Innopolis Open
Олимпиада по математике
Университета Иннополис

Второй отборочный (заочный) этап, 22 декабря 2018г.

9 класс, вариант 1.

1. **(5 баллов)** Найдите значение n, для которого имеет место следующее равенство:

$$\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}=2018.$$

2. **(5 баллов)** На день св.Валентина каждый ученик школы подарил каждой ученице по валентинке. Выяснилось, что количество валентинок больше количества всех учащихся на 16. Сколько валентинок было подарено?

3. **(7 баллов)** Имеется 5 синих, 6 красных и 7 белых лампочек. Сколькими способами из них (используя все лампочки) можно составить гирлянду так, чтобы никакие две белые лампочки не шли подряд?

4. **(7 баллов)** Числа a, b, c, d принадлежат отрезку $[-4.5; 4.5]$. Найдите наибольшее значение выражения $a+2b+c+2d-ab-bc-cd-da$.

5. **(8 баллов)** На радиусе AO окружности с центром O выбрали точку M, по одну сторону от AO на окружности выбрали точки B и C так, чтобы $\angle AMB=\angle OMC=\alpha$. Найдите длину BC, если радиус окружности равен 10, $\cos\alpha=\frac{2}{5}$?

6. **(8 баллов)** Раскрыв скобки в выражении $(1+\sqrt{7})^{205}$ по формуле бинома Ньютона, получим слагаемые вида $C_{205}^{k}(\sqrt{7})^{k}$. Найдите значение k, при котором такое слагаемое принимает наибольшее значение.

7. **(10 баллов)** На доске записано 25 единиц. Каждую минуту Карлсон стирает два произвольных числа и записывает их сумму на доске, а затем съедает количество конфет равное произведению двух стертых чисел. Какое наибольшее количество конфет он мог съесть за 25 минут?

8. **(10 баллов)** Во вписанном четырехугольнике $ABCD$ градусные величины углов относятся как $\angle A:\angle B:\angle C=2:3:4$. Найдите длину AC, если $CD=18,\ BC=12\sqrt{3}-9$.

Следующие задачи решите с обоснованием ответа

9. **(20 баллов)** Из точки D, середины основания BC равнобедренного треугольника ABC, опущена высота DE на боковую сторону AC. Описанная окружность треугольника ABD пересекает прямую BE в точках B и F. Докажите, что прямая AF проходит через середину отрезка DE.

10. **(20 баллов)** Вася вписал в клетки таблицы размером 10×10 все натуральные числа от 101 до 200. Он вычислил произведения чисел в каждой строке таблицы и получил набор из десяти чисел. Затем вычислил произведения чисел в каждом столбце таблицы и также получил набор из десяти чисел. Могли ли полученные наборы оказаться одинаковыми?

Innopolis Open
Олимпиада по математике
Университета Иннополис

Второй отборочный (заочный) этап, 22 декабря 2018г.

9 класс, вариант 2.

1. (**5 баллов**) Найдите значение n, для которого имеет место следующее равенство:
$$\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}=2017.$$

2. (**5 баллов**) На день св.Валентина каждый ученик школы подарил каждой ученице по валентинке. Выяснилось, что количество валентинок больше количества всех учащихся на 18. Сколько валентинок было подарено?

3. (**7 баллов**) Имеется 7 синих, 6 красных и 10 белых лампочек. Сколькими способами из них (используя все лампочки) можно составить гирлянду так, чтобы никакие две белые лампочки не шли подряд?

4. (**7 баллов**) Числа a, b, c, d принадлежат отрезку $[-5.5; 5.5]$. Найдите наибольшее значение выражения $a+2b+c+2d-ab-bc-cd-da$.

5. (**8 баллов**) На радиусе AO окружности с центром O выбрали точку M, по одну сторону от AO на окружности выбрали точки B и C так, чтобы $\angle AMB = \angle OMC = \alpha$. Найдите длину BC, если радиус окружности равен 8, $\cos\alpha = \frac{3}{4}$?

6. (**8 баллов**) Раскрыв скобки в выражении $(1+\sqrt{5})^{206}$ по формуле бинома Ньютона, получим слагаемые вида $C_{206}^{k}(\sqrt{5})^{k}$. Найдите значение k, при котором такое слагаемое принимает наибольшее значение.

7. (**10 баллов**) На доске записано 26 единиц. Каждую минуту Карлсон стирает два произвольных числа и записывает их сумму на доске, а затем съедает количество конфет равное произведению двух стертых чисел. Какое наибольшее количество конфет он мог съесть за 26 минут?

8. (**10 баллов**) Во вписанном четырехугольнике $ABCD$ градусные величины углов относятся как $\angle A : \angle B : \angle C = 2 : 3 : 4$. Найдите длину AC, если $CD = 20$, $BC = 24\sqrt{3}-10$.

Следующие задачи решите с обоснованием ответа

9. (**20 баллов**) Из точки D, середины основания BC равнобедренного треугольника ABC, опущена высота DE на боковую сторону AC. Описанная окружность треугольника ABD пересекает прямую BE в точках B и F. Докажите, что прямая AF проходит через середину отрезка DE.

10. (**20 баллов**) Вася вписал в клетки таблицы размером 10×10 все натуральные числа от 102 до 201. Он вычислил произведения чисел в каждой строке таблицы и получил набор из десяти чисел. Затем вычислил произведения чисел в каждом столбце таблицы и также получил набор из десяти чисел. Могли ли полученные наборы оказаться одинаковыми?

Innopolis Open
Олимпиада по математике
Университета Иннополис

Второй отборочный (заочный) этап, 22 декабря 2018г.

9 класс, вариант 3.

1. **(5 баллов)** Найдите значение n, для которого имеет место следующее равенство:
$$\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}=2016.$$

2. **(5 баллов)** На день св.Валентина каждый ученик школы подарил каждой ученице по валентинке. Выяснилось, что количество валентинок больше количества всех учащихся на 22. Сколько валентинок было подарено?

3. **(7 баллов)** Имеется 8 синих, 8 красных и 11 белых лампочек. Сколькими способами из них (используя все лампочки) можно составить гирлянду так, чтобы никакие две белые лампочки не шли подряд?

4. **(7 баллов)** Числа a, b, c, d принадлежат отрезку $[-6.5; 6.5]$. Найдите наибольшее значение выражения $a+2b+c+2d-ab-bc-cd-da$.

5. **(8 баллов)** На радиусе AO окружности с центром O выбрали точку M, по одну сторону от AO на окружности выбрали точки B и C так, чтобы $\angle AMB=\angle OMC=\alpha$. Найдите длину BC, если радиус окружности равен 6, $\cos\alpha=\frac{2}{3}$?

6. **(8 баллов)** Раскрыв скобки в выражении $(1+\sqrt{7})^{207}$ по формуле бинома Ньютона, получим слагаемые вида $C_{207}^{k}(\sqrt{7})^{k}$. Найдите значение k, при котором такое слагаемое принимает наибольшее значение.

7. **(10 баллов)** На доске записано 27 единиц. Каждую минуту Карлсон стирает два произвольных числа и записывает их сумму на доске, а затем съедает количество конфет равное произведению двух стертых чисел. Какое наибольшее количество конфет он мог съесть за 27 минут?

8. **(10 баллов)** Во вписанном четырехугольнике $ABCD$ градусные величины углов относятся как $\angle A : \angle B : \angle C = 2:3:4$. Найдите длину AC, если $CD=16$, $BC=15\sqrt{3}-8$.

Следующие задачи решите с обоснованием ответа

9. **(20 баллов)** Из точки D, середины основания BC равнобедренного треугольника ABC, опущена высота DE на боковую сторону AC. Описанная окружность треугольника ABD пересекает прямую BE в точках B и F. Докажите, что прямая AF проходит через середину отрезка DE.

10. **(20 баллов)** Вася вписал в клетки таблицы размером 10×10 все натуральные числа от 103 до 202. Он вычислил произведения чисел в каждой строке таблицы и получил набор из десяти чисел. Затем вычислил произведения чисел в каждом столбце таблицы и также получил набор из десяти чисел. Могли ли полученные наборы оказаться одинаковыми?

Innopolis Open
Олимпиада по математике
Университета Иннополис

Второй отборочный (заочный) этап, 22 декабря 2018г.

9 класс, вариант 4.

1. **(5 баллов)** Найдите значение n, для которого имеет место следующее равенство:

$$\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}=2015.$$

2. **(5 баллов)** На день св.Валентина каждый ученик школы подарил каждой ученице по валентинке. Выяснилось, что количество валентинок больше количества всех учащихся на 28. Сколько валентинок было подарено?

3. **(7 баллов)** Имеется 8 синих, 7 красных и 12 белых лампочек. Сколькими способами из них (используя все лампочки) можно составить гирлянду так, чтобы никакие две белые лампочки не шли подряд?

4. **(7 баллов)** Числа a, b, c, d принадлежат отрезку $[-7.5; 7.5]$. Найдите наибольшее значение выражения $a+2b+c+2d-ab-bc-cd-da$.

5. **(8 баллов)** На радиусе AO окружности с центром O выбрали точку M, по одну сторону от AO на окружности выбрали точки B и C так, чтобы $\angle AMB = \angle OMC = \alpha$. Найдите длину BC, если радиус окружности равен 12, $\cos\alpha = \frac{5}{6}$?

6. **(8 баллов)** Раскрыв скобки в выражении $(1+\sqrt{11})^{208}$ по формуле бинома Ньютона, получим слагаемые вида $C_{208}^{k}(\sqrt{11})^{k}$. Найдите значение k, при котором такое слагаемое принимает наибольшее значение.

7. **(10 баллов)** На доске записано 28 единиц. Каждую минуту Карлсон стирает два произвольных числа и записывает их сумму на доске, а затем съедает количество конфет равное произведению двух стертых чисел. Какое наибольшее количество конфет он мог съесть за 28 минут?

8. **(10 баллов)** Во вписанном четырехугольнике $ABCD$ градусные величины углов относятся как $\angle A : \angle B : \angle C = 2:3:4$. Найдите длину AC, если $CD = 8$, $BC = 7.5\sqrt{3} - 4$.

Следующие задачи решите с обоснованием ответа

9. **(20 баллов)** Из точки D, середины основания BC равнобедренного треугольника ABC, опущена высота DE на боковую сторону AC. Описанная окружность треугольника ABD пересекает прямую BE в точках B и F. Докажите, что прямая AF проходит через середину отрезка DE.

10. **(20 баллов)** Вася вписал в клетки таблицы размером 10×10 все натуральные числа от 104 до 203. Он вычислил произведения чисел в каждой строке таблицы и получил набор из десяти чисел. Затем вычислил произведения чисел в каждом столбце таблицы и также получил набор из десяти чисел. Могли ли полученные наборы оказаться одинаковыми?

Innopolis Open
Олимпиада по математике
Университета Иннополис

Второй отборочный (заочный) этап, 22 декабря 2018г.

9 класс, вариант 5.

1. **(5 баллов)** Найдите значение n, для которого имеет место следующее равенство:

$$\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}=2014.$$

2. **(5 баллов)** На день св.Валентина каждый ученик школы подарил каждой ученице по валентинке. Выяснилось, что количество валентинок больше количества всех учащихся на 30. Сколько валентинок было подарено?

3. **(7 баллов)** Имеется 9 синих, 7 красных и 14 белых лампочек. Сколькими способами из них (используя все лампочки) можно составить гирлянду так, чтобы никакие две белые лампочки не шли подряд?

4. **(7 баллов)** Числа a, b, c, d принадлежат отрезку $[-8.5; 8.5]$. Найдите наибольшее значение выражения $a+2b+c+2d-ab-bc-cd-da$.

5. **(8 баллов)** На радиусе AO окружности с центром O выбрали точку M, по одну сторону от AO на окружности выбрали точки B и C так, чтобы $\angle AMB=\angle OMC=\alpha$. Найдите длину BC, если радиус окружности равен 10, $\cos\alpha=\frac{4}{5}$?

6. **(8 баллов)** Раскрыв скобки в выражении $(1+\sqrt{5})^{209}$ по формуле бинома Ньютона, получим слагаемые вида $C_{209}^{k}(\sqrt{5})^{k}$. Найдите значение k, при котором такое слагаемое принимает наибольшее значение.

7. **(10 баллов)** На доске записано 29 единиц. Каждую минуту Карлсон стирает два произвольных числа и записывает их сумму на доске, а затем съедает количество конфет равное произведению двух стертых чисел. Какое наибольшее количество конфет он мог съесть за 29 минут?

8. **(10 баллов)** Во вписанном четырехугольнике $ABCD$ градусные величины углов относятся как $\angle A:\angle B:\angle C=2:3:4$. Найдите длину AC, если $CD=15$, $BC=18\sqrt{3}-7.5$.

Следующие задачи решите с обоснованием ответа

9. **(20 баллов)** Из точки D, середины основания BC равнобедренного треугольника ABC, опущена высота DE на боковую сторону AC. Описанная окружность треугольника ABD пересекает прямую BE в точках B и F. Докажите, что прямая AF проходит через середину отрезка DE.

10. **(20 баллов)** Вася вписал в клетки таблицы размером 10×10 все натуральные числа от 105 до 204. Он вычислил произведения чисел в каждой строке таблицы и получил набор из десяти чисел. Затем вычислил произведения чисел в каждом столбце таблицы и также получил набор из десяти чисел. Могли ли полученные наборы оказаться одинаковыми?

Innopolis Open
Олимпиада по математике
Университета Иннополис

Второй отборочный (заочный) этап, 22 декабря 2018г.

9 класс, вариант 6.

1. (**5 баллов**) Найдите значение n, для которого имеет место следующее равенство:
$$\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}=2013.$$

2. (**5 баллов**) На день св.Валентина каждый ученик школы подарил каждой ученице по валентинке. Выяснилось, что количество валентинок больше количества всех учащихся на 36. Сколько валентинок было подарено?

3. (**7 баллов**) Имеется 6 синих, 7 красных и 9 белых лампочек. Сколькими способами из них (используя все лампочки) можно составить гирлянду так, чтобы никакие две белые лампочки не шли подряд?

4. (**7 баллов**) Числа a, b, c, d принадлежат отрезку $[-8; 8]$. Найдите наибольшее значение выражения $a+2b+c+2d-ab-bc-cd-da$.

5. (**8 баллов**) На радиусе AO окружности с центром O выбрали точку M, по одну сторону от AO на окружности выбрали точки B и C так, чтобы $\angle AMB = \angle OMC = \alpha$. Найдите длину BC, если радиус окружности равен 12, $\cos\alpha = \frac{1}{4}$?

6. (**8 баллов**) Раскрыв скобки в выражении $(1+\sqrt{13})^{210}$ по формуле бинома Ньютона, получим слагаемые вида $C_{210}^{k}(\sqrt{13})^{k}$. Найдите значение k, при котором такое слагаемое принимает наибольшее значение.

7. (**10 баллов**) На доске записано 30 единиц. Каждую минуту Карлсон стирает два произвольных числа и записывает их сумму на доске, а затем съедает количество конфет равное произведению двух стертых чисел. Какое наибольшее количество конфет он мог съесть за 30 минут?

8. (**10 баллов**) Во вписанном четырехугольнике $ABCD$ градусные величины углов относятся как $\angle A : \angle B : \angle C = 2:3:4$. Найдите длину AC, если $CD = 10$, $BC = 12\sqrt{3}-5$.

Следующие задачи решите с обоснованием ответа

9. (**20 баллов**) Из точки D, середины основания BC равнобедренного треугольника ABC, опущена высота DE на боковую сторону AC. Описанная окружность треугольника ABD пересекает прямую BE в точках B и F. Докажите, что прямая AF проходит через середину отрезка DE.

10. (**20 баллов**) Вася вписал в клетки таблицы размером 10×10 все натуральные числа от 106 до 205. Он вычислил произведения чисел в каждой строке таблицы и получил набор из десяти чисел. Затем вычислил произведения чисел в каждом столбце таблицы и также получил набор из десяти чисел. Могли ли полученные наборы оказаться одинаковыми?

Innopolis Open
Олимпиада по математике
Университета Иннополис

Второй отборочный (заочный) этап, 22 декабря 2018г.

9 класс, вариант 7.

1. **(5 баллов)** Найдите значение n, для которого имеет место следующее равенство:

$$\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}=2012.$$

2. **(5 баллов)** На день св.Валентина каждый ученик школы подарил каждой ученице по валентинке. Выяснилось, что количество валентинок больше количества всех учащихся на 40. Сколько валентинок было подарено?

3. **(7 баллов)** Имеется 5 синих, 8 красных и 11 белых лампочек. Сколькими способами из них (используя все лампочки) можно составить гирлянду так, чтобы никакие две белые лампочки не шли подряд?

4. **(7 баллов)** Числа a, b, c, d принадлежат отрезку $[-7; 7]$. Найдите наибольшее значение выражения $a+2b+c+2d-ab-bc-cd-da$.

5. **(8 баллов)** На радиусе AO окружности с центром O выбрали точку M, по одну сторону от AO на окружности выбрали точки B и C так, чтобы $\angle AMB=\angle OMC=\alpha$. Найдите длину BC, если радиус окружности равен 9, $\cos\alpha=\frac{1}{3}$?

6. **(8 баллов)** Раскрыв скобки в выражении $(1+\sqrt{7})^{211}$ по формуле бинома Ньютона, получим слагаемые вида $C_{211}^{k}(\sqrt{7})^{k}$. Найдите значение k, при котором такое слагаемое принимает наибольшее значение.

7. **(10 баллов)** На доске записано 31 единиц. Каждую минуту Карлсон стирает два произвольных числа и записывает их сумму на доске, а затем съедает количество конфет равное произведению двух стертых чисел. Какое наибольшее количество конфет он мог съесть за 31 минут?

8. **(10 баллов)** Во вписанном четырехугольнике $ABCD$ градусные величины углов относятся как $\angle A:\angle B:\angle C=2:3:4$. Найдите длину AC, если $CD=5$, $BC=6\sqrt{3}-2.5$.

Следующие задачи решите с обоснованием ответа

9. **(20 баллов)** Из точки D, середины основания BC равнобедренного треугольника ABC, опущена высота DE на боковую сторону AC. Описанная окружность треугольника ABD пересекает прямую BE в точках B и F. Докажите, что прямая AF проходит через середину отрезка DE.

10. **(20 баллов)** Вася вписал в клетки таблицы размером 10×10 все натуральные числа от 107 до 206. Он вычислил произведения чисел в каждой строке таблицы и получил набор из десяти чисел. Затем вычислил произведения чисел в каждом столбце таблицы и также получил набор из десяти чисел. Могли ли полученные наборы оказаться одинаковыми?

Innopolis Open
Олимпиада по математике
Университета Иннополис

Второй отборочный (заочный) этап, 22 декабря 2018г.

9 класс, вариант 8.

1. **(5 баллов)** Найдите значение n, для которого имеет место следующее равенство:
$$\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}=2011.$$

2. **(5 баллов)** На день св.Валентина каждый ученик школы подарил каждой ученице по валентинке. Выяснилось, что количество валентинок больше количества всех учащихся на 42. Сколько валентинок было подарено?

3. **(7 баллов)** Имеется 5 синих, 9 красных и 12 белых лампочек. Сколькими способами из них (используя все лампочки) можно составить гирлянду так, чтобы никакие две белые лампочки не шли подряд?

4. **(7 баллов)** Числа a, b, c, d принадлежат отрезку $[-6; 6]$. Найдите наибольшее значение выражения $a+2b+c+2d-ab-bc-cd-da$.

5. **(8 баллов)** На радиусе AO окружности с центром O выбрали точку M, по одну сторону от AO на окружности выбрали точки B и C так, чтобы $\angle AMB=\angle OMC=\alpha$. Найдите длину BC, если радиус окружности равен 21, $\cos\alpha=\frac{4}{7}$?

6. **(8 баллов)** Раскрыв скобки в выражении $(1+\sqrt{11})^{212}$ по формуле бинома Ньютона, получим слагаемые вида $C_{212}^{k}(\sqrt{11})^{k}$. Найдите значение k, при котором такое слагаемое принимает наибольшее значение.

7. **(10 баллов)** На доске записано 32 единиц. Каждую минуту Карлсон стирает два произвольных числа и записывает их сумму на доске, а затем съедает количество конфет равное произведению двух стертых чисел. Какое наибольшее количество конфет он мог съесть за 32 минут?

8. **(10 баллов)** Во вписанном четырехугольнике $ABCD$ градусные величины углов относятся как $\angle A:\angle B:\angle C=2:3:4$. Найдите длину AC, если $CD=21$, $BC=14\sqrt{3}-10.5$.

Следующие задачи решите с обоснованием ответа

9. **(20 баллов)** Из точки D, середины основания BC равнобедренного треугольника ABC, опущена высота DE на боковую сторону AC. Описанная окружность треугольника ABD пересекает прямую BE в точках B и F. Докажите, что прямая AF проходит через середину отрезка DE.

10. **(20 баллов)** Вася вписал в клетки таблицы размером 10×10 все натуральные числа от 108 до 207. Он вычислил произведения чисел в каждой строке таблицы и получил набор из десяти чисел. Затем вычислил произведения чисел в каждом столбце таблицы и также получил набор из десяти чисел. Могли ли полученные наборы оказаться одинаковыми?

Innopolis Open
Олимпиада по математике
Университета Иннополис

Второй отборочный (заочный) этап, 22 декабря 2018г.

9 класс, вариант 9.

1. **(5 баллов)** Найдите значение n, для которого имеет место следующее равенство:
$$\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}=2010.$$

2. **(5 баллов)** На день св.Валентина каждый ученик школы подарил каждой ученице по валентинке. Выяснилось, что количество валентинок больше количества всех учащихся на 46. Сколько валентинок было подарено?

3. **(7 баллов)** Имеется 8 синих, 6 красных и 12 белых лампочек. Сколькими способами из них (используя все лампочки) можно составить гирлянду так, чтобы никакие две белые лампочки не шли подряд?

4. **(7 баллов)** Числа a, b, c, d принадлежат отрезку $[-5; 5]$. Найдите наибольшее значение выражения $a+2b+c+2d-ab-bc-cd-da$.

5. **(8 баллов)** На радиусе AO окружности с центром O выбрали точку M, по одну сторону от AO на окружности выбрали точки B и C так, чтобы $\angle AMB=\angle OMC=\alpha$. Найдите длину BC, если радиус окружности равен 15, $\cos\alpha=\frac{3}{5}$?

6. **(8 баллов)** Раскрыв скобки в выражении $(1+\sqrt{5})^{213}$ по формуле бинома Ньютона, получим слагаемые вида $C_{213}^{k}(\sqrt{5})^{k}$. Найдите значение k, при котором такое слагаемое принимает наибольшее значение.

7. **(10 баллов)** На доске записано 33 единиц. Каждую минуту Карлсон стирает два произвольных числа и записывает их сумму на доске, а затем съедает количество конфет равное произведению двух стертых чисел. Какое наибольшее количество конфет он мог съесть за 33 минут?

8. **(10 баллов)** Во вписанном четырехугольнике $ABCD$ градусные величины углов относятся как $\angle A:\angle B:\angle C=2:3:4$. Найдите длину AC, если $CD=9$, $BC=6\sqrt{3}-4.5$.

Следующие задачи решите с обоснованием ответа

9. **(20 баллов)** Из точки D, середины основания BC равнобедренного треугольника ABC, опущена высота DE на боковую сторону AC. Описанная окружность треугольника ABD пересекает прямую BE в точках B и F. Докажите, что прямая AF проходит через середину отрезка DE.

10. **(20 баллов)** Вася вписал в клетки таблицы размером 10×10 все натуральные числа от 109 до 208. Он вычислил произведения чисел в каждой строке таблицы и получил набор из десяти чисел. Затем вычислил произведения чисел в каждом столбце таблицы и также получил набор из десяти чисел. Могли ли полученные наборы оказаться одинаковыми?

Innopolis Open
Олимпиада по математике
Университета Иннополис

Второй отборочный (заочный) этап, 22 декабря 2018г.

9 класс, вариант 10.

1. **(5 баллов)** Найдите значение n, для которого имеет место следующее равенство:
$$\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}=2019.$$

2. **(5 баллов)** На день св.Валентина каждый ученик школы подарил каждой ученице по валентинке. Выяснилось, что количество валентинок больше количества всех учащихся на 52. Сколько валентинок было подарено?

3. **(7 баллов)** Имеется 7 синих, 7 красных и 12 белых лампочек. Сколькими способами из них (используя все лампочки) можно составить гирлянду так, чтобы никакие две белые лампочки не шли подряд?

4. **(7 баллов)** Числа a, b, c, d принадлежат отрезку $[-4;4]$. Найдите наибольшее значение выражения $a+2b+c+2d-ab-bc-cd-da$.

5. **(8 баллов)** На радиусе AO окружности с центром O выбрали точку M, по одну сторону от AO на окружности выбрали точки B и C так, чтобы $\angle AMB=\angle OMC=\alpha$. Найдите длину BC, если радиус окружности равен 12, $\cos\alpha=\frac{3}{4}$?

6. **(8 баллов)** Раскрыв скобки в выражении $(1+\sqrt{11})^{214}$ по формуле бинома Ньютона, получим слагаемые вида $C_{214}^{k}(\sqrt{11})^{k}$. Найдите значение k, при котором такое слагаемое принимает наибольшее значение.

7. **(10 баллов)** На доске записано 34 единиц. Каждую минуту Карлсон стирает два произвольных числа и записывает их сумму на доске, а затем съедает количество конфет равное произведению двух стертых чисел. Какое наибольшее количество конфет он мог съесть за 34 минут?

8. **(10 баллов)** Во вписанном четырехугольнике $ABCD$ градусные величины углов относятся как $\angle A:\angle B:\angle C=2:3:4$. Найдите длину AC, если $CD=12,\ BC=8\sqrt{3}-6$.

Следующие задачи решите с обоснованием ответа

9. **(20 баллов)** Из точки D, середины основания BC равнобедренного треугольника ABC, опущена высота DE на боковую сторону AC. Описанная окружность треугольника ABD пересекает прямую BE в точках B и F. Докажите, что прямая AF проходит через середину отрезка DE.

10. **(20 баллов)** Вася вписал в клетки таблицы размером 10×10 все натуральные числа от 110 до 209. Он вычислил произведения чисел в каждой строке таблицы и получил набор из десяти чисел. Затем вычислил произведения чисел в каждом столбце таблицы и также получил набор из десяти чисел. Могли ли полученные наборы оказаться одинаковыми?