
4. Получен правильный численный ответ — 2 балла.

## Физика. 10–11 класс

### Задача III.1.2.1. Дроны (30 баллов)

На полигоне проводятся испытания роя одинаковых дронов. Все дроны двигаются с постоянной по величине скоростью  $v = 5$  м/с. Дроны А и В начинают движение с разных точек полигона, отстоящих друг от друга на расстояние  $l = 100$  м. Дрон А запрограммирован двигаться строго в направлении дрона В, а дрон В — под углом  $90^\circ$  к направлению на дрон А (по часовой стрелке).

1.1. Какой путь пройдет каждый из дронов к моменту их встречи?

#### Решение

Скорость сближения двух материальных точек определяется проекцией их относительной скорости на соединяющий их отрезок. В случае дронов А и В только первый дрон имеет такую проекцию, поэтому скорость сближения дронов будет равна  $v$ . Отсюда можно сразу найти время их сближения:

$$t = \frac{l}{v},$$

а из него непосредственно получить окончательный ответ:

$$s = vt = l$$

Ответ:  $l$ .

#### Система оценки

1. Указана связь проекций скорости и скорости сближения — 4 балла.
2. Получено правильное аналитическое выражение для искомой величин — 3 балла.
3. Получен правильный численный ответ — 3 балла.

1.2. С какой угловой скоростью начинает вращаться отрезок, соединяющий дроны А и В?

#### Решение

Угловая скорость любого отрезка одинакова во всех не вращающихся относительно инерциальной системах отсчета, поэтому рассмотрим движение дрона В относительно А. Здесь нас будет интересовать напротив проекция скорости на ось, перпендикулярную отрезку АВ. Она равна  $v$ , в то время как начальный радиус поворота отрезка составляет  $l$ . Применяя базовую формулу связи угловой скорости с линейной, получаем:

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{v}{l} = 0,05 \text{ рад/с}$$

**Ответ:** 0,05 рад/с.

### *Система оценки*

1. Верно указана проекция скорости, отвечающая за вращательную часть движения, — 3 балла.
2. Получено правильное аналитическое выражение для искомой величины — 4 балла.
3. Получен правильный численный ответ — 3 балла.

**1.3.** Чему равно и куда направлено (относительно отрезка АВ) ускорение  $a$  центра масс системы дронов в произвольный момент времени  $t$ ?

### *Решение*

В произвольный момент времени центр масс системы будет участвовать в двух рассмотренных выше движениях: во вращении с угловой скоростью  $\omega(t) = v/l(t)$  и поступательном движении со скоростью  $v/2$ .

Постоянство модулей скоростей обеспечивает равенство нулю тангенциальной части ускорения, следовательно центр масс будет иметь только нормальное ускорение

$$a(t) = \frac{v^2}{l(t)} = \frac{v^2}{l - vt}$$

(скорость сближения дронов была введена в первом пункте).

Нормальное (центростремительное) ускорение точки направлено к оси, вокруг которой она вращается. В данном случае осью вращения является дрон А, движущийся строго вдоль отрезка АВ, а скорость вращения направлена перпендикулярно отрезку АВ. Следовательно, ускорение будет все время направлено на точку А.

**Ответ:**  $\frac{v^2}{l-vt}$ , ускорение всегда направлено на точку А.

### *Система оценки*

1. Показано, что центр масс не имеет тангенциального ускорения — 2 балла.
2. Верно записано выражение для центростремительного ускорения — 2 балла.
3. Получено правильное аналитическое выражение для искомой величины (с учетом зависимости  $l$  от времени) — 3 балла.
4. Верно указано направление ускорения — 3 балла.

### **Задача III.1.2.2. Трамвай (30 баллов)**

Транспортный электровоз запитывается от напряжения  $U_0 = 1$  кВ, подаваемого на рельсы, по которым он движется в пределах предприятия. При этом в его конструкции используется четыре независимых двигателя, включенных в цепь питания параллельно и развивающих номинальную мощность  $N = 50$  кВт каждый.

В некоторый момент возникла необходимость перевезти поезд на новое предприятие, в котором используется транспортная сеть с напряжением  $U$ . Для этого в цепь питания электровоза были внесены изменения, изображенные на рисунке III.1.1 (вспомогательная нагрузка  $R = 10 \text{ Ом}$ ). В результате удалось добиться того, что напряжение на каждом двигателе и мощность каждого двигателя сравнялись с номинальными значениями.

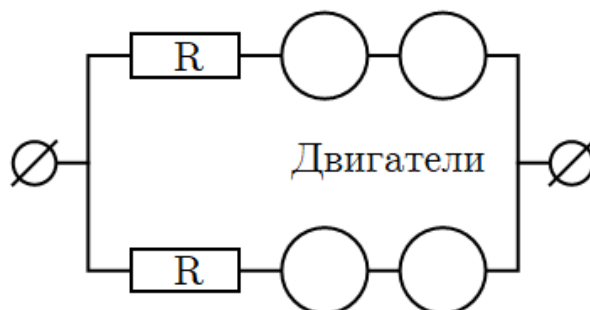


Рис. III.1.1: Цепь питания электровоза

2.1. Чему равно напряжение  $U$ ?

*Решение*

Сила тока, протекающая через двигатель при его работе в номинальном режиме, может быть найдена из закона Джоуля – Ленца:

$$N = U_0 I \Rightarrow I = \frac{N}{U_0}$$

Падение напряжения на вспомогательной нагрузке находим из закона Ома, учитывая, что ток через последовательно соединенные элементы одинаков:

$$U_R = IR = \frac{NR}{U_0}$$

Общее напряжение в цепи окончательно находим как сумму падений напряжения в любой ее ветви:

$$U = U_R + 2U_0 = \frac{NR}{U_0} + 2U_0 = 2,5 \text{ кВ}$$

**Ответ:** 2,5 кВ.

*Система оценки*

1. Записан закон Джоуля – Ленца — 3 балла.
2. Найдено падение напряжения на дополнительной нагрузке — 2 балла.
3. Получено правильное аналитическое выражение для искомой величины — 3 балла.

4. Получен правильный численный ответ — 2 балла.

**2.2.** Какая доля  $\eta$  общей энергии, потребляемой цепью питания электровоза, приходится на его двигатели?

### *Решение*

Рассмотрим одну ветвь цепи, поскольку ветви эквивалентны и общая пропорция будет такой же, как в половине цепи. В каждой из ветвей токи на всех элементах совпадают и равны  $N/U_0$ , напряжения также были найдены в прошлом пункте. Общая мощность, выделяющаяся в одной ветви цепи:

$$N_{\Sigma} = UI = N \frac{U}{U_0}$$

Мощность, выделяющаяся непосредственно на двигателях одной ветви, равна  $2N$  из условия их работы в номинальном режиме. Таким образом:

$$\eta = \frac{2N}{N_{\Sigma}} = 2 \frac{U_0}{U} = 80\%$$

**Ответ:** 80%.

### *Система оценки*

1. Найдена общая мощность, выделяющаяся во всей цепи или в одной ее ветви, — 3 балла.
2. Найдена общая мощность, выделяющаяся на двигателях всей цепи или одной ее ветви, — 2 балла.
3. Получено правильное аналитическое выражение для искомой величины — 3 балла.
4. Получен правильный численный ответ — 2 балла.

**2.3.** Какой заряд проходит через цепь питания электровоза за время, за которое поезд массой  $m = 500$  т проходит расстояние  $l = 1$  м, если коэффициент сопротивления движению (трения качения) равен  $k = 0,05$ ? Поезд движется горизонтально, а КПД двигателей можно считать равным 1.

### *Решение*

Сила, которую приходится преодолевать поезду при таком движении, равна:

$$F = kmg$$

Чтобы пройти против этой силы расстояние  $l$ , поезду необходимо совершить работу:

$$A = Fl = kmgl,$$

которая также может быть связана с протекающим через двигатели зарядом при помощи определения напряжения:

$$A = 2qU_0$$

Двойка в этом выражении обусловлена тем, что каждый заряд, проходящий через цепь питания электровоза, проходит через два его двигателя. Таким образом:

$$2qU_0 = kmgl \Rightarrow q = \frac{kmgl}{2U_0} \approx 123 \text{ Кл}$$

**Ответ:** 123 Кл.

### *Система оценки*

1. Найдена сила, противодействующая движению поезда, — 2 балла.
2. Найдена связь этой силы с работой или мощностью — 2 балла.
3. Получено правильное аналитическое выражение для искомой величины — 3 балла.
4. Получен правильный численный ответ — 3 балла.
5. С прошлых двух пунктов снимается по 2 балла, если потерян численный коэффициент.

### ***Задача III.1.2.3. Вездеход (40 баллов)***

Предприятие занимается разработкой беспилотных грузовиков для перемещения по сложным типам грунта. Им был разработан вездеход, который движется на колесах с очень мягкой оболочкой. Перед установкой на вездеход избыточное над атмосферным давление в камерах колес равно  $p_0 = 5 \cdot 10^4$  Па.

Под весом груженого вездехода колесо сплющивается так, как показано на рисунке III.1.2. При этом внешний радиус колеса остается неизменным и равным  $R = 60$  см, а радиус диска  $r = R/2$ . Ширина колеса также неизменна и равна  $d = 30$  см.

**3.1.** Каким становится давление внутри колеса под весом вездехода если температура заполняющего его воздуха остается неизменной?

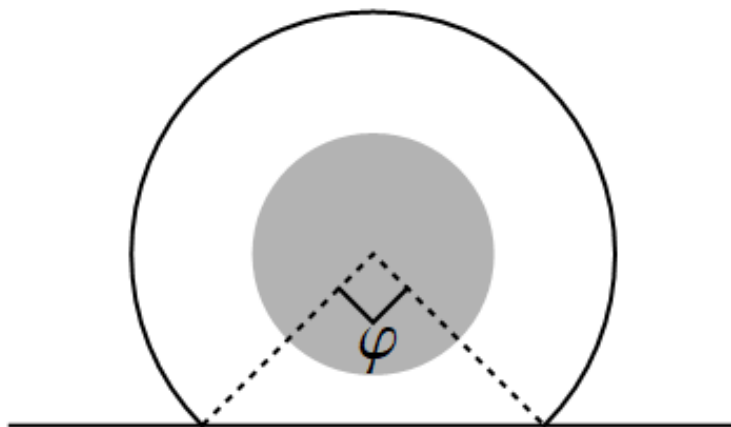


Рис. III.1.2: Чертеж к задаче

**Решение**

При неизменных температуре и количестве газа его давление обратно пропорционально его объему (закон Бойля – Мариотта). При неизменной ширине колеса этот объем пропорционален площади его сечения. Посчитаем эту площадь.

Для этого сравним площадь круга радиуса  $R$ :

$$S_{\bigcirc} = \pi R^2$$

и площадь вписанного в него квадрата (со стороной  $\sqrt{2}R$ ):

$$S_{\square} = 2R^2$$

Разница между ними представляет собой площадь четырех сплюснутых секторов из задачи:

$$4\Delta S = S_{\bigcirc} - S_{\square} = R^2(\pi - 2) \Rightarrow \Delta S = \frac{R^2(\pi - 2)}{4}$$

Учтем также, что и вначале, и в конце площадь камеры колеса меньше площади круга на величину площади диска  $S_0 = \pi R^2/4$ , и получим отношение давлений:

$$\frac{p_1}{p_0 + p_a} = \frac{S_{\bigcirc} - S_0}{S_{\bigcirc} - S_0 - \Delta S} = \frac{3\pi}{2\pi + 2}$$

**Ответ:**  $1,7 \cdot 10^5$  Па.

**Система оценки**

1. Записан или оговорен закон Бойля – Мариотта или эквивалентное ему соотношение — 2 балла.
2. Показано, что отношение объемов колеса до и после сжатия равно отношению его площадей — 2 балла.

3. Верно найдена площадь сдавленного сегмента — 2 балла.
4. Получено правильное аналитическое выражение для искомой величины — 2 балла.
5. Получен правильный численный ответ — 2 балла.

**3.2.** Найдите массу груженого вездехода, если известно, что он опирается на шесть описанных колес, а деформацией грунта можно пренебречь.

### *Решение*

Вес вездехода распределяется между всеми его колесами, которые, опираясь на грунт, создают силу  $F = (p_1 - p_a)S$ , где  $S$  — общая площадь их соприкосновения с землей. Подчеркнем, что поддерживает вездеход именно избыточное над атмосферным давление, а не общее давление в шинах. Длина плоского участка колеса равна  $\sqrt{2}R$  (из теоремы Пифагора), а ширина —  $d$ . Таким образом:

$$mg = 6\sqrt{2}Rd(p_1 - p_a)$$

**Ответ:** 11 т.

### *Система оценки*

1. Верно записана связь между весом вездехода и давлением в его шинах — 3 балла.
2. Верно найдена площадь опоры шин на землю — 2 балла.
3. Получено правильное аналитическое выражение для искомой величины — 3 балла.
4. Получен правильный численный ответ — 2 балла.

**3.3.** Вездеход был установлен на колеса описанным способом при температуре окружающего воздуха (и воздуха в камерах)  $T_0 = 10^\circ \text{C}$ . При какой температуре  $T_1$  «угол сплющивания»  $\varphi$  (см. рисунок III.1.2) станет равен  $\alpha = 60^\circ$ ?

### *Решение*

Для того чтобы найти объем колеса с углом сплющивания  $\alpha = 60^\circ$ , проведем процедуру, аналогичную рассмотренной в первом пункте, но вместо вписанного квадрата рассмотрим вписанный правильный шестиугольник.

Площадь равностороннего треугольника со стороной  $R$  равна:

$$S_{\Delta} = \frac{\sqrt{3}}{4}R^2$$

Вписанный шестиугольник составлен из шести таких треугольников:

$$S_6 = \frac{3\sqrt{3}}{2}R^2$$



Тогда площадь одного сплющенного сектора:

$$\delta S = \frac{S_{\circ} - S_6}{6} = \frac{2\pi - 3\sqrt{3}}{12} R^2$$

Отсюда площадь камеры колеса с углом сплющивания  $60^\circ$ :

$$S_1 = S_{\circ} - S_0 - \delta S = \frac{7\pi + 3\sqrt{3}}{12} R^2$$

Теперь найдем отношение объемов:

$$\frac{V_1}{V_0} = \frac{7\pi + 3\sqrt{3}}{6(\pi + 1)}$$

Из закона Менделеева – Клапейрона следует:

$$\frac{P_1 V_1}{P_0 V_0} = \frac{T_1}{T_0},$$

Однако мы не можем просто приравнять давления, так как при деформации колеса изменится и площадь опоры вездехода. Если с углом сплющивания  $90^\circ$  она составляла  $\sqrt{2}Rd$ , то с углом сплющивания  $60^\circ$  она составит  $Rd$ . Давления в шинах могут быть найдены по формулам:

$$P_0 = \frac{mg}{6\sqrt{2}Rd} + p_a$$

$$P_1 = \frac{mg}{6Rd} + p_a$$

В результате окончательное соотношение температур имеет вид:

$$T_1 = \frac{7\pi + 3\sqrt{3}}{6(\pi + 1)} \left( \frac{mg/(6Rd) + p_a}{mg/(6\sqrt{2}Rd) + p_a} \right) T_0,$$

где все температуры должны браться в шкале Кельвина.

**Ответ:**  $64^\circ\text{C}$ .

### *Система оценки*

1. Верно записан закон Менделеева – Клапейрона или эквивалентное ему соотношение — 2 балла.
2. Верно найдено соотношение площадей сечения шины при различных углах сплющивания — 2 балла.
3. Верно найдено соотношение площадей опоры при различных углах сплющивания — 2 балла.
4. Верно указана связь между отношением температур и другими указанными выше отношениями — 2 балла.
5. Получен правильный численный ответ — 2 балла.

**3.4.** Шесть колес вездехода установлены на трех осях так, что передняя и задняя оси находятся от центральной на одинаковом расстоянии  $l = 2$  м.

В некоторый момент времени датчики вездехода показали, что избыточное давление в шинах передней оси в  $\eta = 1,2$  раза выше, чем в остальных, а площадь соприкосновения с грунтом у шин задней оси в  $\eta$  раз меньше, чем у остальных. На какое расстояние и в какую сторону центр тяжести вездехода сдвинут относительно его центральной оси?

### *Решение*

Как уже было обсуждено, сила реакции опоры, действующая на колесо, равна произведению избыточного давления в нем на площадь его контакта с поверхностью:

$$N = pS$$

Таким образом, если на шины центральной оси действует сила  $F$ , то на шины передней действует суммарная сила  $\eta F$ , а на шины задней —  $F/\eta$ . Это позволяет нам записать уравнение моментов (правило рычага) относительно средней оси вездехода:

$$\eta Fl - Fl/\eta = Px,$$

где  $P$  — вес вездехода,  $x$  — смещение его центра масс относительно центральной оси в сторону передней (если оно окажется отрицательным — значит на самом деле центр масс смещен к задней оси).

В то же время, чтобы вездеход находился в равновесии, необходимо, чтобы сумма сил, действующих на него, была равна нулю:

$$\eta F + F + F/\eta = P \Rightarrow F = \frac{\eta P}{1 + \eta + \eta^2}$$

Подставляя это выражение в уравнение моментов, получим окончательно:

$$\frac{Pl(\eta^2 - 1)}{1 + \eta + \eta^2} = Px \Rightarrow x = l \frac{\eta^2 - 1}{\eta^2 + \eta + 1} \approx 24 \text{ см}$$

**Ответ:** 24 см.

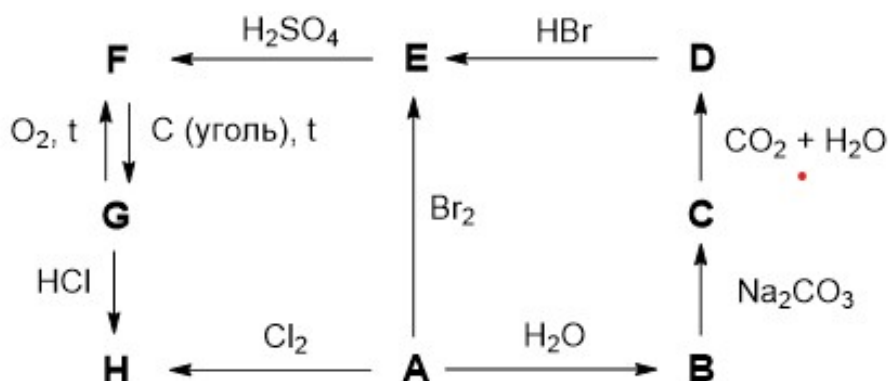
### *Система оценки*

1. Записано первое условие равновесия (второй закон Ньютона) — 2 балла.
2. Записано второе условие равновесия (уравнение моментов) — 3 балла.
3. Получено правильное аналитическое выражение для искомой величины — 3 балла.
4. Получен правильный численный ответ — 2 балла.

## Химия. 8-9 класс

## Задача III.1.3.1. (20 баллов)

Расшифруйте цепочку превращений, если известно, что все вещества содержат элемент **X**, вещество **A** — простое, а содержание **X** в бинарном веществе **G** составляет 81,1%. Кроме того, вещества **C** и **F** нерастворимы в воде, **F** активно используется для рентгенографических исследований. Определите вещества **A–H**, элемент **X** и напишите уравнения всех упомянутых реакций. Ответ подтвердите расчетом.

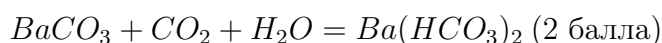
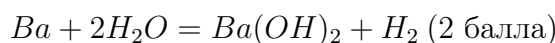
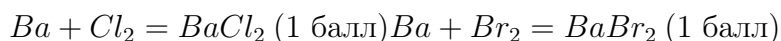


## Решение

Вещество *A* реагирует с водой, а его бромид — с серной кислотой, в результате чего, судя по всему, образуется сульфат металла, коим и является *A*. *F* — нерастворимый сульфат, а они восстанавливаются углем до сульфидов, что позволяет установить металл *X*, который, по совокупности свойств, является активным щелочноземельным металлом и в солях имеет степень окисления +2. Тогда *G* имеет формулу  $X_2S$ , причем

$$\frac{x}{(32 + x)} = 0,811,$$

откуда  $x = 137$  — это барий:



(2 балла за подтверждение бария по массовой доле)

### Задача III.1.3.2. (25 баллов)

Расчет предельной допустимой концентрации (ПДК) токсичных газов однопавленного действия в рабочей зоне производят с так называемым «эффектом суммации», который заключается в том, что сумма отношений концентраций этих веществ к их ПДК не должны превышать единицу:

$$\frac{C_1}{\text{ПДК}_1} + \frac{C_2}{\text{ПДК}_2} + \dots + \frac{C_n}{\text{ПДК}_n} \leq 1$$

где  $C_1, C_2, \dots, C_n$  - фактические концентрации веществ в воздухе рабочей зоны ( $\text{мг}/\text{м}^3$ ),  $\text{ПДК}_1, \text{ПДК}_2, \dots, \text{ПДК}_n$  - предельно допустимые концентрации тех же веществ в воздухе рабочей зоны ( $\text{мг}/\text{м}^3$ ).

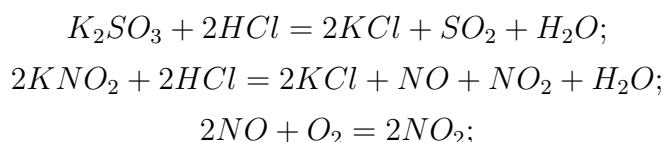
Таким образом, если  $\text{ПДК}(\text{SO}_2) = 10 \text{ мг}/\text{м}^3$ ,  $\text{ПДК}(\text{NO}_2) = 5 \text{ мг}/\text{м}^3$ , а в 1 кубометре воздуха содержится одновременно 5 мг сернистого газа и 3 мг двуокиси азота, суммарный ПДК превышает единицу ( $5/10 + 3/5 = 1,1$ ), и в помещении находиться небезопасно.

Смесь нитрита и сульфита калия массой 5 г обработали избытком соляной кислоты в аудитории с размерами  $9 \cdot 10 \text{ м}$  с высотой потолков 2,7 м, после чего газы равномерно распространились по всему объему помещения, а весь  $\text{NO}$  окислился до  $\text{NO}_2$  кислородом воздуха. Используя упомянутые в примере значения ПДК, ответьте на вопросы и выполните задания:

1. Напишите уравнения реакций, который приводят к образованию сернистого и бурого газов.
2. Будет ли нарушена суммарная ПДК в случае, если вещества взяты в равных массовых долях?
3. Будет ли нарушена суммарная ПДК в случае, если вещества взяты в равных мольных долях?
4. Укажите диапазон (минимальное и максимальное значения, в %) массовой доли сульфата калия, при которой суммарная ПДК будет превышена при обработке кислотой 5 г смеси.

### Решение

1.



(допускается суммарное уравнение  $2KNO_2 + 2HCl + 1/2O_2 = 2KCl + 2NO_2 + H_2O$ ) — (есть все уравнения — 5 баллов).

2. Объем помещения составляет  $V = 10 \cdot 9 \cdot 2,7 = 243 \text{ м}^3$ . Равные массовые доли солей — это по 2,5 г  $K_2SO_3$  и  $KNO_2$ . Рассчитаем количество:

$$\begin{aligned} NO_2 : n(KNO_2) &= n(NO_2) = m/M = 2,5/85 = 0,0295 \text{ моль}, \\ m(NO_2) &= 1,357 \text{ г}, c = m/V = 1,357/243 = 5,58 \text{ мг}/\text{м}^3 \end{aligned}$$

Это уже превышение по  $\text{NO}_2$ , поэтому количество  $\text{SO}_2$  можно не рассчитывать (5 баллов).

3. Равенство мольных долей означает, что количества нитрита и сульфита в смеси равны. Найдем это количество:

$$85n + 158n = 5, n = 0,0205 \text{ моль} = n(\text{NO}_2) = n(\text{SO}_2).$$

Тогда:

$$m(\text{NO}_2) = 0,946 \text{ г},$$

$$c(\text{NO}_2) = 0,946/243 = 3,9 \text{ мг}$$

$$m(\text{SO}_2) = 0,0205 \cdot 64 = 1,312 \text{ г}, c(\text{SO}_2) = 1,312/243 = 5,4 \text{ мг}.$$

Оба содержания находятся в пределах ПДК, так что считаем суммарную:  $3,9/5 + 5,4/5 > 1$ , суммарный ПДК превышен (5 баллов).

4. Поскольку молярная масса сульфита калия больше, а его предельное допустимое содержание сернистого газа — выше, то величина превышения суммарного ПДК будет увеличиваться с увеличением доли нитрита в смеси. Проверим, что при использовании чистого сульфита калия суммарный ПДК не превышен:

$$n(\text{K}_2\text{SO}_3) = n(\text{SO}_2) = m/M = 5/158 = 0,0316 \text{ моль},$$

$$m(\text{SO}_2) = 2,025 \text{ г},$$

$$c = m/V = 2,025/243 = 8,33 \text{ мг/м}^3 < 10 \text{ мг/м}^3$$

Пусть  $x$  массовая доля сульфита калия — тогда  $(1-x)$  — массовая доля нитрита калия.

$$n(\text{KNO}_2) = n(\text{NO}_2) = m/M = 5x/85 = x/19,$$

$$c(\text{NO}_2) = x/19 \cdot (46/243) = 0,01x \text{ (г/м}^3) = 10x \text{ (мг/м}^3)$$

$$n(\text{K}_2\text{SO}_3) = n(\text{SO}_2) = m/M = 5(1-x)/158,$$

$$c(\text{SO}_2) = 5(1-x)/158 \cdot (64/243) = 0,0083(1-x) \text{ (г/м}^3) = 8,3(1-x) \text{ (мг/м}^3).$$

Подставив найденные количества газов в уравнение для суммации, решим уравнение:

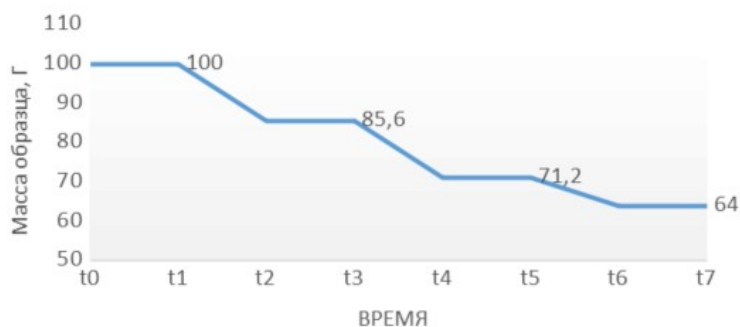
$$10x/5 + 8.3(1-x)/10 = 1,$$

Откуда  $x = 0,145$ . Имеем, что в диапазоне от 0 до 14,5% сульфита калия по массе превышения не будет, а в оставшемся диапазоне 14,5 – 100% (в который попадают и значения из двух предыдущих пунктов) — будет (10 баллов).

### **Задача III.1.3.3. (25 баллов)**

Образец кристаллогидрата сульфата некоторого двухвалентного металла X массой 100 г поместили в печь и прокаливали до постоянной массы при температуре, не превышающей  $400^\circ\text{C}$ . На графике ниже представлена зависимость массы образца от времени:

Зависимость массы образца от времени нагревания



1. Сколько всего промежуточных веществ образовалось в ходе разложения? Найдите металл X и формулы всех промежуточных соединений, образовывавшихся в ходе нагревания. Ответ подтвердите расчетами.
2. На основании данного графика изобразите график зависимости массовой доли металла X температуры образца от времени  $T(t)$ . Обозначьте координаты точек перелома графика (по оформлению можно ориентироваться на исходный график).
3. Пусть  $T_1$  — температура разложения исходного вещества,  $T_2$  — второго и т. д. Изобразите график зависимости температуры образца от времени  $T(t)$ . Обозначьте координаты точек перелома графика (по оформлению можно ориентироваться на исходный график).
4. Если предположить, что скорость нагрева образца одинакова в течение всего эксперимента, какой промежуток времени больше —  $t_1 - t_0$  или  $t_5 - t_4$ ? Ответ обоснуйте.
5. Что произойдет, если довести температуру в печи до  $1000^\circ\text{C}$ ? Изменится ли цвет образца (если да, то каким он станет, когда его температура достигнет  $1000^\circ\text{C}$ )? Напишите уравнение реакции, проходящей с образцом при самой высокой температуре.

### Решение

1. Промежуточным веществам соответствуют те участки графика, где не меняется масса образца, т.е. при его нагреве меняется температура, но не состав, таких участков 4, т.е. всего на графике 4 различных вещества (если более точно, два промежуточных).

Логично предположить, что исходное вещество имеет формулу  $XSO_4 \cdot nH_2O$ , а конечное является безводной солью с формулой  $XSO_4$ . Тогда:

$$m_{(\text{исх})}/m_{(\text{кон})} = M(XSO_4 \cdot nH_2O)/M(XSO_4) = 100/64,$$

$$\text{т. е. } (x + 96 + 18n)/(x + 96) = 100/64,$$

откуда  $x + 18n = 160$ . При  $n = 5$   $x = 64$ , это медь. При нагревании  $CuSO_4 \cdot 5H_2O$  вещество постепенно теряет кристаллическую воду.

Аналогично можно рассчитать по текущей массе промежуточных образцов, что формулы промежуточных веществ —  $CuSO_4 \cdot 3H_2O$  и  $CuSO_4 \cdot H_2O$ .

2. График зависимости массовой доли металла от времени будет совпадать по характеру с исходным, однако доля металла будет возрастать. Единственное,

что нужно сделать — рассчитать массовые доли меди в каждом из кристаллогидратов.



3. График зависимости температуры от времени будет «инвертированным» относительно предыдущего — всем «плоским» участкам будет соответствовать возрастание температуры от одной температуры разложения до другой, а всем возрастающим — «плоские» участки с неизменной температурой, так как при разложении температура образца некоторое время изменяться не будет.



4.  $t_1 - t_0$  больше, чем  $t_5 - t_4$  — при одинаковой скорости нагрева образец меньшей массы нагреется быстрее. Кроме того, удельная теплоемкость образца также будет снижаться, так как для воды она заведомо больше, чем для соли, а ее доля в образце снижается.
5. Сульфат меди разложится до оксида, а цвет образца сменится на черный.



(по 5 баллов за каждый пункт)

### **Задача III.1.3.4. (30 баллов)**

Гидропоника — способ выращивания растений без использования почвы, широко используемый в наши дни как в агропромышленности, так и в домашних хозяйствах. При этом питательная среда для корней растений создается с помощью раствора с характерным для конкретного вида содержанием ряда макро- и микроэлементов (в

ppm — это мг/кг или, поскольку растворы очень разбавленные, мг/л). То, сколько и каких элементов должно быть в растворе для оптимального роста и развития растения, называется профилем этого растения. Растворы с нужным профилем можно купить в магазине, но можно и изготавливать самостоятельно из дешевых коммерчески доступных неорганических солей, продающихся в качестве удобрений, таких как калийная и аммиачная селитры, гидро- и дигидрофосфаты калия, кальция и аммония. Кроме оптимального содержания элементов, важна определенная кислотность среды, которая чаще всего регулируется соотношением содержания нитрат-ионов и ионов аммония. Важная задача для людей, занимающихся гидропоникой — способность расчета количеств солей, необходимых для приготовления раствора с заданным профилем. Обычно расчет ведется на 10 л конечного раствора. Ниже представлены макропрофили некоторых видов растений по некоторым элементам:

ppm	N	P	K	Ca	$NH_4^+/NO_3^-$
Огурец	220	40	215	200	0.1
Томат	210	40	340	160	0.07
Профиль п.8					

Для создания профиля используются соли:  $NH_4NO_3$ ,  $KNO_3$ ,  $KH_2PO_4$ ,  $Ca(NO_3)_2 \cdot 4H_2O$ .

1. Сколько граммов навески четырехводного нитрата кальция нужно взять для приготовления 10 л питательного раствора для томатов? А нитрата калия?
2. Рассчитайте массу навески каждой соли для приготовления 10 л питательного раствора для выращивания огурцов
3. Соблюдается ли для огурцов требуемое соотношение  $NH_4^+/NO_3^-$ ? Можно ли его изменить с помощью данного набора солей, сохраняя при этом содержание всех макроэлементов?
4. Как Вы думаете, какова среда получившегося раствора для огурцов — слабокислая, нейтральная, слабощелочная? Ответ обоснуйте.
5. Среда раствора для томата будет более кислой или более щелочной, чем для огурца? Ответ обоснуйте.
6. Почему используется именно кислая калийная соль фосфорной кислоты, а не средняя?
7. Представленный в таблице макропрофиль неполный — кроме перечисленных элементов в него входят магний, сера и хлор. В виде каких соединений Вы бы стали вносить в раствор эти элементы? Приведите примеры.
8. Для приготовления 10 л смеси взяли по 5 г нитрата аммония, нитрата кальция четырехводного и дигидрофосфата калия. Найдите макропрофиль, который получится в этом случае, как если бы вы заполняли последнюю строчку таблицы (с той же точностью, что и в ней).

### Решение

1. В этом задании очень важно контролировать, какой элемент вносится какой солью. Некоторые элементы вносятся только одной солью, а некоторые — сразу несколькими. Для того, чтобы не запутаться, рекомендуется при решении составить таблицу:



	<i>N</i>	<i>P</i>	<i>K</i>	<i>Ca</i>
$NH_4NO_3$ (1)	+			
$KNO_3$ (2)	+		+	
$KH_2PO_4$ (3)		+	+	
$Ca(NO_3)_2 \cdot 4H_2O$ (4)	+			+

Для приготовления 10л раствора для томатов нужно 1600 мг кальция (в таблице указано значение на 1 л, поэтому здесь и далее табличное значение умножается на 10), т. е.  $1600/40 = 40$  ммоль = 0,04 моль кальция.

$$m(Ca(NO_3)_2 \cdot 4H_2O) = 0,04 \cdot 243 = 9,72\text{г}(2 \text{ балла})$$

Чтобы понять, сколько нитрата калия нужно вносить, сначала стоит рассчитать количество вносимого калия из дигидрофосфата, т.к. этим веществом полностью контролируется содержание фосфора в профиле. Фосфора нужно 400 мг,  $n(P) = 400/31 = 13$  ммоль =  $n(K)$ .  $m(K) = 13 \cdot 39 = 503$  мг. Всего нужно 3400 мг калия, поэтому с помощью нитрата калия вносятся остальные  $3400 - 503 = 2893$  мг. Это соответствует  $n(K) = 2893/39 = 74$  ммоль калия из нитрата, тогда  $m(KNO_3) = 7,49$  г (2 балла).

2. Для огурцов нужно на 25% больше кальция, чем для томатов ( $200/160 = 1,25$ ), поэтому и масса навески вырастет на 25%:

$$n(Ca) = 0,05\text{моль},$$

$$m(Ca(NO_3)_2 \cdot 4H_2O) = 0,05 \cdot 243 = 12,15\text{г}(2 \text{ балла})$$

$$n(N)4 = 2n(Ca) = 0,1\text{моль}$$

$$n(P) = 400/31 = 13\text{ммоль} = n(K)3$$

(столько же, сколько и в предыдущем примере)

$$m(KH_2PO_4) = 0,013 \cdot 136 = 1,768\text{г}(2 \text{ балла})$$

Количество вносимого калия:

$$m(K) = 2150\text{мг} = (n(K)_2 + n(K)_3) \cdot M(K) = (n(K)_2 + 13) \cdot 39,$$

Откуда  $n(K)_2 = 42$  ммоль,  $m(KNO_3) = 0,042 \cdot 101 = 4,25$  г (3 балла).

Чтобы рассчитать количество нитрата аммония, нужно рассчитать количество атомов азота, уже присутствующих в смеси за счет других солей.

$$n(N) = n(N)_1 + n(N)_2 + n(N)_4 = 2200/14 = 157 \text{ ммоль},$$

$$n(N)_2 = n(K)_2 = 42 \text{ ммоль}, n(N)_4 = 2n(Ca) = 100 \text{ ммоль}, n(N)_1 = 15 \text{ ммоль}$$

$NH_4NO_3$  содержит 2 атома азота, поэтому:  $n(NH_4NO_3) = 7,5$  ммоль,  $m(NH_4NO_3) = 0,075 \cdot 80 = 0,6$  г (4 балла)

3. В реальности соотношение не соблюдается, поскольку  $n(NO_3)/n(NH_4) = 150/7,5 = 20 : 1$ . Из текста задания непонятно, имеется в виду мольное соотношение или массовое, но поскольку нитрат-ион сильно тяжелее иона аммония, соотношение будет еще выше. С помощью только данных солей, сохраняя профиль, изменить соотношение не получится, поэтому в реальности часто вносят и другие соли аммония для выравнивания соотношения и *pH* (2 балла).
4. Слабокислая: перечисленные здесь соли при гидролизе дают либо нейтральную, либо кислую среду (2 балла).

5. Среда для томата будет более щелочной, т. к. количество ионов аммония там меньше (см. Текст задачи) (2 балла).
6. Средняя калийная соль имеет слишком щелочную реакцию, поэтому она не используется, кроме того, нерастворимые фосфаты (напр. кальция) могут выпасть в осадок (2 балла).
7. Нужно вносить соли, достаточно хорошо растворимые и по возможности незначительно влияющие на  $pH$  (нейтральные или почти нейтральные при гидролизе). Годятся  $NaCl$ ,  $Na_2SO_4$ ,  $Mg(NO_3)_2$  и т. п. (3 балла)
8. Найдем количества каждой соли и каждого элемента в отдельности:

	$M$ (г/моль)	$n$ (ммоль)	$n(Ca)$	$n(P)$	$n(N)$	$n(K)$
$NH_4NO_3$	80	63			126	
$KH_2PO_4$	136	31		31		31
$Ca(NO_3)_2 \cdot 4H_2O$	236	21	21		41	

А теперь узнаем, каково содержание каждого элемента на 1 л:

$$m(N) = (126 + 41) \cdot 14/10 = 176 \text{ ppm}$$

$$m(K) = 31 \cdot 39/10 = 121 \text{ ppm}$$

$$m(P) = 31 \cdot 31/10 = 96 \text{ ppm}$$

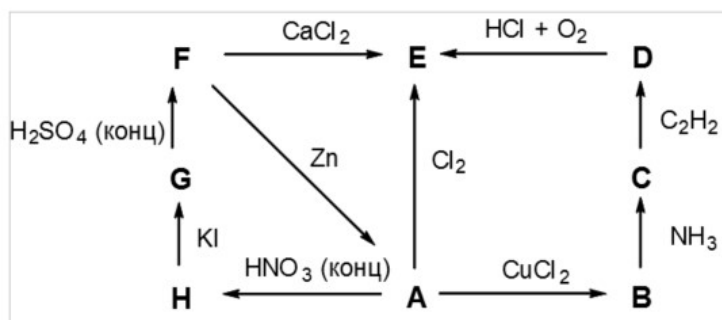
$$m(Ca) = 21 \cdot 40/10 = 84 \text{ ppm}$$

(4 балла)

## Химия. 10-11 класс

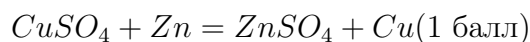
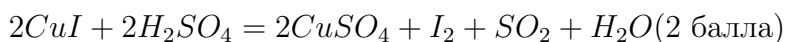
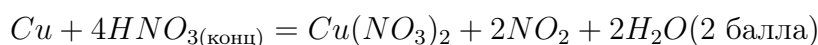
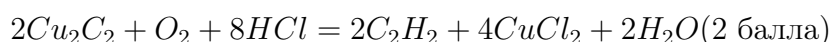
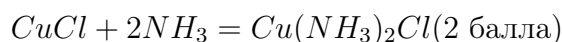
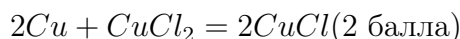
### Задача III.1.4.1. (20 баллов)

Расшифруйте цепочку превращений, если известно, что все вещества содержат элемент **X**, вещество **A** — простое, а содержание **X** в бинарном взрывоопасном соединении **D** составляет 84,2%. Определите вещества **A–H**, элемент **X** и напишите уравнения всех упомянутых реакций. Ответ подтвердите расчетом.



**Решение**

Реакция получения  $D$  — взаимодействие вещества с ацетиленом, в результате которого получается бинарное взрывоопасное вещество. Речь идет о карбиде (ацетилениде) металла. Какой это металл, можно выяснить по массовой доле элемента  $X$ , предположив для начала, что ацетиленид имеет формулу  $X_2C_2$ , тогда  $x/(12 + x) = 0,842$ , откуда  $x = 64$ , что соответствует меди. Уравнения реакций:



(3 балла за подтверждение расчетом меди)

**Задача III.1.4.2. (25 баллов)**

При разложении нитрата неизвестного металла **X** массой 10,24 г образовались белые кристаллы вещества **A**, обладающего полупроводниковыми свойствами, при этом степень окисления металла не изменилась, а также выделилось 33,6 л газов (в пересчете на н. у.). Известно, что вещество **A** реагирует с концентрированной соляной кислотой и водным раствором  $NaOH$ , а при прокаливании в токе аммиака при  $1000^\circ C$  образуется бинарное соединение **B**, также обладающего полупроводниковыми свойствами.

1. Найдите соединения **A**, **B**, напишите уравнения описанных реакций, найдите **X** и подтвердите ответ расчетами.
2. Руководствуясь расположением **X** в Периодической системе химических элементов, предскажите продукты реакции **X** с хлором, серной кислотой и гидроксидом натрия. Напишите уравнения реакций.
3. В свое время одно из свойств металла **X** в чистом виде заинтересовало американских военных, и некоторое время назад велись разработки оружия на его основе, однако затем от идеи отказались из-за дороговизны **X**. Что это за свойство?
4. При взаимодействии 1 моль некоторого соединения **C**, содержащего металл **X**, с арсином (летучее водородное соединение мышьяка) образуется 1 моль еще одного бинарного полупроводникового материала и 3 моль метана. Предположите формулу **C** и напишите уравнение этой реакции.

## Решение

1. Пусть нитрат металла имеет формулу  $X(NO_3)_n$ . Судя по описанию, белое вещество  $X$  является оксидом (а не нитритом и не чистым металлом) металла с признаками амфотерности (реагирует одновременно с кислотами и щелочами. Тогда будем исходить из того, что разложение происходит по схеме  $X(NO_3)_n \rightarrow$  оксид  $+NO_2 + O_2$ . Имеет смысл перебрать  $n = 2, 3, 4$ , так как за пределами соответствующих валентностей амфотерность оксида, а тем более полупроводниковые свойства, встречаются крайне редко. Тогда суммарное количество выделившихся газов составляет:

$$n(NO_2 + O_2) = 3,36/2,24 = 0,15 \text{ моль}$$

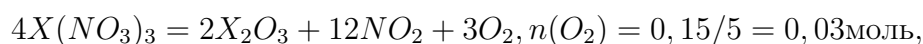
При  $n = 2$  имеем:



$$n(O_2) = 0,15/5 = 0,03 \text{ моль}, \quad n(X(NO_3)_2) = 0,06 \text{ моль},$$

$$M(X(NO_3)_2) = 10,24/0,06 = 170,7 \text{ г/моль} \Rightarrow M(X) = 170,7 - 62 \cdot 2 = 46,7 \text{ г/моль}$$

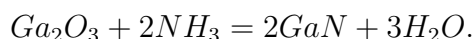
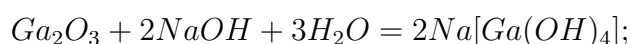
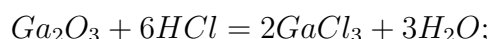
Это между *Sc* и *Ti*. *Sc* не подходит из соображений степени окисления (3-я подгруппа), *Ti* — по двум причинам: *TiO* — не бесцветный и он бы окислился до *TiO<sub>2</sub>* в присутствии кислорода, выделяющегося из нитрата, т. к. степень окисления; у титана существует, но гораздо менее устойчива, чем +3 или +4. Имеет смысл вести поиск дальше. При  $n = 3$  имеем:



$$n(X(NO_3)_3) = 0,04 \text{ моль},$$

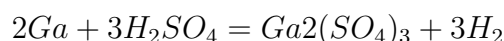
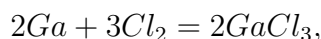
$$M(X(NO_3)_3) = 10,24/0,04 = 256 \text{ г/моль} \Rightarrow M(X) = 170,7 - 62 \cdot 3 = 70 \text{ г/моль},$$

это галлий, он находится в 3 группе под алюминием, поэтому вполне ожидаемо проявляет степень окисления +3 и обладает свойствами, похожими на свойства алюминия. Кроме того, на его основе создано много полупроводников, например **A** — оксид:  $Ga_2O_3$ .



Расчет — 6 баллов (угадывание галлия — 1 балл), уравнения — по 2 балла.

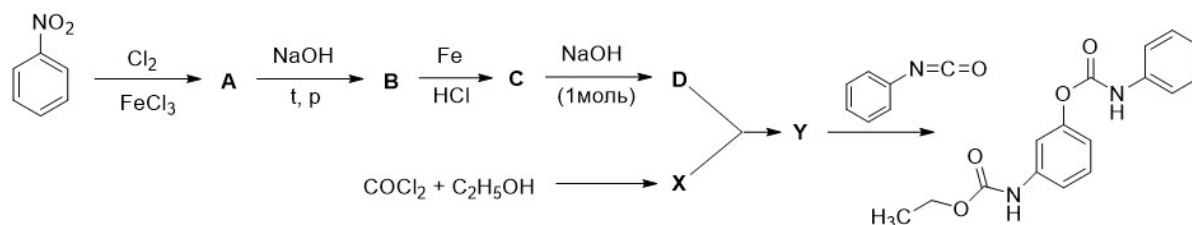
2. Галлий имеет свойства аналогичные алюминию:



3. Галлий легко плавится и становится жидким практически при комнатной температуре, поэтому он ведет себя подобно ртути и образует амальгамы — при взаимодействии с другими металлами их структура разрушается и они сильно теряют в прочности, поэтому задумкой военных было использование галлия для незаметного разрушения стратегических объектов. (3 балла)
4. Так как получился «еще один» полупроводник, то это не оксид, а  $GaAs$ . Задача сводится к расшифровке реакции  $Ga(\dots)_3 + AsH_3 = GaAs + 3CH_4$ . По балансу атомов получается, что в скобках  $-CH_3$ :  $Ga(CH_3)_3 + AsH_3 = GaAs + 3CH_4$  (4 балла).

### Задача III.1.4.3. (25 баллов)

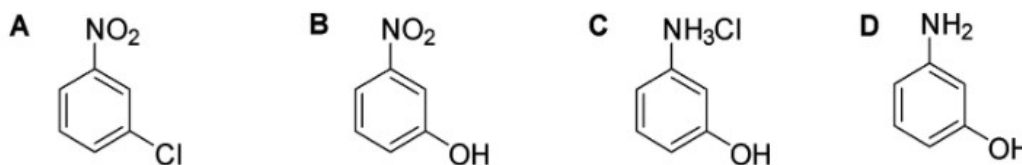
Десмедифам — один из основных гербицидов, применяемых на сегодняшний день повсеместно при выращивании сахарной свеклы. Он может быть получен из нитробензола, фосгена и этилового спирта путем следующей цепочки превращений:



Известно, что на последней стадии вещество **Y**, получаемое взаимодействием **D** и **X**, вступает в реакцию присоединения с фенилизоцианатом  $\text{C}_6\text{H}_5\text{NCO}$  (т.е. конечное вещество является единственным продуктом этой реакции), а в веществе **X** содержится 33,2% углерода, 4,6% водорода и 29,5% кислорода.

1. Расшифруйте структурные формулы веществ **A–D**, **X**, **Y**. Молекулярную формулу вещества **X** подтвердите расчетами. Назовите соединения **A–D**.
2. Предложите альтернативный способ синтеза вещества **B** из нитробензола в 2 стадии.

### Решение



**A** — м-хлорнитробензол (или 3-нитрохлорбензол или 3-хлорнитробензол и т. д.).

**B** — м-нитрофенол.

**C** — м-гидроксианилина гидрохлорид.

**D** — м-гидроксианилин (м-аминофенол).

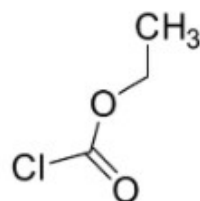
(2 балла вещество, 1 балл — название, всего 12 баллов)

Сумма массовых долей элементов в соединении **X** — не 100%, единственным присутствующим элементом может быть хлор:

$$\omega(\text{Cl}) = 100 - 33,2 - 4,6 - 29,5 = 32,7\%$$

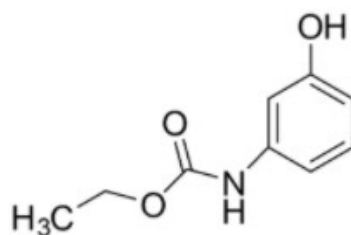
$$\begin{aligned} n(\text{C}) : n(\text{H}) : n(\text{O}) : n(\text{Cl}) &= 33,2/12 : 4,6/1 : 29,5/16 : 32,7/35,5 = \\ &= 2,76 : 4,6 : 1,84 : 0,92 = 3 : 5 : 2 : 1 \end{aligned}$$

Брутто- формула **X** —  $\text{C}_3\text{H}_5\text{O}_2\text{Cl}$  — это этиловый эфир хлормуравьиной кислоты (расчет — 3 балла, структурная формула — 2 балла).

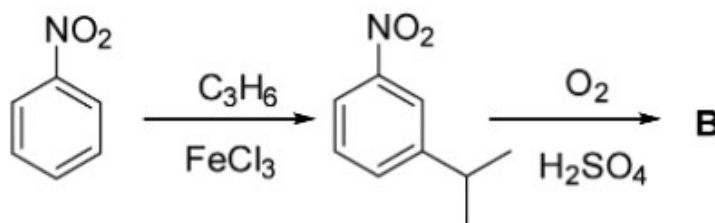


Глядя на конечную молекулу, можно догадаться, куда именно присоединился изоцианатный фрагмент, — это правая часть молекулы (бензольное кольцо в середине имеет 2 заместителя в мета-положении друг относительно друга — это признак, указывающий, что именно центральная часть молекулы образовалась из **D**).

Тогда **Y** выглядит так: (верная формула — 3 балла)



Верный способ синтеза — 5 баллов. Пример — альтернативное получение фенола из нитрокумола:

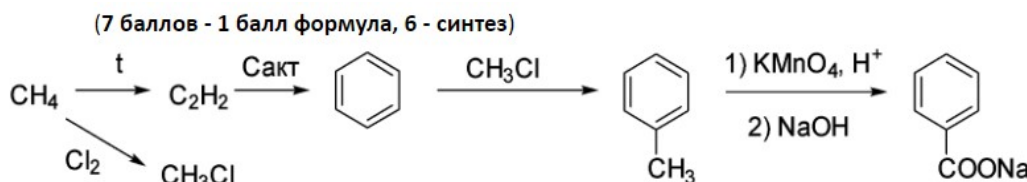


#### Задача III.1.4.4. (30 баллов)

Бензоат натрия (E211) — популярный консервант в пищевой промышленности. Нельзя считать его полностью искусственным, так как он содержится, например, в клюкве, чернике, молочных и морепродуктах, однако чаще всего он используется именно в качестве пищевой добавки для консервации широкого спектра пищевых продуктов от плодоовощных консервов и напитков до рыбной продукции. Согласно ГОСТ 27001-86 «Методы определения консервантов в икре и рыбных пресервах», в рыбной продукции бензоат натрия можно определить титриметрически путем его количественного перевода в бензойную кислоту и дальнейшим титрованием полученного раствора с помощью  $NaOH$  известной концентрации. Для этого водную вытяжку (раствор, в который перешло все определяемое вещество) 100,0 г пробы рыбной продукции сначала отделяют от компонентов белковой природы, затем содержащийся в ней бензоат натрия переводят с помощью добавления сильной кислоты в бензойную кислоту, производят ее экстракцию с помощью хлороформа, который затем удаляют, а сухой остаток перерастворяют в водно-спиртовой среде с добавлением фенолфталеина. Полученный таким образом раствор титруют стандартным раствором  $NaOH$  концентрацией 0,05 М до изменения окраски индикатора.

1. Нарисуйте формулу E211 и приведите возможный путь его синтеза из метана и неорганических веществ. Напишите уравнение реакций.
2. Что такое экстракция? Можно ли вместо хлороформа использовать, например, диэтиловый эфир? А этиловый спирт? Почему?
3. Каково содержание (мг/кг) бензоата натрия в образце, если для анализа потребовалось 7 мл раствора щелочи?
4. Почему этот же метод нельзя использовать для проверки содержания бензоата натрия во фруктах, ягодах и напитках на их основе?
5. Предельное содержание бензойной кислоты, разрешенное для применения в пищевых продуктах, составляет 0,1% по весу. Сколько миллилитров раствора  $NaOH$  будет использовано для анализа образца рыбных консервов с таким содержанием бензойной кислоты?

### Решение



- 1.
2. Экстракция — метод извлечения вещества из среды (например, растворителя) при помощи другой среды (растворителя, не смешивающегося с первым) (2 балла). Вещество, с помощью которого производится экстракция, не должно смешиваться или реагировать с компонентами экстрагируемой среды (объяснение — 2 балла). По этим причинам эфир подходит, а спирт — нет (по 2 балла).
3.  $V(NaOH) = 7$  мл,

$$n(NaOH) = C \cdot V = 7 \cdot 0.05 = 0.35 \text{ ммоль} = n(C_6H_5COOH) = n(C_6H_5COONa)$$

Значит  $m(C_6H_5COONa) = n \cdot M = 0,35 \cdot 144 = 50,4$  мг содержится в 100 г образца, в 1 кг будет содержаться 504 мг бензоата натрия (5 баллов).

4. Во фруктах и ягодах содержатся и другие органические кислоты, которые перейдут в органический растворитель при экстракции и тоже будут титроваться  $NaOH$ , что приведет к большой погрешности в методе анализа (5 баллов).
5. 0,1% по весу — это 1000 мг в килограмме сырья. Можно воспользоваться расчетом из п.3:

$$V(NaOH)_1/V(NaOH)_2 = m(e211)_1/m(e211)_2,$$

т. е.  $504/1000 = 7/x, x = 13,9$  мл (5 баллов).