Innopolis Open
Олимпиада по математике
Университета Иннополис

Второй отборочный (заочный) этап, 22 декабря 2018г.

10 класс, вариант 1.

1. **(5 баллов)** Найдите значение функции $f(x)$ в точке $x_0 = 1000$, если $f(0) = 1$ и для любого x выполняется равенство $f(x+2) = f(x) + 4x + 2$

2. **(5 баллов)** На всемирной конференции метеорологов каждый участник по очереди объявлял среднемесячную температуру в его родном городе. Все остальные в этот момент записывали произведение температур в его и своем городах. Всего было записано 62 положительных и 70 отрицательных чисел. Какое наименьшее количество раз могла быть объявлена положительная температура?

3. **(7 баллов)** Четыре кротовые норы A, B, C, D последовательно соединены тремя тоннелями. Каждую минуту крот по тоннелю перебегает в одну из соседних нор. Сколькими способами крот может добраться из норы A в C за 30 минут?

4. **(7 баллов)** Числа a, b, c, d принадлежат отрезку $[-4.5, 4.5]$. Найдите наибольшее значение выражения $a + 2b + c + 2d - ab - bc - cd - da$.

5. **(8 баллов)** В $\triangle ABC$, $AB = 86$, и $AC = 97$. Окружность с центром в точке A и радиуса AB пересекает сторону BC в точках B и X. К тому же BX и CX имеют целые длины. Чему равна длина BC?

6. **(8 баллов)** На доске записано 34 единиц. Каждую минуту Карлсон стирает два произвольных числа и записывает их сумму на доске, а затем съедает количество конфет равное произведению двух стертых чисел. Какое наибольшее количество конфет он мог съесть за 34 минут?

7. **(10 баллов)** Натуральные числа a, b, c выбраны таким образом, что $a < b < c$. К тому же известно, что система уравнений $2x + y = 2019$ и $y = |x-a| + |x-b| + |x-c|$ имеет ровно одно решение. Найдите минимальное возможное значение c.

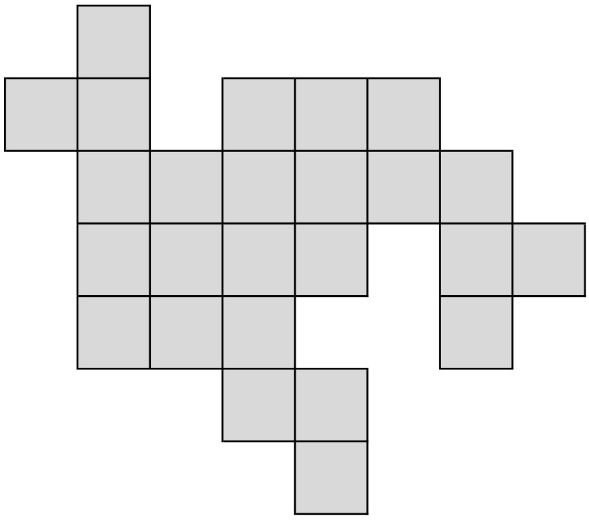
8. **(10 баллов)** Пусть для положительных чисел x, y, z выполняется система уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 12, \\ y^2 + yz + z^2 = 25, \\ z^2 + xz + x^2 = 37. \end{cases}$$

Найдите значение выражения $xy + yz + xz$.

Следующие задачи решите с обоснованием ответа

9. **(20 баллов)** Можно ли данную фигуру, нарисованную на клетчатой бумаге, разрезать на три части и составить из них квадрат?



10. **(20 баллов)** Пусть x, y, z натуральные числа удовлетворяющие условию $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{z}$. Докажите, что НОД$(x; y; z) \cdot (y - x)$ – квадрат натурального числа.

Innopolis Open
Олимпиада по математике
Университета Иннополис

Второй отборочный (заочный) этап, 22 декабря 2018г.

10 класс, вариант 2.

1. **(5 баллов)** Найдите значение функции $f(x)$ в точке $x_0 = 2000$, если $f(0) = 1$ и для любого x выполняется равенство $f(x+2) = f(x) + 4x + 2$

2. **(5 баллов)** На всемирной конференции метеорологов каждый участник по очереди объявлял среднемесячную температуру в его родном городе. Все остальные в этот момент записывали произведение температур в его и своем городах. Всего было записано 68 положительных и 64 отрицательных чисел. Какое наименьшее количество раз могла быть объявлена положительная температура?

3. **(7 баллов)** Четыре кротовые норы A, B, C, D последовательно соединены тремя тоннелями. Каждую минуту крот по тоннелю перебегает в одну из соседних нор. Сколькими способами крот может добраться из норы A в C за 28 минут?

4. **(7 баллов)** Числа a, b, c, d принадлежат отрезку $[-5.5, 5.5]$. Найдите наибольшее значение выражения $a + 2b + c + 2d - ab - bc - cd - da$.

5. **(8 баллов)** В $\triangle ABC$, $AB = 86$, и $AC = 97$. Окружность с центром в точке A и радиуса AB пересекает сторону BC в точках B и X. К тому же BX и CX имеют целые длины. Чему равна длина BC?

6. **(8 баллов)** На доске записано 33 единиц. Каждую минуту Карлсон стирает два произвольных числа и записывает их сумму на доске, а затем съедает количество конфет равное произведению двух стертых чисел. Какое наибольшее количество конфет он мог съесть за 33 минут?

7. **(10 баллов)** Натуральные числа a, b, c выбраны таким образом, что $a < b < c$. К тому же известно, что система уравнений $2x + y = 2021$ и $y = |x - a| + |x - b| + |x - c|$ имеет ровно одно решение. Найдите минимальное возможное значение c.

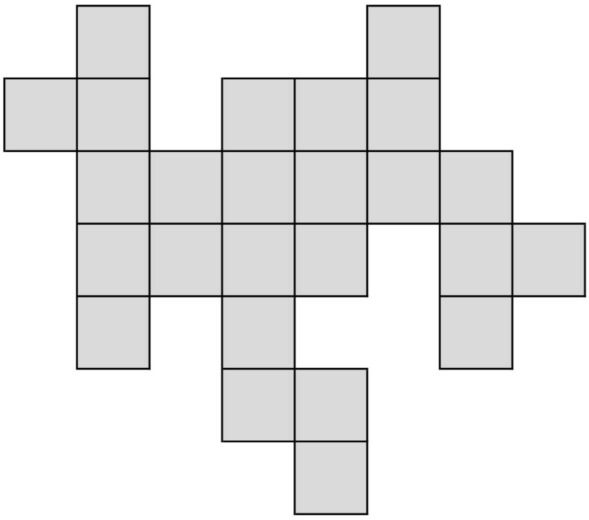
8. **(10 баллов)** Пусть для положительных чисел x, y, z выполняется система уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 12, \\ y^2 + yz + z^2 = 16, \\ z^2 + xz + x^2 = 28. \end{cases}$$

Найдите значение выражения $xy + yz + xz$.

Следующие задачи решите с обоснованием ответа

9. **(20 баллов)** Можно ли данную фигуру, нарисованную на клетчатой бумаге, разрезать на три части и составить из них квадрат?



10. **(20 баллов)** Пусть x, y, z натуральные числа удовлетворяющие условию $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{z}$. Докажите, что НОД$(x; y; z) \cdot (y - x)$ – квадрат натурального числа.

Innopolis Open
Олимпиада по математике
Университета Иннополис

Второй отборочный (заочный) этап, 22 декабря 2018г.

10 класс, вариант 3.

1. **(5 баллов)** Найдите значение функции $f(x)$ в точке $x_0 = 3000$, если $f(0) = 1$ и для любого x выполняется равенство $f(x+2) = f(x) + 3x + 2$

2. **(5 баллов)** На всемирной конференции метеорологов каждый участник по очереди объявлял среднемесячную температуру в его родном городе. Все остальные в этот момент записывали произведение температур в его и своем городах. Всего было записано 78 положительных и 54 отрицательных чисел. Какое наименьшее количество раз могла быть объявлена положительная температура?

3. **(7 баллов)** Четыре кротовые норы A, B, C, D последовательно соединены тремя тоннелями. Каждую минуту крот по тоннелю перебегает в одну из соседних нор. Сколькими способами крот может добраться из норы A в C за 26 минут?

4. **(7 баллов)** Числа a, b, c, d принадлежат отрезку $[-6.5, 6.5]$. Найдите наибольшее значение выражения $a + 2b + c + 2d - ab - bc - cd - da$.

5. **(8 баллов)** В $\triangle ABC$, $AB = 86$, и $AC = 97$. Окружность с центром в точке A и радиуса AB пересекает сторону BC в точках B и X. К тому же BX и CX имеют целые длины. Чему равна длина BC?

6. **(8 баллов)** На доске записано 32 единиц. Каждую минуту Карлсон стирает два произвольных числа и записывает их сумму на доске, а затем съедает количество конфет равное произведению двух стертых чисел. Какое наибольшее количество конфет он мог съесть за 32 минут?

7. **(10 баллов)** Натуральные числа a, b, c выбраны таким образом, что $a < b < c$. К тому же известно, что система уравнений $2x + y = 2023$ и $y = |x - a| + |x - b| + |x - c|$ имеет ровно одно решение. Найдите минимальное возможное значение c.

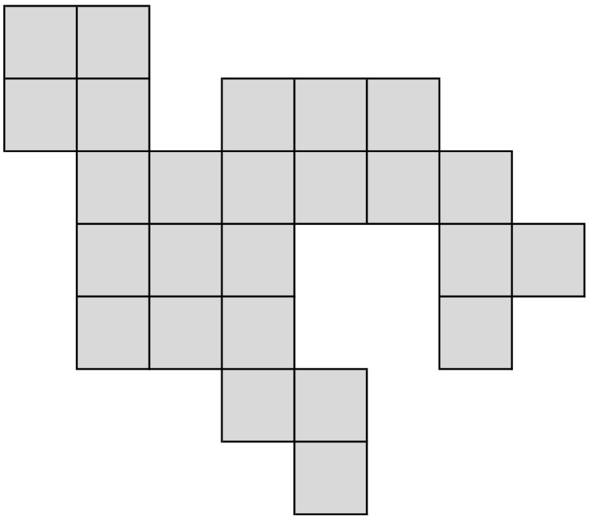
8. **(10 баллов)** Пусть для положительных чисел x, y, z выполняется система уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 12, \\ y^2 + yz + z^2 = 9, \\ z^2 + xz + x^2 = 21. \end{cases}$$

Найдите значение выражения $xy + yz + xz$.

Следующие задачи решите с обоснованием ответа

9. **(20 баллов)** Можно ли данную фигуру, нарисованную на клетчатой бумаге, разрезать на три части и составить из них квадрат?



10. **(20 баллов)** Пусть x, y, z натуральные числа удовлетворяющие условию $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{z}$. Докажите, что НОД$(x; y; z) \cdot (y - x)$ – квадрат натурального числа.

Innopolis Open
Олимпиада по математике
Университета Иннополис

Второй отборочный (заочный) этап, 22 декабря 2018г.

10 класс, вариант 4.

1. **(5 баллов)** Найдите значение функции $f(x)$ в точке $x_0 = 4000$, если $f(0) = 1$ и для любого x выполняется равенство $f(x+2) = f(x) + 3x + 2$

2. **(5 баллов)** На всемирной конференции метеорологов каждый участник по очереди объявлял среднемесячную температуру в его родном городе. Все остальные в этот момент записывали произведение температур в его и своем городах. Всего было записано 92 положительных и 40 отрицательных чисел. Какое наименьшее количество раз могла быть объявлена положительная температура?

3. **(7 баллов)** Четыре кротовые норы A, B, C, D последовательно соединены тремя тоннелями. Каждую минуту крот по тоннелю перебегает в одну из соседних нор. Сколькими способами крот может добраться из норы A в C за 24 минут?

4. **(7 баллов)** Числа a, b, c, d принадлежат отрезку $[-7.5, 7.5]$. Найдите наибольшее значение выражения $a + 2b + c + 2d - ab - bc - cd - da$.

5. **(8 баллов)** В $\triangle ABC$, $AB = 86$, и $AC = 97$. Окружность с центром в точке A и радиуса AB пересекает сторону BC в точках B и X. К тому же BX и CX имеют целые длины. Чему равна длина BC?

6. **(8 баллов)** На доске записано 31 единиц. Каждую минуту Карлсон стирает два произвольных числа и записывает их сумму на доске, а затем съедает количество конфет равное произведению двух стертых чисел. Какое наибольшее количество конфет он мог съесть за 31 минут?

7. **(10 баллов)** Натуральные числа a, b, c выбраны таким образом, что $a < b < c$. К тому же известно, что система уравнений $2x + y = 2025$ и $y = |x - a| + |x - b| + |x - c|$ имеет ровно одно решение. Найдите минимальное возможное значение c.

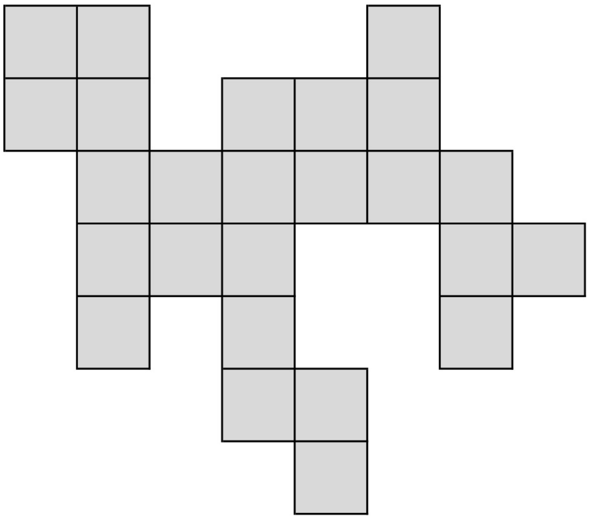
8. **(10 баллов)** Пусть для положительных чисел x, y, z выполняется система уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 27, \\ y^2 + yz + z^2 = 25, \\ z^2 + xz + x^2 = 52. \end{cases}$$

Найдите значение выражения $xy + yz + xz$.

Следующие задачи решите с обоснованием ответа

9. **(20 баллов)** Можно ли данную фигуру, нарисованную на клетчатой бумаге, разрезать на три части и составить из них квадрат?



10. **(20 баллов)** Пусть x, y, z натуральные числа удовлетворяющие условию $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{z}$. Докажите, что НОД$(x; y; z) \cdot (y - x)$ – квадрат натурального числа.

Innopolis Open
Олимпиада по математике
Университета Иннополис

Второй отборочный (заочный) этап, 22 декабря 2018г.

10 класс, вариант 5.

1. **(5 баллов)** Найдите значение функции $f(x)$ в точке $x_0 = 1500$, если $f(0) = 1$ и для любого x выполняется равенство $f(x+3) = f(x) + 2x + 3$

2. **(5 баллов)** На всемирной конференции метеорологов каждый участник по очереди объявлял среднемесячную температуру в его родном городе. Все остальные в этот момент записывали произведение температур в его и своем городах. Всего было записано 50 положительных и 60 отрицательных чисел. Какое наименьшее количество раз могла быть объявлена положительная температура?

3. **(7 баллов)** Четыре кротовые норы A, B, C, D последовательно соединены тремя тоннелями. Каждую минуту крот по тоннелю перебегает в одну из соседних нор. Сколькими способами крот может добраться из норы A в C за 22 минут?

4. **(7 баллов)** Числа a, b, c, d принадлежат отрезку $[-8.5, 8.5]$. Найдите наибольшее значение выражения $a + 2b + c + 2d - ab - bc - cd - da$.

5. **(8 баллов)** В $\triangle ABC$, $AB = 86$, и $AC = 97$. Окружность с центром в точке A и радиуса AB пересекает сторону BC в точках B и X. К тому же BX и CX имеют целые длины. Чему равна длина BC?

6. **(8 баллов)** На доске записано 30 единиц. Каждую минуту Карлсон стирает два произвольных числа и записывает их сумму на доске, а затем съедает количество конфет равное произведению двух стертых чисел. Какое наибольшее количество конфет он мог съесть за 30 минут?

7. **(10 баллов)** Натуральные числа a, b, c выбраны таким образом, что $a < b < c$. К тому же известно, что система уравнений $2x + y = 2027$ и $y = |x-a| + |x-b| + |x-c|$ имеет ровно одно решение. Найдите минимальное возможное значение c.

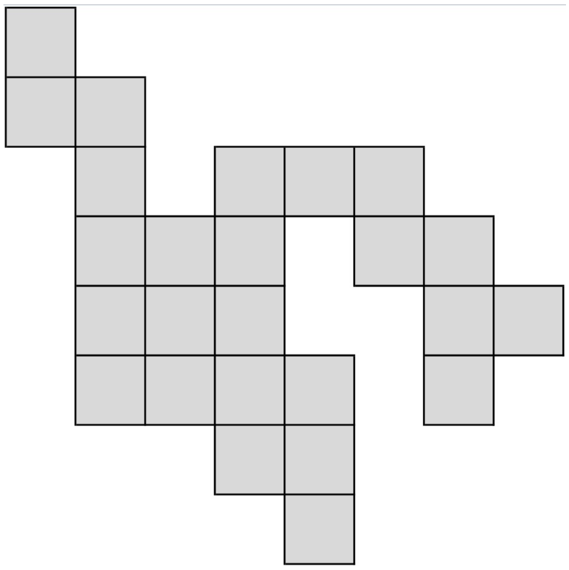
8. **(10 баллов)** Пусть для положительных чисел x, y, z выполняется система уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 27, \\ y^2 + yz + z^2 = 16, \\ z^2 + xz + x^2 = 43. \end{cases}$$

Найдите значение выражения $xy + yz + xz$.

Следующие задачи решите с обоснованием ответа

9. **(20 баллов)** Можно ли данную фигуру, нарисованную на клетчатой бумаге, разрезать на три части и составить из них квадрат?



10. **(20 баллов)** Пусть x, y, z натуральные числа удовлетворяющие условию $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{z}$. Докажите, что НОД$(x; y; z) \cdot (y - x)$ – квадрат натурального числа.

Innopolis Open
Олимпиада по математике
Университета Иннополис

Второй отборочный (заочный) этап, 22 декабря 2018г.

10 класс, вариант 6.

1. **(5 баллов)** Найдите значение функции $f(x)$ в точке $x_0 = 3000$, если $f(0) = 1$ и для любого x выполняется равенство $f(x+3) = f(x) + 2x + 3$

2. **(5 баллов)** На всемирной конференции метеорологов каждый участник по очереди объявлял среднемесячную температуру в его родном городе. Все остальные в этот момент записывали произведение температур в его и своем городах. Всего было записано 54 положительных и 56 отрицательных чисел. Какое наименьшее количество раз могла быть объявлена положительная температура?

3. **(7 баллов)** Четыре кротовые норы A, B, C, D последовательно соединены тремя тоннелями. Каждую минуту крот по тоннелю перебегает в одну из соседних нор. Сколькими способами крот может добраться из норы A в C за 20 минут?

4. **(7 баллов)** Числа a, b, c, d принадлежат отрезку $[-9.5, 9.5]$. Найдите наибольшее значение выражения $a + 2b + c + 2d - ab - bc - cd - da$.

5. **(8 баллов)** В $\triangle ABC$, $AB = 86$, и $AC = 97$. Окружность с центром в точке A и радиуса AB пересекает сторону BC в точках B и X. К тому же BX и CX имеют целые длины. Чему равна длина BC?

6. **(8 баллов)** На доске записано 29 единиц. Каждую минуту Карлсон стирает два произвольных числа и записывает их сумму на доске, а затем съедает количество конфет равное произведению двух стертых чисел. Какое наибольшее количество конфет он мог съесть за 29 минут?

7. **(10 баллов)** Натуральные числа a, b, c выбраны таким образом, что $a < b < c$. К тому же известно, что система уравнений $2x + y = 2029$ и $y = |x - a| + |x - b| + |x - c|$ имеет ровно одно решение. Найдите минимальное возможное значение c.

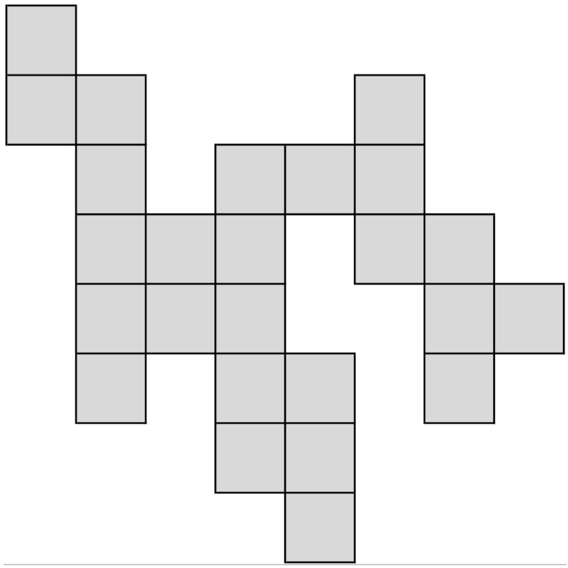
8. **(10 баллов)** Пусть для положительных чисел x, y, z выполняется система уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 27, \\ y^2 + yz + z^2 = 9, \\ z^2 + xz + x^2 = 36. \end{cases}$$

Найдите значение выражения $xy + yz + xz$.

Следующие задачи решите с обоснованием ответа

9. **(20 баллов)** Можно ли данную фигуру, нарисованную на клетчатой бумаге, разрезать на три части и составить из них квадрат?



10. **(20 баллов)** Пусть x, y, z натуральные числа удовлетворяющие условию $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{z}$. Докажите, что НОД$(x; y; z) \cdot (y - x)$ – квадрат натурального числа.

Innopolis Open
Олимпиада по математике
Университета Иннополис

Второй отборочный (заочный) этап, 22 декабря 2018г.

10 класс, вариант 7.

1. **(5 баллов)** Найдите значение функции $f(x)$ в точке $x_0 = 4500$, если $f(0) = 1$ и для любого x выполняется равенство $f(x+3) = f(x) + 2x + 3$

2. **(5 баллов)** На всемирной конференции метеорологов каждый участник по очереди объявлял среднемесячную температуру в его родном городе. Все остальные в этот момент записывали произведение температур в его и своем городах. Всего было записано 62 положительных и 48 отрицательных чисел. Какое наименьшее количество раз могла быть объявлена положительная температура?

3. **(7 баллов)** Четыре кротовые норы A, B, C, D последовательно соединены тремя тоннелями. Каждую минуту крот по тоннелю перебегает в одну из соседних нор. Сколькими способами крот может добраться из норы A в C за 18 минут?

4. **(7 баллов)** Числа a, b, c, d принадлежат отрезку $[-10.5, 10.5]$. Найдите наибольшее значение выражения $a + 2b + c + 2d - ab - bc - cd - da$.

5. **(8 баллов)** В $\triangle ABC$, $AB = 86$, и $AC = 97$. Окружность с центром в точке A и радиуса AB пересекает сторону BC в точках B и X. К тому же BX и CX имеют целые длины. Чему равна длина BC?

6. **(8 баллов)** На доске записано 28 единиц. Каждую минуту Карлсон стирает два произвольных числа и записывает их сумму на доске, а затем съедает количество конфет равное произведению двух стертых чисел. Какое наибольшее количество конфет он мог съесть за 28 минут?

7. **(10 баллов)** Натуральные числа a, b, c выбраны таким образом, что $a < b < c$. К тому же известно, что система уравнений $2x + y = 2031$ и $y = |x-a| + |x-b| + |x-c|$ имеет ровно одно решение. Найдите минимальное возможное значение c.

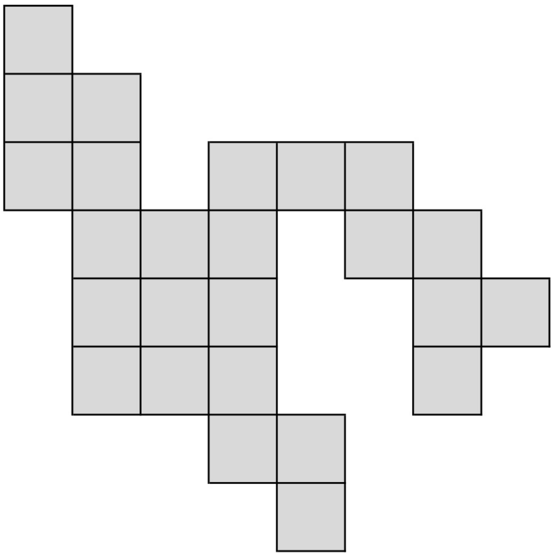
8. **(10 баллов)** Пусть для положительных чисел x, y, z выполняется система уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 48, \\ y^2 + yz + z^2 = 25, \\ z^2 + xz + x^2 = 73. \end{cases}$$

Найдите значение выражения $xy + yz + xz$.

Следующие задачи решите с обоснованием ответа

9. **(20 баллов)** Можно ли данную фигуру, нарисованную на клетчатой бумаге, разрезать на три части и составить из них квадрат?



10. **(20 баллов)** Пусть x, y, z натуральные числа удовлетворяющие условию $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{z}$. Докажите, что НОД$(x; y; z) \cdot (y - x)$ – квадрат натурального числа.

Innopolis Open
Олимпиада по математике
Университета Иннополис

Второй отборочный (заочный) этап, 22 декабря 2018г.

10 класс, вариант 8.

1. **(5 баллов)** Найдите значение функции $f(x)$ в точке $x_0 = 6000$, если $f(0) = 1$ и для любого x выполняется равенство $f(x+3) = f(x) + 2x + 3$

2. **(5 баллов)** На всемирной конференции метеорологов каждый участник по очереди объявлял среднемесячную температуру в его родном городе. Все остальные в этот момент записывали произведение температур в его и своем городах. Всего было записано 42 положительных и 48 отрицательных чисел. Какое наименьшее количество раз могла быть объявлена положительная температура?

3. **(7 баллов)** Четыре кротовые норы A, B, C, D последовательно соединены тремя тоннелями. Каждую минуту крот по тоннелю перебегает в одну из соседних нор. Сколькими способами крот может добраться из норы A в C за 16 минут?

4. **(7 баллов)** Числа a, b, c, d принадлежат отрезку $[-11.5, 11.5]$. Найдите наибольшее значение выражения $a + 2b + c + 2d - ab - bc - cd - da$.

5. **(8 баллов)** В $\triangle ABC$, $AB = 86$, и $AC = 97$. Окружность с центром в точке A и радиуса AB пересекает сторону BC в точках B и X. К тому же BX и CX имеют целые длины. Чему равна длина BC?

6. **(8 баллов)** На доске записано 27 единиц. Каждую минуту Карлсон стирает два произвольных числа и записывает их сумму на доске, а затем съедает количество конфет равное произведению двух стертых чисел. Какое наибольшее количество конфет он мог съесть за 27 минут?

7. **(10 баллов)** Натуральные числа a, b, c выбраны таким образом, что $a < b < c$. К тому же известно, что система уравнений $2x + y = 2033$ и $y = |x - a| + |x - b| + |x - c|$ имеет ровно одно решение. Найдите минимальное возможное значение c.

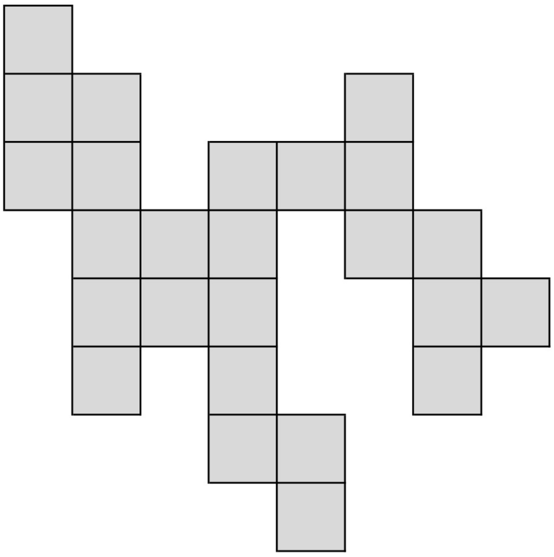
8. **(10 баллов)** Пусть для положительных чисел x, y, z выполняется система уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 48, \\ y^2 + yz + z^2 = 16, \\ z^2 + xz + x^2 = 64. \end{cases}$$

Найдите значение выражения $xy + yz + xz$.

Следующие задачи решите с обоснованием ответа

9. **(20 баллов)** Можно ли данную фигуру, нарисованную на клетчатой бумаге, разрезать на три части и составить из них квадрат?



10. **(20 баллов)** Пусть x, y, z натуральные числа удовлетворяющие условию $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{z}$. Докажите, что НОД$(x; y; z) \cdot (y - x)$ – квадрат натурального числа.

Innopolis Open

Олимпиада по математике Университета Иннополис

Второй отборочный (заочный) этап, 22 декабря 2018г.

10 класс, вариант 9.

1. **(5 баллов)** Найдите значение функции $f(x)$ в точке $x_0 = 2000$, если $f(0) = 1$ и для любого x выполняется равенство $f(x+4) = f(x) + 3x + 4$

2. **(5 баллов)** На всемирной конференции метеорологов каждый участник по очереди объявлял среднемесячную температуру в его родном городе. Все остальные в этот момент записывали произведение температур в его и своем городах. Всего было записано 48 положительных и 42 отрицательных чисел. Какое наименьшее количество раз могла быть объявлена положительная температура?

3. **(7 баллов)** Четыре кротовые норы A, B, C, D последовательно соединены тремя тоннелями. Каждую минуту крот по тоннелю перебегает в одну из соседних нор. Сколькими способами крот может добраться из норы A в C за 14 минут?

4. **(7 баллов)** Числа a, b, c, d принадлежат отрезку $[-12.5, 12.5]$. Найдите наибольшее значение выражения $a + 2b + c + 2d - ab - bc - cd - da$.

5. **(8 баллов)** В $\triangle ABC$, $AB = 86$, и $AC = 97$. Окружность с центром в точке A и радиуса AB пересекает сторону BC в точках B и X. К тому же BX и CX имеют целые длины. Чему равна длина BC?

6. **(8 баллов)** На доске записано 26 единиц. Каждую минуту Карлсон стирает два произвольных числа и записывает их сумму на доске, а затем съедает количество конфет равное произведению двух стертых чисел. Какое наибольшее количество конфет он мог съесть за 26 минут?

7. **(10 баллов)** Натуральные числа a, b, c выбраны таким образом, что $a < b < c$. К тому же известно, что система уравнений $2x + y = 2035$ и $y = |x-a| + |x-b| + |x-c|$ имеет ровно одно решение. Найдите минимальное возможное значение c.

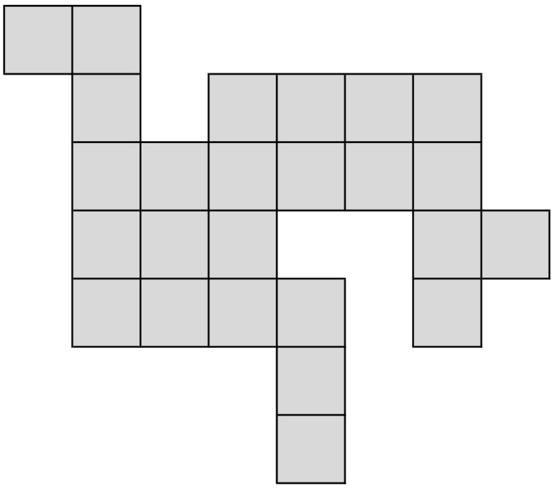
8. **(10 баллов)** Пусть для положительных чисел x, y, z выполняется система уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 48, \\ y^2 + yz + z^2 = 9, \\ z^2 + xz + x^2 = 57. \end{cases}$$

Найдите значение выражения $xy + yz + xz$.

Следующие задачи решите с обоснованием ответа

9. **(20 баллов)** Можно ли данную фигуру, нарисованную на клетчатой бумаге, разрезать на три части и составить из них квадрат?



10. **(20 баллов)** Пусть x, y, z натуральные числа удовлетворяющие условию $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{z}$. Докажите, что НОД$(x; y; z) \cdot (y - x)$ – квадрат натурального числа.

Innopolis Open
Олимпиада по математике
Университета Иннополис

Второй отборочный (заочный) этап, 22 декабря 2018г.

10 класс, вариант 10.

1. **(5 баллов)** Найдите значение функции $f(x)$ в точке $x_0 = 4000$, если $f(0) = 1$ и для любого x выполняется равенство $f(x+4) = f(x) + 3x + 4$

2. **(5 баллов)** На всемирной конференции метеорологов каждый участник по очереди объявлял среднемесячную температуру в его родном городе. Все остальные в этот момент записывали произведение температур в его и своем городах. Всего было записано 36 положительных и 36 отрицательных чисел. Какое наименьшее количество раз могла быть объявлена положительная температура?

3. **(7 баллов)** Четыре кротовые норы A, B, C, D последовательно соединены тремя тоннелями. Каждую минуту крот по тоннелю перебегает в одну из соседних нор. Сколькими способами крот может добраться из норы A в C за 12 минут?

4. **(7 баллов)** Числа a, b, c, d принадлежат отрезку $[-13.5, 13.5]$. Найдите наибольшее значение выражения $a + 2b + c + 2d - ab - bc - cd - da$.

5. **(8 баллов)** В $\triangle ABC$, $AB = 86$, и $AC = 97$. Окружность с центром в точке A и радиуса AB пересекает сторону BC в точках B и X. К тому же BX и CX имеют целые длины. Чему равна длина BC?

6. **(8 баллов)** На доске записано 25 единиц. Каждую минуту Карлсон стирает два произвольных числа и записывает их сумму на доске, а затем съедает количество конфет равное произведению двух стертых чисел. Какое наибольшее количество конфет он мог съесть за 25 минут?

7. **(10 баллов)** Натуральные числа a, b, c выбраны таким образом, что $a < b < c$. К тому же известно, что система уравнений $2x + y = 2037$ и $y = |x - a| + |x - b| + |x - c|$ имеет ровно одно решение. Найдите минимальное возможное значение c.

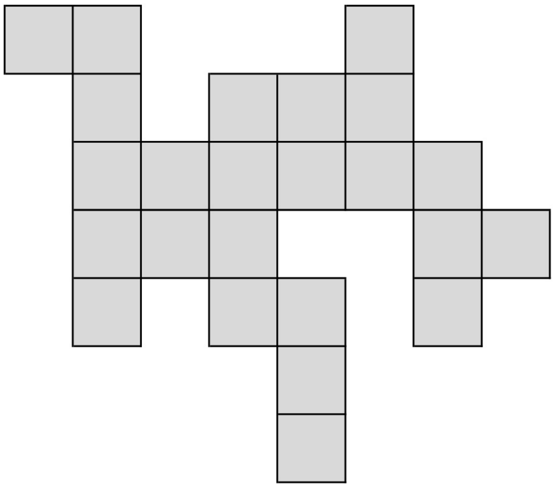
8. **(10 баллов)** Пусть для положительных чисел x, y, z выполняется система уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 75, \\ y^2 + yz + z^2 = 4, \\ z^2 + xz + x^2 = 79. \end{cases}$$

Найдите значение выражения $xy + yz + xz$.

Следующие задачи решите с обоснованием ответа

9. **(20 баллов)** Можно ли данную фигуру, нарисованную на клетчатой бумаге, разрезать на три части и составить из них квадрат?



10. **(20 баллов)** Пусть x, y, z натуральные числа удовлетворяющие условию $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{z}$. Докажите, что НОД$(x; y; z) \cdot (y - x)$ – квадрат натурального числа.