

Заключительный этап

Индивидуальный предметный тур

Физика. 8–9 класс

Задача III.1.1.1. Прозрачная капля (50 баллов)

В лаборатории была синтезирована жидкость с экстремально большим показателем преломления $n_2 = 4$.



На тонкую плоскую горизонтальную прозрачную пластинку с показателем преломления $n_1 = 1,21$ капнули этой жидкостью так, что жидкость образовала на пластине часть шара радиуса $R = 10$ см так, как изображено на рисунке (т. е. углы между касательными к шару и пластиной острые). Радиус круга соприкосновения капли и пластины $r = 3$ см. Под стеклянной пластиной ставят светочувствительную матрицу с размером пикселя $d = 0,1$ мм. Между пластиной и матрицей, так же, как и над каплей, находится воздух. Толщиной прозрачной пластины при решении задач можно пренебречь.

1.1. (10 баллов)

На каком расстоянии от пластины надо расположить матрицу так, чтобы параллельный пучок света, перпендикулярный пластине, после прохождения капли и пластины фокусировался на ней?

Решение

Такую каплю можно рассматривать как тонкую линзу. Плоскопараллельная пластина не изменяет направление хода лучей. Сдвигом луча в пластине мы пренебрежем, т. к. величина сдвига зависит от толщины пластины, а толщина по условию задачи очень мала.

Тогда можно найти оптическую силу и фокусное расстояние получившейся линзы как:

$$D = (n_2 - 1) \frac{1}{R}$$
$$F = \frac{R}{n_2 - 1} = \frac{R}{3} = 3,3 \text{ см}$$

На этом расстоянии от пластины и нужно расположить матрицу.

Ответ: 3,3 см.

Система оценки

1. Сделан вывод о том, что матрицу надо располагать в фокусе линзы — 2 балла.
2. Получено выражение для фокусного расстояния — 6 баллов.
3. Получено верное численное значение — 2 балла.

1.2. (10 баллов)

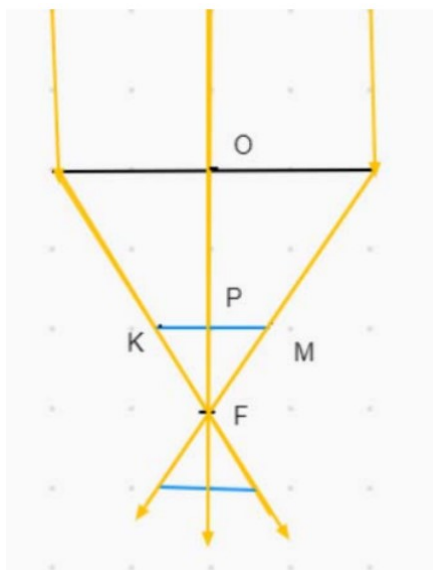
Где может быть расположена матрица так, чтобы пучок разрешился одним пикселем? (Т.е. светлое пятно на матрице было бы не больше, чем 1 пиксель).

Решение

На рисунке синими отрезками обозначен размер пикселя. Соответственно, фокус должен располагаться между синими отрезками. Найдем насколько сдвинуты эти отрезки вдоль главной оптической оси OF относительно положения главного фокуса F . Из рисунка видно, что этому условию соответствует соотношение:

$$\frac{x}{F} = \frac{d}{2r}$$

Где x — искомое отклонение, причем из рисунка видно, что оно может быть, как ближе, так и дальше фокуса, $KM = d$ — размер пикселя, а $OF = F$ — фокусное расстояние.



Откуда:

$$x = \frac{dF}{2r} = 0,05 \text{ мм}$$

Отсюда видно, что матрица может быть расположена практически только на фокальной плоскости с отклонением $\pm 0,05$ мм.

Ответ: $\frac{R}{3} \pm \frac{dF}{2r} = 3,3 \text{ см} \pm 0,05 \text{ см}$.

Система оценки

1. Найдена связь между размером пикселя и возможным расстоянием до изображения — 2 балла.
2. Получено выражение для диапазона расстояний — 6 баллов.
3. Получено верное численное значение — 2 балла.

1.3. (10 баллов)

На каплю падает параллельный пучок света, перпендикулярно пластине. Найдите долю площади пучка, свет с которой попадет на матрицу.

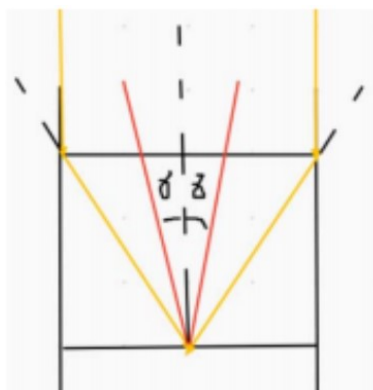
Решение

Казалось бы, что может помешать всему свету попасть на матрицу? Но то, что показатель преломления пластины меньше, чем у жидкости, приведет к тому, что на границе жидкость-пластина свет может испытать полное внутреннее отражение, если угол падения будет больше критического.

Критический угол может быть найден как:

$$\gamma = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2}\right) = 17,6^\circ$$

Из рисунка видно, что на матрицу может попасть только свет, лежащий внутри области отмеченной красными лучами (область, где угол падения на пластину меньше критического).



Тогда искомая доля площади равна:

$$\eta = \left(\frac{F \operatorname{tg}(\arcsin(\frac{n_1}{n_2}))}{r} \right)^2 \approx 10\%$$

Ответ: 10%.

Система оценки

1. Указано, что часть света не пройдет из-за полного внутреннего отражения — 2 балла.

2. Найдена величина критического угла — 2 балла.
3. Получено выражение для отношения площадей (или отдельно по 2 балла за каждую площадь) — 4 балла.
4. Получено верное численное значение — 2 балла.

1.4. (10 баллов)

Пучок повернули на угол $\beta = 30^\circ$ к вертикали. Найдите размер области пластины, через которую свет проходит на матрицу. Под размером понимается длина отрезка в плоскости содержащей ось пучка и перпендикуляр к пластине.

Решение

Аналогично предыдущему, однако теперь свет приходит в дополнительный фокус и нужно понять, как связаны углы падения света на пластину и критический угол. Построением или геометрически можно показать, что углы между вертикалью и зелеными линиями — углы падения будут больше, чем критический угол.



Пусть a — расстояние от главной оптической оси до дополнительного фокуса. Тогда:

$$a = F \cdot \operatorname{tg}(\beta)$$

$$\gamma_1 = \operatorname{arctg}\left(\frac{r-a}{F}\right) = \operatorname{arctg}\left(\frac{r-F \cdot \operatorname{tg}(\beta)}{F}\right) = 17,8^\circ$$

$$\gamma_2 = \operatorname{arctg}\left(\frac{r+a}{F}\right) = \operatorname{arctg}\left(\frac{r+F \cdot \operatorname{tg}(\beta)}{F}\right) = 56^\circ$$

Следовательно искомый размер, это отрезок на пластине, который вырезают красные лучи. Его легко найти:

$$h = 2F \cdot \operatorname{tg}\left(\arcsin\left(\frac{n_1}{n_2}\right)\right) = 2,1 \text{ см}$$

Убедимся, что отрезок не вылез за границу начального пучка:

$$a + \frac{h}{2} = F \cdot \sin(\beta) + F \cdot \operatorname{tg}\left(\arcsin\left(\frac{n_1}{n_2}\right)\right) = 0,029 < 0,03 = r$$

Ответ: 2,1 см.

Система оценки

1. Найдено положение побочного фокуса — 2 балла.
2. Найдены крайние углы преломления — 2 балла.
3. Найдено выражение для расстояния — 4 балла.
4. Получено верное численное значение — 2 балла.

1.5. (10 баллов)

Пластиной с каплей закрыли цилиндрическую банку, наполненную доверху той же жидкостью, причем радиус банки совпал с радиусом капли на пластине, а ось банки проходит через центр капли. В результате смачивания стенок банки жидкостью, под пластиной образовался вогнутый мениск. Для упрощения рассуждений, будем считать, что мениск имеет форму сферической поверхности радиуса $2R$. Определите, где нужно расположить матрицу в этом случае для того, чтобы параллельный пучок света, перпендикулярный пластине разрешался 1 пикселем?



Решение

Для решения этой задачи, заметим, что мениск под пластиной образует вторую линзу. Обе линзы можно считать тонкими. Поскольку линзы и расположены вплотную друг к другу их оптические силы складываются.

Оптическая сила этой системы может быть вычислена как:

$$D = (n - 1) \frac{1}{R} + \left(\frac{1}{n} - 1 \right) \frac{1}{2R} = 26,25 \text{ диоптрии.}$$

Эквивалентное фокусное расстояние равно 3,8 см.

Используя рассуждения задачи 1.2. можно найти насколько может свет отклониться от этого фокуса.

$$x_2 = 0,06 \text{ мм}$$

Ответ: 3,8 см $\pm$ 0,06 мм.

Система оценки

1. Указано, данную систему можно рассматривать, как систему из сложенных вплотную тонких линз — 2 балла.
2. Найдено фокусное расстояние линз — 2 балла.
3. Получено выражение для фокусного расстояния системы — 2 балла.
4. Получен диапазон возможных значений или указано, что диапазон крайне узок и располагать матрицу нужно в фокусе — 2 балла.
5. Получено верное численное значение — 2 балла.

Задача III.1.1.2. Тонкий слой (50 баллов)

На подложку площадью $S = 0,2 \text{ м}^2$ наносят тонкий слой материала с плотностью ρ через аэрограф с диаметром сопла $d = 2 \text{ мм}$. Весь процесс нанесения занял время $\tau = 10$ минут.

2.1. (10 баллов)

Оцените среднюю толщину слоя, если скорость струи на выходе из сопла $V = 10 \text{ м/с}$, а эффективно на поверхность попадает $\chi = 90\%$ материала. Плотность материала $\rho_B = 112 \text{ кг/м}^3$. Средняя плотность вещества в струе на выходе из сопла $\rho_c = 12 \text{ кг/м}^3$.

Решение

Выразим массу вещества, вылетевшего из сопла за время τ :

$$m = s_{\text{сопла}} V \rho_c \tau = \pi \frac{d^2}{4} V \rho_c \tau$$

$$m_{\text{эф}} = \chi m = \rho_B S h$$

Откуда:

$$h = \frac{\chi \pi \frac{d^2}{4} V \rho_c \tau}{\rho_B S} \approx 9 \text{ мм}$$

Ответ: 9 мм.

Система оценки

1. Получено выражение для толщины слоя — 6 баллов.
2. Получено верное численное значение — 4 балла.

2.2. (10 баллов)

Во сколько раз нужно повысить минимальное энергопотребление установки для нанесения слоя, если нужно уменьшить время нанесения слоя той же толщины в $\beta = 3$ раза, а КПД, плотность струи и параметры сопла останутся неизменными?

Решение

Если все параметры оставить неизменными, то единственный вариант уменьшить время нанесения слоя — увеличить скорость вылета струи через сопло. Поскольку, как видно из решения пункта 1.1, толщина струи зависит линейно и от скорости, и от времени, уменьшение времени нанесения в три раза потребует увеличения скорости струи в три раза. Однако мощность:

$$P = \frac{mV^2}{2\Delta t} = \frac{\rho_c S V \Delta t V^2}{2\Delta t} \sim V^3$$

Соответственно, мощность необходимо будет повысить в 27 раз.

Ответ: в 27 раз.

Система оценки

1. Получено верное численное значение — 3 балла.
2. Значение обосновано — 7 баллов.

2.3. (10 баллов)

Какова установившаяся температура в середине слоя постоянной толщины, если температура подложки $T_1 = 120^\circ\text{C}$, а температура над слоем $T_2 = 300^\circ\text{C}$? Считайте, что тепловой поток прямо пропорционален разности температур и площади соприкосновения поверхностей и обратно пропорционален толщине слоя.

Решение

Пусть h — толщина слоя, а x — высота над подложкой, а T_x — температура на этой высоте. Так как в установившемся режиме поток через любое сечение слоя должен быть одинаковым, можно записать:

$$\frac{T_x - T_1}{x} = \frac{T_2 - T_x}{h - x}$$

Откуда:

$$T_x = T_1 + \left(\frac{T_2 - T_1}{h}\right)x$$

Видно, что температура (в таком приближении), будет меняться линейно с ростом x . Тогда для середины толщины получим:

$$T_{\frac{h}{2}} = T_1 + \left(\frac{T_2 - T_1}{h}\right)\frac{h}{2} = \frac{T_2 + T_1}{2} = 210^\circ\text{C}$$

Ответ: 210°C .

Система оценки

1. Приведено соображение о постоянстве теплового потока — 2 балла.
2. Получено выражение для температуры — 4 балла.
3. Получено верное численное значение — 4 балла.

2.4. (10 баллов)

На подложку наносят трехслойный композит, который состоит из трех слоев толщинами $d_1 = 1$ мм, $d_2 = 3$ мм и $d_3 = 2$ мм. Первый слой состоит из вещества с коэффициентом теплопроводности $\kappa_1 = 100$ Вт/(м·К) и критической температурой $T_{\text{кр}1} = 50^\circ\text{C}$, второй — $\kappa_2 = 10$ Вт/(м·К), $T_{\text{кр}2} = 100^\circ\text{C}$ и третий — $\kappa_3 = 1$ Вт/(м·К), $T_{\text{кр}3} = 630^\circ\text{C}$ соответственно. При критической температуре структура соответствующего слоя разрушается. Слои расположены снизу вверх в порядке нумерации. Под композитом находится подложка с постоянной температурой $T_1 = 20^\circ\text{C}$, а над композитом нагретый воздух с температурой $T_2 = 500^\circ\text{C}$. Выдержит ли композит?

Решение

Как было показано в решении 1.3, температура растет линейно в зависимости от расстояния, по мере удаления от холодной подложки. Тогда достаточно изучить температуры на границах между слоями и проверить, не попадают ли соответствующие критические температуры между ними.

Пусть τ_1 - температура между 1 и 2 слоем, а τ_2 - между 2 и 3. Тогда:

$$\frac{\kappa_1(\tau_1 - T_1)}{d_1} = \frac{\kappa_2(\tau_2 - \tau_1)}{d_2} = \frac{\kappa_3(T_2 - \tau_2)}{d_2}$$

Решая эту систему можно получить:

$$\tau_1 = \frac{\kappa_3 \kappa_2 d_1 T_2 + (\kappa_1 \kappa_2 d_3 + \kappa_1 \kappa_3 d_2) T_1}{\kappa_1 \kappa_2 d_3 + \kappa_2 \kappa_3 d_1 + \kappa_1 \kappa_3 d_2} \approx 22^\circ$$

$$\tau_2 = \frac{\kappa_1 \kappa_2 d_3 T_1 + (\kappa_1 \kappa_3 d_2 + \kappa_2 \kappa_3 d_1) T_2}{\kappa_1 \kappa_2 d_3 + \kappa_2 \kappa_3 d_1 + \kappa_1 \kappa_3 d_2} \approx 84^\circ$$

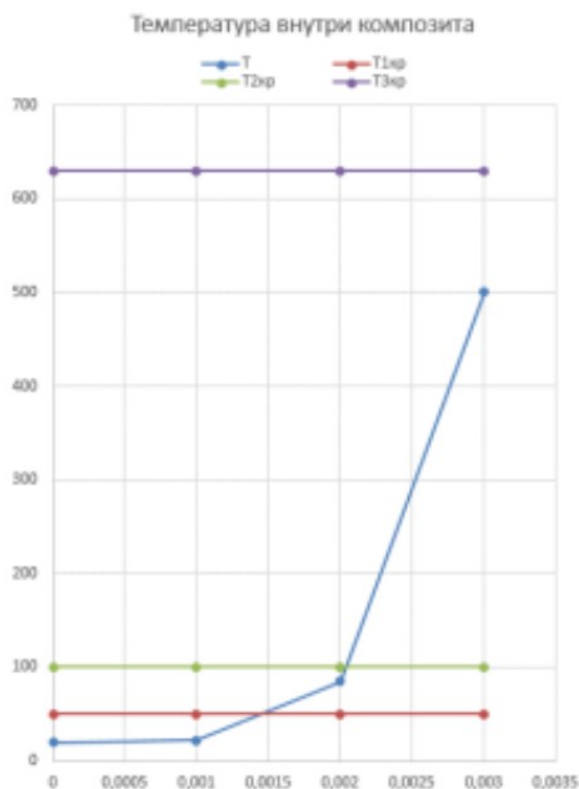
Температура 1 слоя лежит между $20^\circ C$ и $22^\circ C$, что меньше его критической температуры в $50^\circ C$.

Температура 2 слоя лежит между $22^\circ C$ и $84^\circ C$, что меньше его критической температуры в $100^\circ C$.

Температура 3 слоя лежит между $84^\circ C$ и $500^\circ C$, что меньше его критической температуры в $630^\circ C$.

Таким образом, от воздействия температуры композит не разрушится.

Наглядно можно увидеть это на графике



Ответ: Не разрушится.

Система оценки

1. Найдена температура на границах слоя 1-2 — 2 балла.
2. Найдена температура на границах слоя 2-3 — 2 балла.
3. Указано, что температура растет линейно от толщины — 2 балла.
4. Получен верный ответ — 1 балл.
5. Верный ответ обоснован — 3 балла.

2.5. (10 баллов)

Какой может быть максимальная температура воздуха, которую еще выдержит этот композит?

Решение

Температура будет максимальной, если $\tau_1 = T_{1кр}$ или $\tau_2 = T_{2кр}$ или $T_2 = T_{3кр}$. Подставив соответствующие температуры в выражения для τ_1 и τ_2 и выразив из полученных уравнений T_2 можно получить:

Максимальное T_2 для 1 слоя:

$$T_{1кр} = \frac{\kappa_3 \kappa_2 d_1 T_2 + (\kappa_1 \kappa_2 d_3 + \kappa_1 \kappa_3 d_2) T_1}{\kappa_1 \kappa_2 d_3 + \kappa_2 \kappa_3 d_1 + \kappa_1 \kappa_3 d_2}$$

$$T_{21} = \frac{(\kappa_1 \kappa_2 d_3 + \kappa_2 \kappa_3 d_1 + \kappa_1 \kappa_3 d_2) T_{1кр} - (\kappa_1 \kappa_2 d_3 + \kappa_1 \kappa_3 d_2) T_1}{\kappa_3 \kappa_2 d_1} = 6950^\circ C$$

Максимальное T_2 для 2 слоя:

$$T_{22} = \frac{(\kappa_1 \kappa_2 d_3 + \kappa_2 \kappa_3 d_1 + \kappa_1 \kappa_3 d_2) T_{2кр} - \kappa_1 \kappa_2 d_3 T_1}{(\kappa_1 \kappa_3 d_2 + \kappa_2 \kappa_3 d_1)} = 616^\circ C$$

Максимальное T_2 для 3 слоя:

$$T_{23} = T_{3кр} = 630^\circ C$$

Таким образом видно, что максимальная допустимая температура ограничена слоем 2 и равна $616^\circ C$.

Ответ: $616^\circ C$.

Система оценки

1. Приведено соображение том, что критические температуры нужно рассматривать на границах слоев — 2 балла.
2. Получено выражение для максимальной температуры — 2 балл.
3. Вычислено значение критической температуры для каждого из слоев — по 1 баллу за слой.
4. Получено верное численное значение для максимальной температуры — 3 балла.

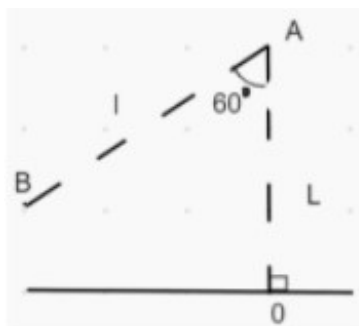
Физика. 10–11 класс

Задача III.1.2.1. Заряженная пыль (50 баллов)

Над большой проводящей заземленной горизонтальной пластиной в некоторой точке A на расстоянии $L = 2$ м от пластины закреплен маленький шарик с зарядом $Q = 1$ мКл. Радиус шарика намного меньше всех характерных расстояний в задаче, а размеры пластины — намного больше. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с², $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9$ Н·м²/Кл².

1.1. (10 баллов)

Найдите напряженность электрического поля, которое создает закрепленный в точке A заряд, в точке B , удаленной от точки A на расстояние $l = \frac{4L}{\sqrt{3}+1} = 2,93$ м, см. рисунок, так, что угол BAO составляет 60°



Решение

Напряженность электрического поля, созданного точечным зарядом, можно найти из закона Кулона:

$$E_+ = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{l^2} = 1,05 \cdot 10^6 \text{ Н/Кл}$$

Направление от положительного заряда в точке A , т. е. в направлении AB .

Ответ: $1,05 \cdot 10^6$ Н/Кл, направлено вдоль AB .

Система оценки

1. Приведено правильное выражение для напряженности электрического поля — 6 баллов.
2. Приведено правильное численное значение напряженности электрического поля — 2 балла.
3. Найдено и указано направление напряженности электрического поля — 2 балла.

1.2. (10 баллов)

Какое ускорение приобретет маленький заряженный шар с зарядом $q = 0,1$ мКл и массой $m = 1$ г, если расположить его в этой точке?

Решение

Чтобы вычислить ускорение нужно найти равнодействующую сил, действующих на тело. В этом случае, кроме поля, созданного зарядом Q , будет необходимо найти так же и поле, созданное пластиной, и учесть силу тяжести.

Для того, чтобы найти поле, созданное пластиной, можно воспользоваться методом электростатических отражений. В этом случае, поле в полупространстве над пластиной будет таким же, как поле, созданное парой зарядов Q и $-Q$, расположенных симметрично относительно пластины.

При этом, поскольку заряд q намного меньше, заряда Q , а расстояния до пластин от зарядов сопоставимы, перераспределением заряда на пластине из-за заряда q можно пренебречь.

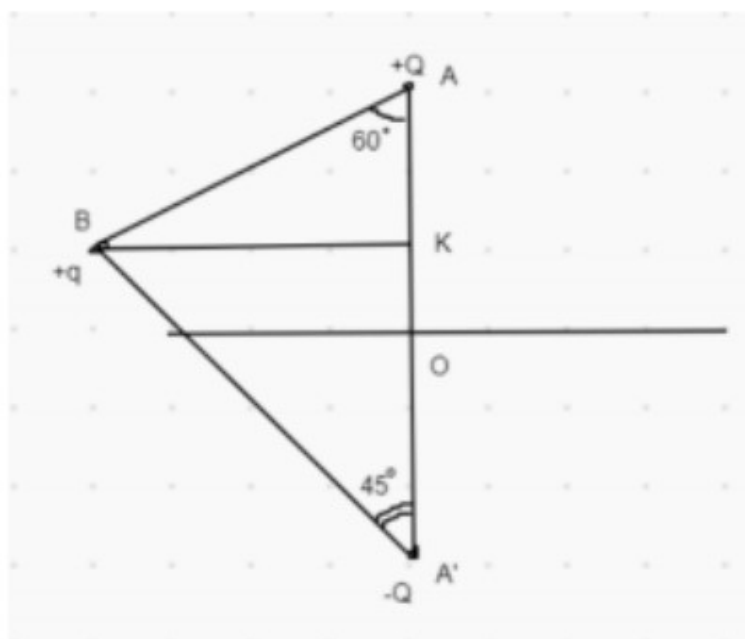
Вычисления в общем виде могут быть довольно громоздкими, рассмотрим проекции действующих сил на направления вдоль перпендикуляра и вдоль плоскости, а дальше найдем величину равнодействующей.

Из геометрических соображений можно увидеть, что угол между перпендикуляром соединяющим заряд Q и точку, где находится отражение $-Q$ за плоскостью и отрезком соединяющим точку, где находится заряд $-Q$ и точку В составляет 45° .

Пусть OX направлена вдоль плоскости, а OY вдоль перпендикуляра, тогда:

$$OX : F_x = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0} \left(-\frac{1}{l^2} \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{(2L - \frac{l}{2})^2 + (\frac{\sqrt{3}}{2}l)^2} \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

$$OY : F_y = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0} \left(-\frac{1}{l^2} \frac{1}{2} + \frac{1}{(2L - \frac{l}{2})^2 + (\frac{\sqrt{3}}{2}l)^2} \frac{\sqrt{2}}{2} \right) - mg$$



Тогда искомое ускорение:

$$a = \frac{1}{m} \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = 100,8 \text{ м/с}^2$$

А угол между направлением ускорения и перпендикуляром можно найти как арктангенс отношения проекций:

$$\gamma = \arctg\left(\frac{F_y}{F_x}\right) = 66^\circ$$

Ответ: 100,8 м/с²; 66°.

Система оценки

1. Указано, что для вычисления ускорения нужно найти равнодействующую всех сил — 1 балл.
2. Учтено влияние поля пластины — 3 балла.
3. Учтено влияние силы тяжести — 1 балл.
4. Получено общее выражение для ускорения — 2 балла.
5. Получено численное значение для ускорения — 1 балл.
6. Найдено направление ускорения — 2 балла.

1.3. (10 баллов)

На расстоянии $h_1 = 1$ см над пластиной на вертикали опущенной из точки А расположен шар из пункта 1.2. Оцените за какое время этот шар упадет до высоты $h_2 = 0,8$ см, если его отпустить без начальной скорости?

Решение

Оценим ускорение шара в этом случае. Поскольку заряд находится вблизи плоскости, можно считать, что поле, созданное зарядом Q и пластиной, практически не изменяется, тогда:

$$a = \frac{Eq + mg}{m}, \text{ где}$$

$$E = \frac{Qq}{2\pi\epsilon_0 L^2} \frac{(1 + \frac{h_1^2}{L^2})}{\sqrt{1 - \frac{h_1^2}{L^2}}} \approx \frac{Qq}{2\pi\epsilon_0 L^2},$$

т. к. квадратичный член от малого параметра можно не учитывать. Тогда искомое время:

$$\tau = \sqrt{\frac{2(h_1 - h_2)}{\frac{Qq}{2\pi\epsilon_0 m L^2} + g}} = 0,0029 \text{ с}$$

Перераспределением зарядов на пластине из-за влияния маленького заряда мы пренебрегли, т. к. его величина очень мала по сравнению с величиной большого заряда.

Ответ: 0,0029 с.

Система оценки

1. Учтено, что поле вблизи пластины практически не меняется — 2 балла.
2. Вычислена напряженность поля вблизи плоскости — 1 балл.
3. Получено выражение для ускорения — 1 балл.
4. Получено общее выражение для времени — 4 балла. Получен верный численный ответ — 2 балла.
5. Если при решении участником учтен малый параметр — это не считается ошибкой.

1.4. (10 баллов)

Какую скорость будет иметь шар из задачи 1.2 около плоскости, если он начинает движение в точке C лежащей на 1 м ниже точки A .

Решение

Заметим, что конечная точка движения имеет нулевой потенциал, т.к. пластина заземлена. Тогда для нахождения скорости нам достаточно найти изменение потенциальной энергии электрического поля и потенциальной энергии гравитационного поля. Будем считать, что заряд находится на расстоянии $a = L/2$ от плоскости (и заряда Q). Изменение потенциальной энергии электрического поля, с учетом отражения заряда q может быть вычислено как:

$$\Delta W_{\text{эл}} = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 a} \left(0 - \left(1 - \frac{1}{3} - \frac{q}{2Q} \right) \right) \approx -\frac{4}{3} \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 L}$$

Малым членом q/Q можно пренебречь. Изменение потенциальной энергии гравитационного поля может быть вычислено как:

$$\begin{aligned} \Delta W_{\text{гр}} &= -mga = -\frac{mgL}{2} \\ -\Delta W &= \frac{4}{3} \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 L} + \frac{mgL}{2} \end{aligned}$$

Тогда конечная скорость:

$$V = \sqrt{\frac{-2\Delta W}{m}} = \sqrt{\frac{\left(\frac{8}{3} \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 L} + mgL\right)}{m}} = 34,6 \text{ м/с}$$

Ответ: 34,6 м/с.

Система оценки

1. Приведено выражение для электростатической энергии или изменения потенциала — 2 балла.
2. Верно применен закон сохранения энергии или теорема о кинетической энергии — 4 балла.

3. Получено правильное выражение для скорости — 2 балла.
4. Получено верное численное значение — 2 балла.
5. Если при решении участником учтен малый параметр — это не считается ошибкой.

1.5. (10 баллов)

Действием некоторой внешней силы шар из задачи 1.2 перемещают из точки D , которая смещена от точки C на расстояние $L/2$ вдоль пластины, на саму пластину так, что его скорость в конечной точке прямо перед касанием пластины оказывается пренебрежимо малой. Найдите работу этой внешней силы по перемещению этого шара из точки D на пластину.

Решение

Т. к. начальная и конечная скорость шара равна нулю, по теореме о кинетической энергии можно сказать, что суммарная работа сил, действующих на шар равна нулю. Тогда работа внешней силы должна полностью скомпенсировать работу кулоновских сил и силы тяжести. Т. к. пластина является эквипотенциальной электрической и гравитационной поверхностью, работа внешней силы так же не будет зависеть от конечной точки движения шара (определить где будет эта точка мы не можем):

$$A = \Delta W_{\text{эл}} = \frac{2qQ}{4\pi\epsilon_0 L} \left(0 - \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{10}} \right) \right)$$

$$\Delta W_{\text{гр}} = -mga = -\frac{mgL}{2}$$

$$A = \Delta W_{\text{эл}} + \Delta W_{\text{гр}} = -\frac{2qQ}{4\pi\epsilon_0 L} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{10}} \right) - \frac{mgL}{2} = -381 \text{ мДж}$$

Работа этой силы будет отрицательна, т. к. фактически она будет останавливать шар.

Ответ: -381 мДж .

Система оценки

1. Указано, что работа данной силы не будет зависеть от траектории движения тела — 2 балла.
2. Верно применен закон сохранения энергии или теорема о кинетической энергии — 2 балла.
3. Получено выражение для работы — 4 балла.
4. Получено верное численное значение — 2 балла.
5. В случае, если не указано, что работа внешней силы окажется отрицательной — минус 4 балла.

Задача III.1.2.2. Нанесение слоя (50 баллов)

Над плоской горизонтальной пластиной подложки при температуре $T = 4727^\circ\text{C}$ находится в газообразном состоянии серебро, которое необходимо нанести на под-

ложку тонким слоем толщины $h = 0,1$ мм. Считайте, что все молекулы, которые попадают на подложку, остаются на ней. Площадь подложки $S = 1$ м². Плотность серебра $10,5 \cdot 10^3$ кг/м³. Молярная масса $\mu = 0,108$ кг/моль, удельная теплота конденсации $L = 2,3$ МДж/кг. Постоянная Больцмана $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К. Число Авогадро $N_a = 6 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹.

2.1. (10 баллов)

Пусть концентрация серебра над подложкой $n = 1,5 \cdot 10^{20}$ 1/м³. Каково давление в этом газе?

Решение

Строго говоря, пользоваться основным уравнением МКТ при решении этой задачи нельзя, т. к. оно получено в приближении абсолютно упругих ударов между молекулами и стенками сосуда и в целом применимо для равновесного состояния. В случае же оседания серебра на подложку, удары молекул о подложку будут абсолютно неупругими, кроме того будет постоянно уменьшаться концентрация вещества. Только в пренебрежении этими эффектами можно оценить давление из основного уравнения МКТ.

$$P = nkT \approx 10,35 \text{ Па}$$

Однако в силу неупругости удара и наличия выделенного направления оседания давление в направлении оседания будет меньше, кроме того, если вещество оседает только на одну стенку, давление окажется разным для разных стенок.

Ответ: 10,35 Па.

Система оценки

1. Верно указано выражение для максимального давления идеального газа — 5 баллов.
2. Получено верное численное значение — 5 баллов.

2.2. (10 баллов)

Пусть концентрация серебра над подложкой такая же, как в пункте 2.1. Какое давление оно оказывает на подложку?

Решение

Т. к. атомы оседают на подложке можно считать их удары об нее абсолютно неупругими. Тогда, из соображений соответствующих условиям получения основного уравнения МКТ давление на подложку должно быть в процессе оседания:

$$P_1 = \frac{1}{2}nkT \approx 5,175 \text{ Па}$$

Ответ: 5,175 Па.

Система оценки

1. Указано, что атомы неупруго взаимодействуют с подложкой — 4 балла.
2. Приведено выражение для давления в этом случае — 3 балла.
3. Получено верное численное значение.

2.3. (10 баллов)

Оцените, какую постоянную концентрацию серебра надо поддерживать, чтобы процесс нанесения его на подложку занял не больше $\tau = 10$ минут? В этом пункте считайте, что серебро оседает на все стенки сосуда одинаково.

Решение

Скорость увеличения слоя:

$$U \geq \frac{h}{\tau}$$

$$h = \frac{\Delta v}{S} = \frac{M}{\rho S} = \frac{mN}{\rho S} = \frac{m}{\rho S} \frac{1}{6} n S \Delta t \sqrt{\langle V^2 \rangle} = \frac{m}{6\rho} n \Delta t \sqrt{\langle V^2 \rangle}$$

Коэффициент $1/6$ возникает из-за того, что только $1/6$ часть молекул движется в сторону подложки.

$$U = \frac{nm\sqrt{\langle V^2 \rangle}}{6\rho} = \frac{\sqrt{3kT\frac{\mu}{N_a}}}{6\rho} n$$

$$n \geq \frac{6h\rho}{\tau\sqrt{3kT\frac{\mu}{N_a}}} = 5,4 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}$$

Ответ: $5,4 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}$.

Система оценки

1. Получена верная зависимость концентрации — 6 баллов.
2. Если при этом не учтен коэффициент $1/6$ — минус 2 балла.
3. Получено верное численное значение с точностью до порядка — 4 балла.

2.4. (10 баллов)

Какое количество энергии необходимо потратить на поддержание концентрации, полученной в пункте 2.3, если газообразное серебро готовят в печи с КПД 90%?

Решение

Если оценивать минимальную долю энергии, то нужно скомпенсировать убыль внутренней энергии сконденсировавшегося газа. Т. е. нужно испарить серебро и сообщить ему внутреннюю энергию такую же, как была у сконденсировавшегося.

$$\Delta U = \frac{3mRT}{2\mu}$$

$$Q = \frac{3Sh\rho RT}{2\mu\eta} = 670 \text{ кДж}$$

Кроме того, если предположить, что исходно серебро находится в твердой фазе, то его еще нужно дополнительно испарить (энергией пошедшей на нагрев твердого серебра здесь пренебрегли, однако, если участники учли ее — это не может быть ошибкой):

$$Q_{\text{исп}} = \frac{LSh\rho}{\eta} = 2,742 \text{ МДж}$$

$$Q_{\text{общ}} = \frac{3Sh\rho RT}{2\mu\eta} + \frac{LSh\rho}{\mu} = 3,4 \text{ МДж}$$

При решении задачи допустимо учитывать и оседание на боковых стенках, тогда, считая что на всех поверхностях образовался слой одинаковой толщины, нужно добавить соответствующую площадь:

$$Q_{\text{общ}} = \frac{L(S + S_{\text{сп}})h\rho}{\eta} + \frac{3(S + S_{\text{сп}})h\rho RT}{2\mu\eta} = 1876 \text{ кДж}$$

Всего нужно:

$$Q_{\text{общ}} = \frac{3(S + S_{\text{сп}})h\rho RT}{2\mu\eta} + \frac{L(S + S_{\text{сп}})h\rho}{\eta} = 9,55 \text{ МДж}$$

Ответ: 9,55 МДж.

Система оценки

1. Сделан вывод о том, что необходимо компенсировать внутреннюю энергию газа, который нужно заменить — 4 балла.
2. Учтено тепло, которое идет на испарение серебра — 2 балла.
3. Получено выражение для теплоты с учетом КПД — 2 балла.
4. Получено верное численное значение — 2 балла.

2.5. (10 баллов)

Оцените, какое количество тепла необходимо было отвести от подложки в процессе нанесения слоя, для того, чтобы температура подложки не изменялась.

Решение

Здесь однозначно нужно учитывать только тепло, которое отводится от подложки, с учетом теплоты конденсации. Т.к. удары о подложку неупругие мы можем считать, что вся кинетическая энергия газа перейдет в тепло, которое нужно отвести.

$$Q_1 = \frac{3Sh\rho RT}{2\mu} + LSh\rho = 3,13 \text{ МДж}$$

Ответ: 3,13 МДж.

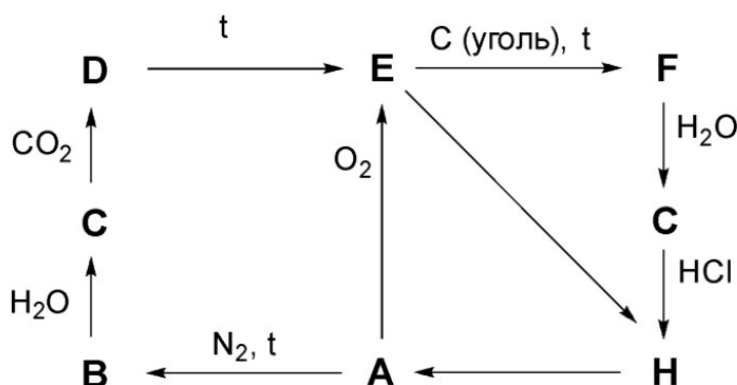
Система оценки

1. Учтено тепло, которое передает подложке газ — 3 балла.
2. Учтено выделяющееся при кристаллизации тепло — 3 балла.
3. Получено верное численное значение — 4 балла.

Химия. 8–9 класс

Задача III.1.3.1. (20 баллов)

Расшифруйте цепочку превращений, если известно, что все вещества содержат элемент **X**, вещество **A** — простое, а содержание **X** в бинарном соединении **F** составляет 62,5%. Кроме того, вещество **D** входит в состав скорлупы яиц птиц и рептилий, а при добавлении к веществам **B** и **F** воды, наряду с продуктом **C**, выделяется газ легче воздуха. Определите вещества **A–H**, элемент **X** и напишите уравнения всех упомянутых реакций. В случае, если над стрелкой не указаны добавляемые реагенты и/или условия, их требуется указать самостоятельно.

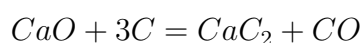
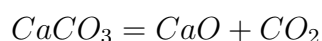
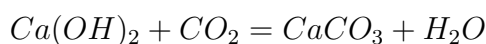
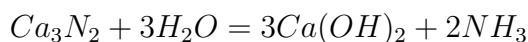
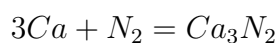


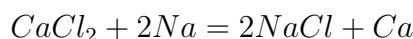
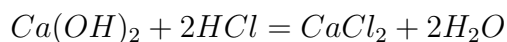
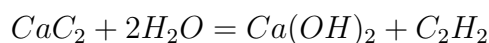
Решение

A — вещество, реагирующее с азотом при нагревании, при этом за 3 стадии (**A** — **B** — **C** — **D**) образуется вещество **D**, явно содержащее металл (это похоже на соль), таким образом **A** — некий активный металл. Скорлупа яиц содержит кальций в виде карбоната, поэтому **D**, вероятно, карбонат кальция (тем более, на последней стадии добавляют углекислый газ)

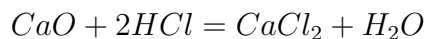
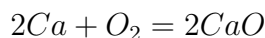
Тогда: **A** = *Ca*, **B** = *Ca₃N₂*, **C** = *Ca(OH)₂*, **D** = *CaCO₃*, **E** = *CaO*, **F** = *CaC₂* (проверка соединения *CaC_x* по массовой доле *Ca*), **H** = *CaCl₂*.

Реакции:





(возможен вариант электролиза расплава $CaCl_2 = Ca + Cl_2$)



Газы легче воздуха, соответственно, аммиак и ацетилен (может служить дополнительной подсказкой к решению), получение ацетилена из карбида кальция в 9 классе изучается не всегда, но расчет на то, что при гидролизе степени окисления бинарного соединения сохраняются.

Система оценки

Верная реакция — 2 балла, без коэффициентов — 1 балл. Если число верно написанных реакций меньше или равно двум, то 0 баллов, 5 балла за каждое верно угаданное вещество (ставится максимум из баллов за реакции и баллов за вещества)

Задача III.1.3.2. (16 баллов)

Существует мнение, что «белое золото» 585 пробы приобретает свой цвет за счет добавления драгоценного металла **X**, растворимого в горячей концентрированной азотной кислоте. Соединения на основе **X** используются в качестве катализаторов в автомобильной промышленности, а раствор хлорида этого металла, содержащего 59,9% **X** по массе, является реагентом для качественного определения угарного газа в воздухе. В ходе реакции раствор постепенно темнеет и выделяется другой газ, при пропускании которого через известковую воду выпадает белый осадок.

1. Установите **X**, формулу его хлорида и напишите уравнение реакции металла **X** с азотной кислотой.
2. Напишите уравнение качественной реакции на угарный газ, представленной в задании. С чем связано потемнение раствора?
3. В помещении размером $5 \cdot 4 \cdot 3$ м произошла утечка угарного газа. Была ли превышена предельно допустимая концентрация газа в воздухе (20 мг/м^3), если для его полного связывания потребовалось 5 г хлорида **X**? Считайте, что угарный газ распределился по помещению равномерно.

Решение

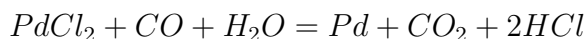
1. Благородный металл, используемый в катализе, ищем среди металлов платиновой группы (ни золото, ни сама платина в азотной кислоте не растворяется). Общая формула хлорида металла XCl_n , тогда $x/(x + 3,5n) = 0,599$, при $n = 2x = 106$, это палладий (4 балла).

В концентрированной азотной кислоте ведет себя аналогично меди:



(3 балла, без коэффициентов 1 балл).

2.



(2 балла) Потемнение происходит за счет выпадения осадка металлического палладия (палладиевая чернь) (2 балла).

3. Объем комнаты:

$$V = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60 \text{ м}^3$$

$$n(\text{PdCl}_2) = 5/177 = 0,028 \text{ моль} = n(\text{CO})$$

$m(\text{CO}) = 0,028 \cdot 28 = 0,784 \text{ г} = 784 \text{ мг}$ содержится во всей комнате, в 1 м^3 — $m_0(\text{CO}) = 784/60 = 13 \text{ мг}$, таким образом, ПДК превышена не была (5 баллов, 1 балл — угадывание без обоснования).

Задача III.1.3.3. (16 баллов)

Бордоская жидкость — раствор медного купороса в известковом молоке, применяемая в виноградарстве в качестве пестицидного и фунгицидного средства. Вот один из старинных рецептов ее приготовления:

Килограмм медного купороса (сульфата меди пятиводного) растворяют в небольшом количестве горячей воды, затем после растворения доливают холодной водой до 50 литров. В другой посуде, деревянной или глиняной, в 50 литрах воды гасят килограмм негашеной извести. После этого раствор медного купороса вливают в раствор извести, постоянно его помешивая деревянной мешалкой. Получается жидкость красиво ярко-голубого (небесного) цвета. Раствор бордоской жидкости должен быть нейтральным по кислотности. Если бордоская жидкость содержит медного купороса больше, чем надо, на листьях после опрыскивания могут появиться ожоги. Если же в жидкость добавить больше, чем нужно, извести, то она будет слабо действовать на грибок. Проверку можно выполнить при помощи синей лакмусовой бумажки. При избытке купороса бумажка окрашивается в красный цвет, в этом случае добавляют раствор извести до тех пор, пока бумажка перестанет окрашиваться в красный цвет.

1. Какова молярная концентрация ионов меди в полученном растворе?
2. К какому, на Ваш взгляд, классу соединений относится основной действующий компонент бордоской жидкости? Зачем нужны такие большие разбавления?
3. Объясните, почему растворение медного купороса рекомендуется производить именно таким образом (сначала в горячей воде)
4. В рецепте специально указано, что при приготовлении растворов железной посудой пользоваться нельзя, так как от нее жидкость портится. Объясните, почему это происходит.
5. В другом рецепте указано, что если под рукой нет кислотно-основных индикаторов, для проверки готовой бордоской жидкости на избыточную кислотность можно использовать железный предмет. Какое наблюдение является критерием слишком кислого раствора?
6. Указано также, что нельзя смешивать растворы в обратном порядке — добавлять известковое молоко к раствору медного купороса. С чем это может быть связано?

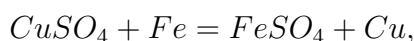
Решение

1.

$$n(\text{Cu}_2+) = m(\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}) / M(\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}) = 1000 / 250 = 4 \text{ моль},$$

$$C(\text{Cu}_2+) = n/V = 4/(50 + 50) = 0,04 \text{ М (3 балла за полностью верный расчет)}$$

2. Бордоская жидкость не может быть гидроксидом меди (II), так как он нерастворим, но и точно не является исходной средней солью, так как меняет цвет. Промежуточные соединения — основные сульфаты меди различного состава, класс основные соли. Они значительно хуже растворимы в воде, кроме того, нужно обеспечивать умеренное количество меди для неdestructивного воздействия на растения, поэтому нужны разбавленные растворы (2 балла за название класса, 2 балла за объяснение).
3. Медный купорос очень медленно растворяется в холодной воде, поэтому для ускорения растворения используют предварительное разбавление в горячей (2 балла).
4. Медный купорос будет реагировать с железной посудой:



поэтому при ее использовании пропорции смешиваемых веществ нарушатся (2 балла).

5. В силу реакции из п. 4 в кислой среде будет наблюдаться выделение красной меди на поверхности железных предметов — если этого не происходит, среда нейтральная или щелочная (2 балла).
6. При смешивании в обратном порядке будет образовываться и выпадать в осадок $\text{Cu}(\text{OH})_2$, что фактически будет связывать ионы меди и верная пропорция будет нарушена (3 балла).

Задача III.1.3.4. (18 баллов)

В настоящее время большую популярность приобретают химические источники тока, примером которых являются различные аккумуляторы. Их отличие от обычных гальванических элементов заключается в возможности многократного использования. Аккумулятор на основе металла **X**, известного еще в античные времена, является одним из наиболее широко распространенных. Один его электрод состоит из пластин самого **X**, а другой — из его оксида X_nO_m . В качестве электролита используется серная кислота концентрацией около 30%.

1. Установите элемент **X** и формулу его оксида, если известно, что массовая доля **X** в оксиде составляет 86,61%;
2. Напишите процессы, протекающие на аноде и катоде, а также суммарную реакцию процесса;
3. Предположите, какова химическая причина наличия возможности многократного использования аккумулятора.
4. Аккумуляторы этого типа не рекомендуется заряжать длительное время, так как это может привести к его перегреву и даже взрыву. Почему возможен взрыв? Какой процесс будет происходить на электродах после того, как аккумулятор полностью зарядится?
5. Как в античности применялся металл **X**?

Решение

1. Заметим, что массовая доля металла в оксиде очень велика, то есть перед нами тяжелый металл, можно попробовать найти его по массовой доле перебором:

$$nX/(nX + 16m) = 0,8661;$$

$$nX = 0,8661Xn + 13,8576m$$

Отсюда $X = 103,5(m/n)$.

Пробуем различные комбинации m и n , которые характерны для оксидов металлов, получаем $X = 207$ при $m = 1$ и $n = 2$. Таким образом, $X = Pb$ и его оксид — это PbO_2 (6 баллов за полностью верный расчет, 2 балла за угадывание свинца).

2. Анод: $Pb + SO_4^{2-} - 2e = PbSO_4$.

Катод: $PbO_2 + SO_4^{2-} + 4H^+ + 2e = PbSO_4 + 2H_2O$.

Суммарное уравнение: $Pb + PbO_2 + 4H^+ + 2SO_4^{2-} = 2PbSO_4 + 2H_2O$ (по 2 балла за уравнение).

3. Разряд аккумулятора: все указанные в пункте 2 реакции протекают слева направо; заряд: реакции протекают справа налево. То есть в ходе разряда реагенты расходуются, а в ходе зарядки — регенерируются, что обеспечивает возможность многократного использования устройств (3 балла).
4. После того, как аккумулятор полностью зарядится, возможен электролиз раствора серной кислоты, который приводит к одновременному образованию водорода на катоде и кислорода на аноде. Это взрывоопасная смесь (3 балла).
5. Из него строили коммуникации (водопровод) (2 балла).

Задача III.1.3.5. (30 баллов)

Измельченную смесь простых веществ — серебристого порошка **A** и желтых кристаллов **B** одинаковой массы нагрели в отсутствии доступа кислорода и влаги, после чего смесь охладили до комнатной температуры и разделили на три равные части, при этом порошок **A** прореагировал не полностью.

К первой части прилили избыток воды, что привело к частичному растворению смеси, при этом одновременно выделилось 11,2 л (н. у.) газа **G**₁ тяжелее воздуха с характерным запахом и образовался белый осадок.

Ко второй части прилили избыток раствора $NaOH$, при этом смесь растворилась полностью и наблюдалось выделение 8,7 л (н. у.) газа **G**₂ легче воздуха без цвета и запаха.

К третьей части прилили избыток разбавленного раствора H_2SO_4 , при этом выделялась смесь также растворилась полностью и образовалась смесь газов **G**₁ и **G**₂.

1. Определите вещества **A**, **B**, **G**₁, **G**₂, качественный состав смеси перед растворением и напишите уравнения процессов, протекавших с этой смесью при растворении в каждом из трех реагентов.
2. Какова масса навески веществ **A** и **B**? Приведите необходимые расчеты.
3. Какая масса твердого вещества образуется, если произвести высокотемпературный обжиг этой смеси в кислороде? Напишите уравнение реакции обжига.
4. Какой объем (н. у.) смеси газов выделился при обработки третьей части смеси кислотой?

Решение

1. Порция **A** — Al , **B** — S , **G**₁ — H_2S , **G**₂ — H_2 (по 1 баллу), каждая порция состоит из смеси Al_2S_3 и Al (находился в избытке перед прокаливанием) (2 балла).

Порция 1: $Al_2S_3 + 6H_2O = 2Al(OH)_3 \downarrow + 3H_2S \uparrow$ (2 балла).

Порция 2: $Al_2S_3 + 8NaOH = 2Na[Al(OH)_4] + 3Na_2S$

$2Al + 2NaOH + 6H_2O = 2Na[Al(OH)_4] + 3H_2 \uparrow$ (2 балла за каждое уравнение).

Порция 3: $Al_2S_3 + 3H_2SO_4 = Al_2(SO_4)_3 + 3H_2S \uparrow$

$2Al + 3H_2SO_4 = Al_2(SO_4)_3 + 3H_2 \uparrow$ (2 балла за каждое уравнение).

2.

$$n(H_2S) = 11,2/22,4 = 0,5 \text{ моль},$$

$$n(Al_2S_3) = n(H_2S)/3 = 1/6 \text{ моль},$$

$$m(Al_2S_3) = M \cdot n = 1/6 \cdot 150 = 24 \text{ г (2 балла)},$$

$$n(H_2) = 8,7/22,4 = 0,39 \text{ моль}.$$

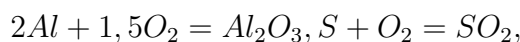
Тогда:

$$n(Al) = 2/3 \cdot 0,39 = 0,26 \text{ моль}, m(Al) = 0,26 \cdot 27 = 7 \text{ г (2 балла)}.$$

Таким образом, в каждой порции содержится 7 г алюминия и 25 г его сульфида, или 32 г смеси. Учитывая, что смесь после бескислородного прокаливания разделили на 3 равные части, общая масса исходной смеси — 96 г, то есть по 48 г алюминия и серы (2 балла).

За любое другое полностью верное решение этого пункта — всего 6 баллов.

3.



сернистый газ улетучится при обжиге, поэтому навеска после обжига будет состоять из чистого оксида алюминия. Рассчитаем его массу:

$$n(Al) = 48/27 = 1,78 \text{ моль},$$

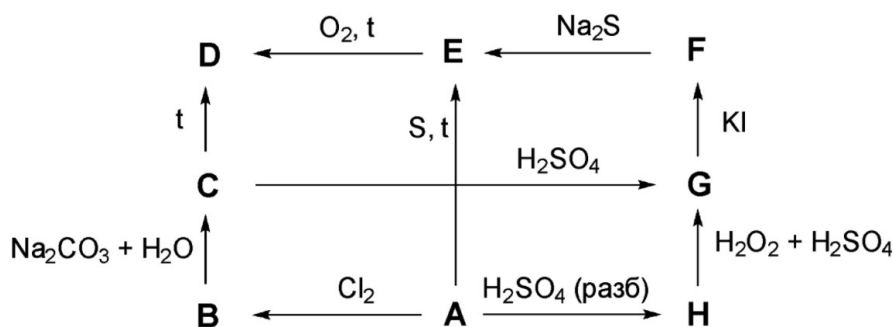
$$n(Al_2O_3) = 0,89 \text{ моль},$$

$$m(Al_2O_3) = 102 \cdot 0,89 = 90,78 \text{ г (4 балла)}.$$

4. Учитывая стехиометрические коэффициенты в реакциях, заметим, что при растворении порции 3 выделяются те же самые количества газов, что и в порциях 1 и 2. Тогда сумма газов при н. у. займет объем $11,2 + 8,7 = 19,9 \text{ л}$ (4 балла).

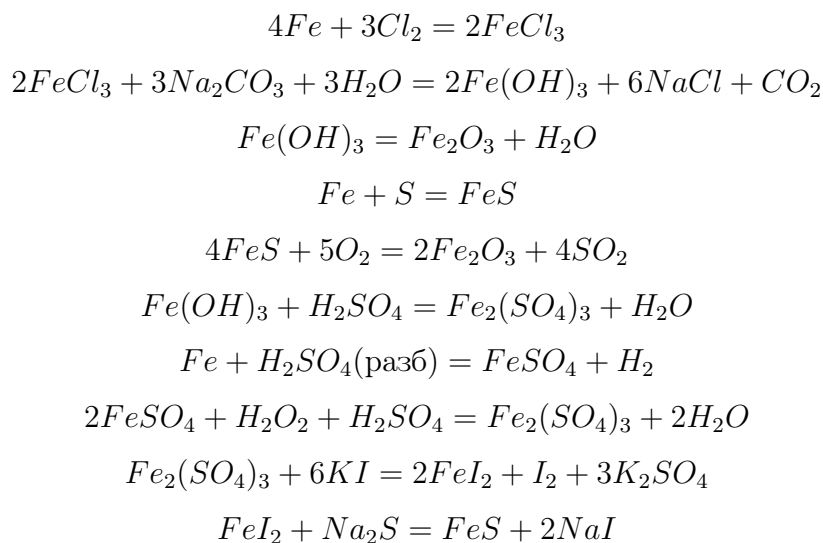
Химия. 10–11 класс**Задача III.1.4.1. (20 баллов)**

Расшифруйте цепочку превращений, если известно, что все вещества содержат элемент **X**, вещество **A** — простое, а содержание **X** в веществе **E** составляет 63,6%. Определите вещества **A–H**, элемент **X** и напишите уравнения всех упомянутых реакций. Ответ подтвердите расчетом.



Вещество **A** реагирует с неметаллами и разбавленной кислотой, а **E** получается обработкой серосодержащими агентами — это наводит на мысль, что **A** — металл, а **E** — его сульфид. Сульфат этого металла (**H**) реагирует с перекисью водорода, что может говорить о восстановительных свойствах **H**. Описание наводит на мысль о железе, гипотеза проверяется с помощью содержания железа в предполагаемом соединении **E** (FeS): $\omega(Fe) = 56/(56 + 32) = 0,636$. Также можно прийти к железу перебором формул сульфидов M_xS_y — при $x = y = 1$ $M = 56$.

Решение



Система оценки

Верная реакция — 2 балла, без коэффициентов — 1 балл.

Задача III.1.4.2. (25 баллов)

Одним из путей синтеза очень распространенного противоопухолевого препарата **X**, представляющего собой комплексное соединение благородного металла **A** (массовая доля **A** — 65%) симметричного строения, является следующий: к тетрагидриду металла **A** добавляют насыщенный раствор хлорида калия, в результате чего образуются светло-желтые кристаллы соли **B** с массовым содержанием этого металла

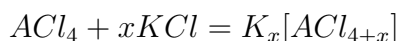
40,1%, а затем добавляют гидразин (N_2H_4) в солянокислой среде, в результате чего выделяется бесцветный газ и образуется соль **С**, состоящая из тех же самых элементов, что и **В**, однако содержание **А** в ней увеличивается до 47%. К полученному раствору добавляют ацетат аммония, в результате чего и образуется **Х**. Известно, что металл **А** может быть получен путем термического разложения аммонийной соли с тем же анионом, что и **В**.

В энциклопедии Брокгауза и Ефрона описан исторический способ синтеза **Х**: к солянокислому раствору дихлорида металла **А** прибавляют избыток раствора углекислого аммония и нагревают до кипения, после чего гранатово-красный раствор делается желтым и выделяется осадок грязно-зеленого цвета; фильтрат от этого осадка при кристаллизации и дает **Х** в виде маленьких желтых кристаллов.

1. Определите вещества **А–С**, формулу препарата **Х**, напишите уравнения упомянутых реакций, включая способ получения металла **А**. Ответ подтвердите расчетами. Назовите соединение **В**.
2. Известно, что **Х** имеет практически плоское строение. Есть ли у него изомеры? Ответ поясните и, в случае утвердительного ответа, изобразите изомеры с помощью структурных формул.
3. Приведите три различных сферы применения металла **А** в чистом виде.

Решение

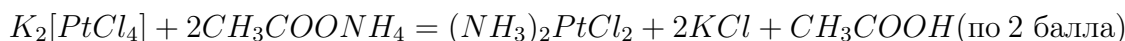
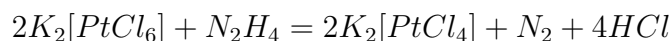
1. Благородный металл **А** проявляет степени окисления +2 и +4, склонен к комплексообразованию и является биологически активным. Можно предположить, что первая из описанных реакций с тетрахлоридом металла имеет вид:



Пусть $a = M(A)$, тогда $a/(39x + a + 35,5x) = 0,401$. Перебирая целочисленные x от 1 до 4, при $x = 2$ имеем $a = 195$, что соответствует платине).

При восстановлении гидразином степень окисления платины уменьшается (скорее всего, до +2), поэтому **С** — K_2PtCl_4 (подтверждается по массовой доле платины $195/415 = 0,47$) (4 балла за нахождение металла и проверки, за «угадывание» платины — 1 балл).

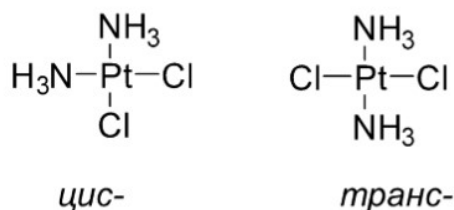
В — $K_2[PtCl_6]$ (гексахлорплатинат калия), **С** — K_2PtCl_4 , **Х** — $(NH_3)_2PtCl_2$ (по 1 баллу за формулу и название, всего 4 балла).



Способ получения металла **А** из гексахлорплатината аммония:



2. В силу плоского строения у **Х** есть цис-транс изомеры (как в алкенах) (3 балла за полное объяснений, 2 за объяснение без структурных формул):



3. Катализ (например, гидрирование), электроника, ювелирное дело, ... (по 1 баллу каждый).

Задача III.1.4.3. (15 баллов)

Согласно ГОСТ Р55331-2012, содержание ионов кальция в молоке определяют по следующей методике (приведена с сокращениями и изменениями, не изменяющими суть анализа):

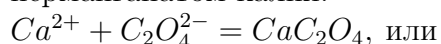
В мерную колбу вместимостью 50 мл помещают $(20,00 \pm 0,01)$ г анализируемого продукта. Постепенно добавляют, перемешивая, раствор трихлоруксусной кислоты до метки и оставляют при комнатной температуре на 30 мин, после чего образовавшийся осадок фильтруют. К 5 мл полученного фильтрата добавляют 2 мл насыщенного раствора щавелевокислого аммония, 2 капли спиртового раствора метилового красного и 2 мл уксусной кислоты. Затем к раствору по каплям добавляют сначала раствор аммиака до светло-желтого окрашивания, а затем — раствор уксусной кислоты до появления розового окрашивания, после чего выпавший осадок отделяют от раствора с помощью центрифуги.

В пробирку с осадком добавляют раствор 10%-ной серной кислоты и нагревают содержимое на водяной бане до полного растворения осадка, после чего проводят титрование (добавление по каплям) с помощью 0,02 М раствора перманганата калия до появления розового окрашивания.

1. На чем основан метод? Напишите уравнения реакции образования и растворения осадка, а также взаимодействия с перманганатом калия. Разрешается написание уравнений реакций в сокращенном ионном виде.
2. Какова природа осадка, который отделяется после добавления трихлоруксусной кислоты? Почему он образуется?
3. Для анализа образца молока потребовалось 12,0 мл раствора KMnO_4 . Каково содержание (в мг/100 г) кальция в этом образце?

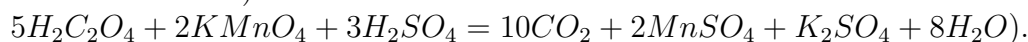
Решение

1. Метод основан на связывании ионов кальция оксалат-ионами с последующим высвобождением последних в форме щавелевой кислоты, которая окисляется перманганатом калия:



$\text{CaC}_2\text{O}_4 + 2\text{H}^+ = \text{Ca}^{2+} + \text{H}_2\text{C}_2\text{O}_4$ (в действительности в данных условиях осадок сульфата кальция не выпадает, но его возможное наличие не мешает ходу анализа и можно засчитать реакцию $\text{CaC}_2\text{O}_4 + \text{H}_2\text{SO}_4 = \text{CaSO}_4 + \text{H}_2\text{C}_2\text{O}_4$) (2 балла).

$5H_2C_2O_4 + 2MnO_4^- + 6H^+ = 10CO_2 + 2Mn^{2+} + 8H_2O$ (4 балла, без коэффициентов — 2 балла) или



- Образовавшийся осадок — продукт денатурации белка, который содержится в молоке и может мешать определению содержания в нем кальция (3 балла).
- $n(KMnO_4) = c \cdot V = 0,02 \text{ М} \cdot 12 \text{ мл} = 0,24 \text{ ммоль}$,
 $n(Ca^{2+}) = n(H_2C_2O_4) = (5/2) \cdot n(KMnO_4) = 0,6 \text{ ммоль}$ (по уравнению реакции окисления щавелевой кислоты),
 $m(Ca^{2+}) = n \cdot M = 0,6 \text{ ммоль} \cdot 40 \text{ г/моль} = 24 \text{ мг}$ — это масса кальция, содержащегося в одной аликвоте (20 мл), таким образом в 100 мл будет содержаться 120 мг кальция (4 балла за расчет).

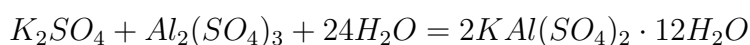
Задача III.1.4.4. (20 баллов)

Одним из наиболее распространенных способов выращивания кристаллов из раствора является кристаллизация из пересыщенного раствора на заранее внесенной затравке в виде маленького кристаллика этого вещества. Старшеклассник Иванов решил вырастить кристалл в виде куба стороной 1 см³ алюмокалиевых квасцов (кристаллогидрат состава $KAl(SO_4)_2 \cdot 12H_2O$) из имевшихся в его распоряжении 8%-ных растворов сульфатов калия и алюминия. Для этого он взял по 100 мл каждого из растворов, отдельно нагрел их до 50 °С, затем смешал, перелил в стакан, плотно закрыл стакан крышкой с подвешенным на ниточке кристалликом квасцов и оставил охлаждаться до 20°С. Растворимость алюмокалиевых квасцов при этой температуре в пересчете на безводный сульфат калия-алюминия составляет 6 г на 100 мл воды. Считайте плотность всех растворов солей равной плотности воды, а плотность кристалла квасцов — 1,75 г/мл. Исходя из предположения, что кристаллизация происходит только на затравочном кристалле, ответьте на вопросы, подтвердив свой ответ расчетами:

- Можно ли в условиях этого эксперимента вырастить кристалл таких размеров?
- Рассчитайте минимальный и максимальный объемы раствора сульфата алюминия, которые нужно добавить к 100 мл сульфата калия, чтобы образование кристалла таких размеров было теоретически возможным.
- Предложите 2 возможных изменения в методику выращивания, которые позволят увеличить размер получаемого кристалла.
- В медицине широко используется препарат жженые квасцы, получаемого прокаливанием вышеупомянутого кристаллогидрата, для борьбы с избыточным потоотделением. Предположите состав препарата и механизм его работы.

Решение

- Основное уравнение процесса:



Поскольку по условию вся кристаллизация происходит на затравке, достаточным условием будет выпадение кристаллогидрата нужной массы из пересыщенного раствора в данных условиях. Найдем необходимые количества и массы реагентов:

$$m(K_2SO_4) = m(Al_2(SO_4)_3) = 8 \text{ г}$$

$$n(K_2SO_4) = 8/174 = 0,046 \text{ моль}$$

$$n(Al_2(SO_4)_3) = 8/342 = 0,0234 \text{ моль (в недостатке)}$$

$$n(KAl(SO_4)_2) = 2n(Al_2(SO_4)_3) = 0,0468 \text{ моль}$$

$$m(KAl(SO_4)_2) = 0,0468 \text{ моль} \cdot 258 = 12,07 \text{ г.}$$

Найдем, какая часть из этой массы выпадет в осадок. Растворимость — 6 г на 100 мл, в нашей системе $92+92 = 184$ мл воды, поэтому максимально в растворе будет содержаться $6 \cdot 1,84 = 11,04$ г безводной двойной соли, а $12,07 - 11,04 = 1,03$ г безводной соли выпадет в осадок.

Куб кристаллогидрата со стороной 1 см имеет объем 1 мл, то есть будет обладать массой 1,75 г. В пересчете на безводную соль это

$$m_{\text{крист}}(KAl(SO_4)_2) = 1,75 \cdot 258/474 = 0,95 \text{ г},$$

$0,95 < 1,03$, поэтому теоретически рост такого кристалла возможен, хотя надо понимать, что допущение о том, что вся кристаллизация происходит на затравке дано лишь для облегчения расчетов и далеко от реальности, и в условиях реального эксперимента необходимо создавать больший запас по массе осадка (6 баллов — ответ и обоснование, 3 балла — логическая или арифметическая ошибка).

2. Параметризуем нашу задачу — обозначим за x количество миллилитров добавленного раствора и составим таблицу. В случае минимального количества в недостатке будет сульфат алюминия, в максимальном — сульфат калия, поэтому итоговое количество квасцов рассчитывается в каждом из этих случаев по своему реагенту:

	K_2SO_4	$Al_2(SO_4)_3$	$KAl(SO_4)_2/KAl(SO_4)_2 \cdot 12H_2O$
$m(H_2O)$	92	$0,92x$	$92 + 0,92x$
$m(\text{соли})$	8	$0,08x$	$(0,16x/342) \cdot 258 = 0,1207x \text{ (min)}/$ $(0,16x/342) \cdot 474 = 0,2217x \text{ (min)}$ $0,092 \cdot 258 = 23,736 \text{ (max)}/$ $0,092 \cdot 474 = 43,608 \text{ (max)}$
$M(\text{соли})$	174	342	$258 / 474$
$n(\text{соли})$	0,046	$0,08x/342$	$0,16x \text{ (min)}; 0,092 \text{ (max)}$

Условие минимума или максимума: 0,95 г безводной соли выпадает в осадок (см. п. 1).

Это возможно, когда выполняется условие растворимости:

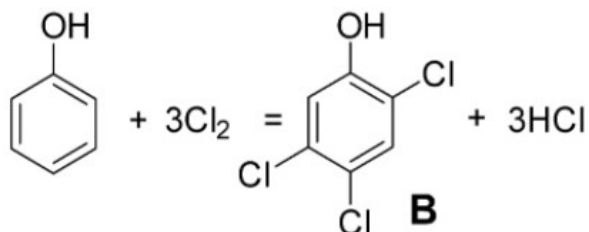
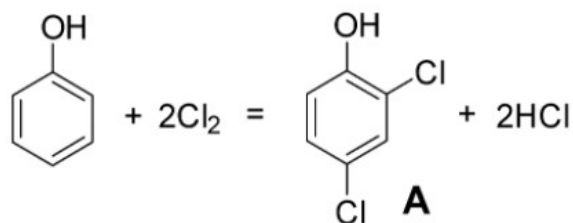
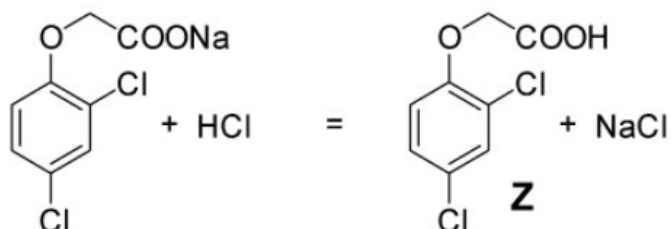
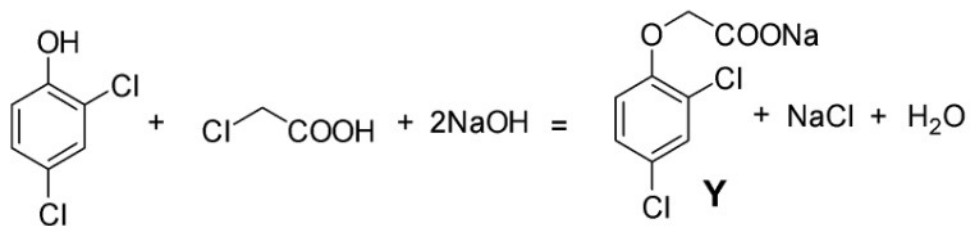
$$(0,1207x - 0,95)/(92 + 0,92x) = 6/100$$

$X = 98,8$ мл (для минимума) (5 баллов, верное уравнение — 3 балла).

$$(23,736 - 0,95)/(92 + 0,92x) = 6/100$$

$X = 312,7$ мл (для максимума) (5 баллов, верное уравнение — 3 балла).

3. Для роста кристалла больших размеров необходимы более насыщенные растворы. Этого можно достичь (каждый способ — 1 балл, максимум 2 балла).
- Постепенным упариванием воды в ходе выращивания.
 - Предварительным концентрированием исходных растворов (до предела растворимости).



2. Расчет выхода: $M(A) = 163$ г/моль, $M(Z) = 221$ г/моль. Разрыва цепи не происходит, поэтому количество органического вещества в ходе двухстадийного синтеза сохраняется: $n(A) = n(Z)$. Взяли 5,0 г А, значит:

$$m(Z)_{\text{теор}} = m(A) \cdot (M(A)/M(Z)) = 5 \cdot (221/163) = 6,78 \text{ г,}$$

$$\eta = m(Z)_{\text{практ}}/m(Z)_{\text{теор}} = 5,9/6,78 = 87\%$$

Система оценки

1 балл — структурная формула А–Z, 0,5 балл — название А–Z, по 2 балла за каждое уравнение реакции, 2,5 баллов — расчет выхода.

Биология. 8–9 класс

Задача III.1.5.1. (20 баллов)

I Сопоставьте клюв и основной продукт питания птицы:



Рис. III.1.1: а



Рис. III.1.2: b



Рис. III.1.3: с



Рис. III.1.4: d



Рис. III.1.5: e

1. рыбой;
2. добычей, которую процеживает из воды;
3. семенами голосеменных растений из шишек;
4. семечками вишни, абрикоса, орехами;
5. личинками древесных насекомых.

Ответ: 1 — с, 2 — а, 3 — е, 4 — b, 5 — d.

II Какие органы у других животных выполняют ту же функцию, что и клюв насекомых? Какие из них формируются в процессе развития из тех же зачатков, а какие — из других?

Решение

Гомологичные органы — это органы, имеющие общее эволюционное происхождение (1 балл). Аналогичные органы — это органы, выполняющие одинаковую функцию и имеющие похожее строение, но возникшие в процессе эволюции независимо (1 балл).

Пасть — рот с зубами — захват пищи, пережевывание, отрывание кусков (1 балл). Этот орган гомологичен по происхождению клюву (1 балл).

Клюв черепахи — выполняет абсолютно ту же функцию (1 балл), гомологичен по происхождению клюву (1 балл).

Клюв головоногих моллюсков — выполняет ту же функцию (1 балл), но эволюционно происходит из других зачатков (1 балл).

Конечности — могут выполнять похожие функции захвата предметов (1 балл), но обладают другим происхождением (1 балл).

Баллы также ставились за другие примеры.

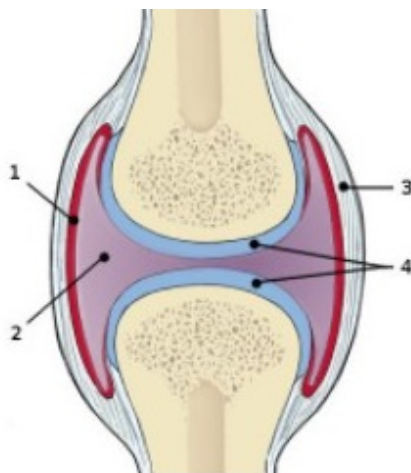
Задача III.1.5.2. (20 баллов)

I Сопоставьте названия костей и названия суставов, которые их образуют:

1. плечевой сустав	а) надколенник
1. плечевой сустав	б) плечевая кость
2. коленный сустав	в) малая берцовая
2. коленный сустав	г) ключица
2. коленный сустав	д) бедренная
2. коленный сустав	е) лопатка
3. лучезапястный сустав	ж) большая берцовая
3. лучезапястный сустав	з) -
4. -	и) -

Ответ: 1) 1 — б, е; 2 — а, д, ж, з или и; 3 — з или и; 4 — г, в. 2) а — 2, б — 1, в — 4, г — 4, д — 2, е — 1, ж — 2, з — 3, и — 3.

II Подпишите названия и функции частей сустава.



Решение

1 — суставная мембрана / синовиальная оболочка. Защитная и питательная функции.

2 — суставная (синовиальная) жидкость. Предотвращает трение, служит амортизатором, обеспечивает питание хряща.

3 — суставная сумка / капсула — герметично окружает сустав, предохраняет от повреждений.

4 — суставная поверхность из хряща. Обеспечивает подгонку суставных поверхностей и снижение трения.

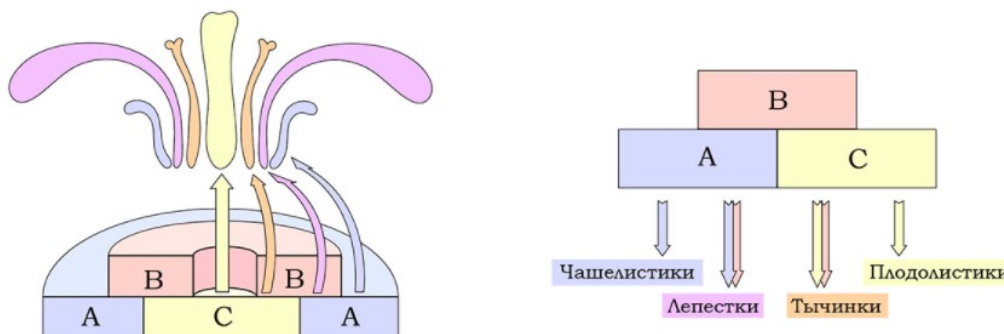
Система оценки

1 балл за каждый пункт, 1,5 балла за каждую функцию.

Задача III.1.5.3. (20 баллов)

У цветка с двойным околоцветником есть 4 типа элементов: чашелистики, лепестки, тычинки и плодолистики (из которых формируется пестик). Все части цветка формируются из модифицированных листьев. В процессе развития судьба зачатка определяется 3 группами генов. Группа А экспрессируется в чашелистиках и лепестках, С — в тычинках и плодолистиках, В — в лепестках и тычинках.

Как вы думаете, какое строение будет у цветка, у которого гены группы В не функционируют? Напишите подробно логику вашего решения.



Решение

Если группа В не функционирует, то: в чашелистиках и в плодолистиках группа В не функционирует, поэтому с ними никаких изменений не произойдет для детерминирования лепестков необходимо одновременная экспрессия генов группы А и В. Если В не работает, там есть только А. То есть на месте лепестков будет еще один круг чашелистиков. Для определения тычинок необходимо одновременно В и С. Если В нет, то будет только С — это плодолистики. Итого, строение цветка будет: чашелистики — чашелистики — плодолистики — плодолистики.

Система оценки

Верное строение цветка — 10 баллов. Верная логика решения — еще 10 баллов.

Задача III.1.5.4. (20 баллов)

Одно из распространенных заболеваний пищеварительной системы — это образование камней в желчном пузыре. Что такое желчный пузырь и как он связан с пищеварительной системой? Как вам кажется, что может быть причиной образования камней? Из чего эти камни могут состоять? Укажите возможные методы профилактики и лечения желчекаменной болезни.

Решение

Желчный пузырь — это орган, в котором накапливаются ферменты печени. Печень выделяет свой секрет (желчные кислоты) непрерывно, а в 12-перстную кишку он попадает только во время пищеварения. В промежутках между едой он накапливается в желчном пузыре (5 баллов).

По составу камни могут различаться, но в основном состоят из секретов печени — билирубин, холестерин, соли желчных кислот (5 баллов).

Факторами риска образования желчных камней является несбалансированное питание (например, слишком жирная еда), нерегулярное питание с слишком большими интервалами между приемами пищи (5 баллов).

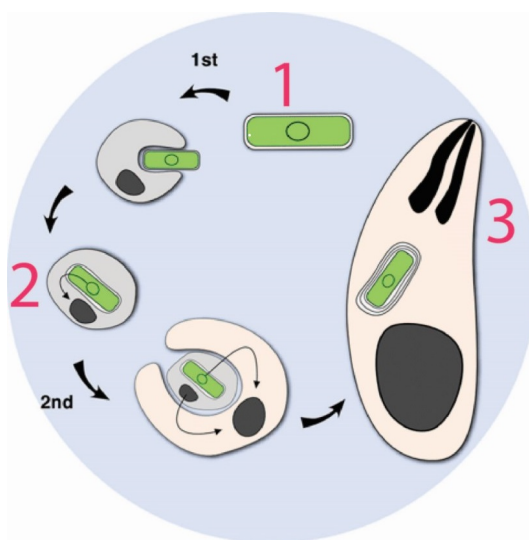
Соответственно профилактика — это регулярное сбалансированное питание, избегать излишков жирной пищи.

Лечение: удаление камней из пузыря, использование препаратов, которые растворяют желчь, ультразвуковое дробление камней (5 баллов).

Задача III.1.5.5. (20 баллов)

Как вам кажется, какой процесс отображен на данной картинке?

Какие организмы могут быть обозначены цифрами 1, 2, 3? Как называется органоид, которому посвящена данная схема? В каком процессе он участвует? Какой тип питания может быть у организмов 2 и 3?



Решение

На данной схеме приведен процесс формирования хлоропласта согласно теории симбиогенеза (5 баллов).

Предполагается, что эукариоты фагоцитировали цианобактерию (1), однако не переварили, а сохранили, перенесли некоторые гены в ядро и стали использовать как свою органеллу, которая называется хлоропласт. Соответственно, на рисунке 2 изображена одноклеточная зеленая водоросль, у которой хлоропласт окружен двумя мембранами — например хлорелла.

После этого зеленую водоросль вторично фагоцитировал другой организм, и у него хлоропласт окружен 4 мембранами: исходной мембраной цианобактерии, пищеварительной вакуолью зеленой водоросли, внешней мембраной зеленой водоросли, пищеварительной мембраной водоросли. Примером организма, который приобрел хлоропласт таким образом, является эвглена зеленая (10 баллов за верное определение организмов).

Хлоропласты нужны для фотосинтеза. Фотосинтез — это процесс синтеза органических веществ из неорганических с использованием энергии солнечного света. Организмы, которые получают питательные вещества при помощи фотосинтеза, могут быть автотрофами — если это их единственный способ питания, или миксотрофами — если они при этом могут использовать для питания готовые органические вещества (5 баллов).

Биология. 10–11 класс

Задача III.1.6.1. (20 баллов)

I Сопоставьте клюв и основной продукт питания птицы:



Рис. III.1.6: а



Рис. III.1.7: b



Рис. III.1.8: с



Рис. III.1.9: d



Рис. III.1.10: e

1. рыбой;
2. добычей, которую процеживает из воды;
3. семенами голосеменных растений из шишек;
4. семечками вишни, абрикоса, орехами;
5. личинками древесных насекомых.

Ответ: 1 — с, 2 — а, 3 — е, 4 — b, 5 — d.

II Какие органы у других животных выполняют ту же функцию, что и клюв насекомых? Какие из них формируются в процессе развития из тех же зачатков, а какие — из других?

Решение

Гомологичные органы — это органы, имеющие общее эволюционное происхождение (1 балл). Аналогичные органы — это органы, выполняющие одинаковую функцию и имеющие похожее строение, но возникшие в процессе эволюции независимо (1 балл).

Пасть — рот с зубами — захват пищи, пережевывание, отрывание кусков (1 балл). Этот орган гомологичен по происхождению клюву (1 балл).

Клюв черепахи — выполняет абсолютно ту же функцию (1 балл), гомологичен по происхождению клюву (1 балл).

Клюв головоногих моллюсков — выполняет ту же функцию (1 балл), но эволюционно происходит из других зачатков (1 балл).

Конечности — могут выполнять похожие функции захвата предметов (1 балл), но обладают другим происхождением (1 балл).

Баллы также ставились за другие примеры.

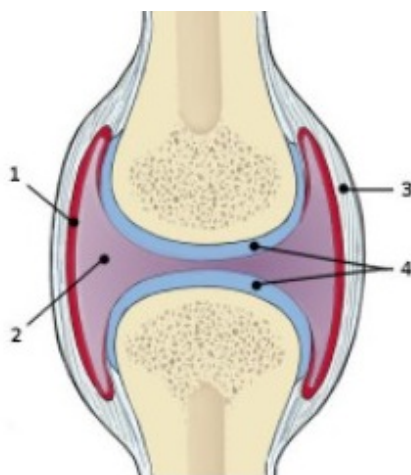
Задача III.1.6.2. (20 баллов)

I Сопоставьте названия костей и названия суставов, которые их образуют:

1. плечевой сустав	а) надколенник
1. плечевой сустав	б) плечевая кость
2. коленный сустав	в) малая берцовая
2. коленный сустав	г) ключица
2. коленный сустав	д) бедренная
2. коленный сустав	е) лопатка
3. лучезапястный сустав	ж) большая берцовая
3. лучезапястный сустав	з) -
4. -	и) -

Ответ: 1) 1 — б, е; 2 — а, д, ж, з или и; 3 — з или и; 4 — г, в. 2) а — 2, б — 1, в — 4, г — 4, д — 2, е — 1, ж — 2, з — 3, и — 3.

II Подпишите названия и функции частей сустава.



Решение

1 — суставная мембрана / синовиальная оболочка. Защитная и питательная функции.

2 — суставная (синовиальная) жидкость. Предотвращает трение, служит амортизатором, обеспечивает питание хряща.

3 — суставная сумка / капсула — герметично окружает сустав, предохраняет от повреждений.

4 — суставная поверхность из хряща. Обеспечивает подгонку суставных поверхностей и снижение трения.

Система оценки

1 балл за каждый пункт, 1,5 балла за каждую функцию.

Задача III.1.6.3. (20 баллов)

Эндонуклеаза рестрикции (рестриктаза) — это фермент, который способен специфично разрезать нуклеотидную цепь в определенном месте. Рестриктаза узнает определенный участок ДНК (сайт рестрикции) и разрезает нуклеотидную цепь внутри него.

У вас есть рестриктаза Eco RV, которая узнает вот такой сайт:

5' G A T ↓ A T C 3'

3' C T A ↑ T A G 5'

Цифры обозначают направление цепи ДНК, а стрелка — место разрезания.

У вас есть двунитевая кольцевая молекула ДНК следующей последовательности:

5' AAGAGTGTCTAGTCGTAGATATCCCGTGCGATGCG

ATGCTATAGCGTGCCGGTATATAGCTCTAGCTAG 3'

Сколько фрагментов ДНК и какой длины вы получите после использования рестриктазы Eco RV?

Решение

Один линейный фрагмент, 70 нуклеотидов длиной, начинается с ATCCC и заканчивается GTAGAT (20 баллов).

За ошибки в результате или логике решения снимались баллы. Если участники поняли принцип работы рестрикции, то даже неверный ответ оценивался в 5 баллов.

Задача III.1.6.4. (20 баллов)

Существует ряд антибиотиков, которые Всемирная Ассоциация Здравоохранения рекомендует использовать в качестве антибиотиков «резерва» или «крайней меры». Как вы думаете, в какой ситуации предполагается использовать эти антибиотики?

Решение

Отображен цикл Кальвина, который является частью фотосинтеза (5 баллов). Этот процесс протекает у организмов-автотрофов во время темновой фазы фотосинтеза. Темновая фаза происходит у растений в любое время, как при свете, так и при его отсутствии (5 баллов). Конечное вещество этого продукта — это NADP, АДФ, которые расходятся в процессе фиксации CO_2 (5 баллов), а так же глицеральдегидфосфат, предшественникам глюкозы. Фундаментальный смысл этого процесса заключается в фиксации углерода и создании органических веществ из неорганических, которыми пользуются в дальнейшем все остальные живые организмы. Также в процессе этого организма выделяется кислород (5 баллов).