



Innopolis Open

Олимпиада по математике
Университета Иннополис

Отборочный (заочный) этап по математике, 2 декабря 2018г.

10 класс, вариант 1.

1. (5 баллов) В каждой клетке таблицы 3×3 записано число. Произведение чисел в любом столбце и в любой строке равно 1, а произведение чисел в любом квадрате 2×2 равно 3. Найдите сумму чисел в трех клетках, лежащих на диагонали таблицы.
Ответ: 87
2. (5 баллов) Периметр прямоугольника с целочисленными сторонами меньше его площади на 9. Чему равна площадь?
Ответ: 45
3. (7 баллов) Математики Аркадий, Борис и Вадим играют в глухой телефон «передавая» числа по кругу в этом порядке. Услышав число, Аркадий прибавляет к нему своё любимое, прежде чем передать дальше; в той же ситуации Борис умножает на своё любимое, а Вадим — делит. Аркадий передал своё любимое число и услышал «1600» через 2 хода. Борис передал своё любимое число и услышал «80» через 2 хода. Вадим передал своё любимое число и услышал «-16000» через 2 хода. Найдите сумму любимых чисел математиков.
Ответ: -780
4. (7 баллов) На стороне BC квадрата $ABCD$ выбрана точка E которая делит ее на отрезки $BE = 1$, $EC = 10$. Серединный перпендикуляр отрезка AE пересекает диагональ BD в точке G . Найдите площадь треугольника AGE .
Ответ: 30.5
5. (8 баллов) Сумма неотрицательных чисел a, b, c, d равна 11. Найдите наибольшее значение выражения $ab + bc + cd + da + 2b + 2d$.
Ответ: 42.25
6. (8 баллов) Сколько существует способов разрезать прямоугольник 4×16 на 16 прямоугольников 1×4 ?
Ответ: 95
7. (10 баллов) Эники, беники ели вареники. Каждый съел по 41. Известно, что беники могли бы разделить вареники между собой поровну. Эников меньше, но они тоже могли бы. Сколько в этом случае досталось бы каждому энику?
Ответ: 1722
8. (10 баллов) На горизонтальной плоскости, касаясь, лежат 4 шара радиуса $20 - 10\sqrt{2}$, а их центры образуют квадрат. Сверху над центром квадрата, поверх четырех шаров положили пятый шар такого же радиуса. Найдите расстояние от его высшей точки до плоскости.
Ответ: 20

Следующие задачи решите с обоснованием ответа

9. (20 баллов) В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ биссектриса угла A проходит через точку C , а биссектриса угла B через точку D . Найдите значение CD^2 , если $AB = 30$, $BC = 10$ и $AD = 15$.
Ответ: 145.

10. (20 баллов) Доказать, что если $ad - bc = 1$, то

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + ac + bd \geq \sqrt{3}.$$



Innopolis Open

Олимпиада по математике
Университета Иннополис

Отборочный (заочный) этап по математике, 2 декабря 2018г.

10 класс, вариант 2.

1. (5 баллов) В каждой клетке таблицы 3×3 записано число. Произведение чисел в любом столбце и в любой строке равно 1, а произведение чисел в любом квадрате 2×2 равно 4. Найдите сумму чисел в трех клетках, лежащих на диагонали таблицы.
Ответ: 264
2. (5 баллов) Периметр прямоугольника с целочисленными сторонами меньше его площади на 13. Чему равна площадь?
Ответ: 57
3. (7 баллов) Математики Аркадий, Борис и Вадим играют в глухой телефон «передавая» числа по кругу в этом порядке. Услышав число, Аркадий прибавляет к нему своё любимое, прежде чем передать дальше; в той же ситуации Борис умножает на своё любимое, а Вадим — делит. Аркадий передал своё любимое число и услышал «1444» через 2 хода. Борис передал своё любимое число и услышал «76» через 2 хода. Вадим передал своё любимое число и услышал «-13718» через 2 хода. Найдите сумму любимых чисел математиков.
Ответ: -703
4. (7 баллов) На стороне BC квадрата $ABCD$ выбрана точка E которая делит ее на отрезки $BE = 2$, $EC = 9$. Серединный перпендикуляр отрезка AE пересекает диагональ BD в точке G . Найдите площадь треугольника AGE .
Ответ: 31.25
5. (8 баллов) Сумма неотрицательных чисел a, b, c, d равна 12. Найдите наибольшее значение выражения $ab + bc + cd + da + 2b + 2d$.
Ответ: 49
6. (8 баллов) Сколько существует способов разрезать прямоугольник 4×17 на 17 прямоугольников 1×4 ?
Ответ: 131
7. (10 баллов) Эники, беники ели вареники. Каждый съел по 37. Известно, что беники могли бы разделить вареники между собой поровну. Эников меньше, но они тоже могли бы. Сколько в этом случае досталось бы каждому энику?
Ответ: 1406
8. (10 баллов) На горизонтальной плоскости, касаясь, лежат 4 шара радиуса $22 - 11\sqrt{2}$, а их центры образуют квадрат. Сверху над центром квадрата, поверх четырех шаров положили пятый шар такого же радиуса. Найдите расстояние от его высшей точки до плоскости.
Ответ: 22

Следующие задачи решите с обоснованием ответа

9. (20 баллов) В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ биссектриса угла A проходит через точку C , а биссектриса угла B через точку D . Найдите значение CD^2 , если $AB = 60$, $BC = 20$ и $AD = 30$.
Ответ: 580.

10. (20 баллов) Доказать, что если $ad - bc = 1$, то

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + ac + bd \geq \sqrt{3}.$$



Innopolis Open

Олимпиада по математике
Университета Иннополис

Отборочный (заочный) этап по математике, 2 декабря 2018г.

10 класс, вариант 3.

1. (5 баллов) В каждой клетке таблицы 3×3 записано число. Произведение чисел в любом столбце и в любой строке равно 1, а произведение чисел в любом квадрате 2×2 равно 5. Найдите сумму чисел в трех клетках, лежащих на диагонали таблицы.
Ответ: 635
2. (5 баллов) Периметр прямоугольника с целочисленными сторонами меньше его площади на 15. Чему равна площадь?
Ответ: 63
3. (7 баллов) Математики Аркадий, Борис и Вадим играют в глухой телефон «передавая» числа по кругу в этом порядке. Услышав число, Аркадий прибавляет к нему своё любимое, прежде чем передать дальше; в той же ситуации Борис умножает на своё любимое, а Вадим — делит. Аркадий передал своё любимое число и услышал «1296» через 2 хода. Борис передал своё любимое число и услышал «72» через 2 хода. Вадим передал своё любимое число и услышал «-11664» через 2 хода. Найдите сумму любимых чисел математиков.
Ответ: -630
4. (7 баллов) На стороне BC квадрата $ABCD$ выбрана точка E которая делит ее на отрезки $BE = 3$, $EC = 8$. Серединный перпендикуляр отрезка AE пересекает диагональ BD в точке G . Найдите площадь треугольника AGE .
Ответ: 32.5
5. (8 баллов) Сумма неотрицательных чисел a, b, c, d равна 13. Найдите наибольшее значение выражения $ab + bc + cd + da + 2b + 2d$.
Ответ: 56.25
6. (8 баллов) Сколько существует способов разрезать прямоугольник 4×18 на 18 прямоугольников 1×4 ?
Ответ: 181
7. (10 баллов) Эники, беники ели вареники. Каждый съел по 31. Известно, что беники могли бы разделить вареники между собой поровну. Эников меньше, но они тоже могли бы. Сколько в этом случае досталось бы каждому энику?
Ответ: 992
8. (10 баллов) На горизонтальной плоскости, касаясь, лежат 4 шара радиуса $24 - 12\sqrt{2}$, а их центры образуют квадрат. Сверху над центром квадрата, поверх четырех шаров положили пятый шар такого же радиуса. Найдите расстояние от его высшей точки до плоскости.
Ответ: 24

Следующие задачи решите с обоснованием ответа

9. (20 баллов) В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ биссектриса угла A проходит через точку C , а биссектриса угла B через точку D . Найдите значение CD^2 , если $AB = 90$, $BC = 30$ и $AD = 45$.
Ответ: 1305.

10. (20 баллов) Доказать, что если $ad - bc = 1$, то

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + ac + bd \geq \sqrt{3}.$$



Innopolis Open

Олимпиада по математике
Университета Иннополис

Отборочный (заочный) этап по математике, 2 декабря 2018г.

10 класс, вариант 4.

1. (5 баллов) В каждой клетке таблицы 3×3 записано число. Произведение чисел в любом столбце и в любой строке равно 1, а произведение чисел в любом квадрате 2×2 равно 6. Найдите сумму чисел в трех клетках, лежащих на диагонали таблицы.
Ответ: 1308
2. (5 баллов) Периметр прямоугольника с целочисленными сторонами меньше его площади на 19. Чему равна площадь?
Ответ: 75
3. (7 баллов) Математики Аркадий, Борис и Вадим играют в глухой телефон «передавая» числа по кругу в этом порядке. Услышав число, Аркадий прибавляет к нему своё любимое, прежде чем передать дальше; в той же ситуации Борис умножает на своё любимое, а Вадим — делит. Аркадий передал своё любимое число и услышал «1156» через 2 хода. Борис передал своё любимое число и услышал «68» через 2 хода. Вадим передал своё любимое число и услышал «-9826» через 2 хода. Найдите сумму любимых чисел математиков.
Ответ: -561
4. (7 баллов) На стороне BC квадрата $ABCD$ выбрана точка E которая делит ее на отрезки $BE = 4$, $EC = 7$. Серединный перпендикуляр отрезка AE пересекает диагональ BD в точке G . Найдите площадь треугольника AGE .
Ответ: 34.25
5. (8 баллов) Сумма неотрицательных чисел a, b, c, d равна 11. Найдите наибольшее значение выражения $ab + bc + cd + da + 3b + 3d$.
Ответ: 49
6. (8 баллов) Сколько существует способов разрезать прямоугольник 4×19 на 19 прямоугольников 1×4 ?
Ответ: 250
7. (10 баллов) Эники, беники ели вареники. Каждый съел по 23. Известно, что беники могли бы разделить вареники между собой поровну. Эников меньше, но они тоже могли бы. Сколько в этом случае досталось бы каждому энику?
Ответ: 552
8. (10 баллов) На горизонтальной плоскости, касаясь, лежат 4 шара радиуса $26 - 13\sqrt{2}$, а их центры образуют квадрат. Сверху над центром квадрата, поверх четырех шаров положили пятый шар такого же радиуса. Найдите расстояние от его высшей точки до плоскости.
Ответ: 26

Следующие задачи решите с обоснованием ответа

-
9. (20 баллов) В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ биссектриса угла A проходит через точку C , а биссектриса угла B через точку D . Найдите значение CD^2 , если $AB = 120$, $BC = 40$ и $AD = 60$.

Ответ: 2320.

10. (20 баллов) Доказать, что если $ad - bc = 1$, то

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + ac + bd \geq \sqrt{3}.$$



Innopolis Open

Олимпиада по математике
Университета Иннополис

Отборочный (заочный) этап по математике, 2 декабря 2018г.

10 класс, вариант 5.

1. (5 баллов) В каждой клетке таблицы 3×3 записано число. Произведение чисел в любом столбце и в любой строке равно 2, а произведение чисел в любом квадрате 2×2 равно 3. Найдите сумму чисел в трех клетках, лежащих на диагонали таблицы.
Ответ: 43.5
2. (5 баллов) Периметр прямоугольника с целочисленными сторонами меньше его площади на 25. Чему равна площадь?
Ответ: 93
3. (7 баллов) Математики Аркадий, Борис и Вадим играют в глухой телефон «передавая» числа по кругу в этом порядке. Услышав число, Аркадий прибавляет к нему своё любимое, прежде чем передать дальше; в той же ситуации Борис умножает на своё любимое, а Вадим — делит. Аркадий передал своё любимое число и услышал «1024» через 2 хода. Борис передал своё любимое число и услышал «64» через 2 хода. Вадим передал своё любимое число и услышал «-8192» через 2 хода. Найдите сумму любимых чисел математиков.
Ответ: -496
4. (7 баллов) На стороне BC квадрата $ABCD$ выбрана точка E которая делит ее на отрезки $BE = 5$, $EC = 6$. Серединный перпендикуляр отрезка AE пересекает диагональ BD в точке G . Найдите площадь треугольника AGE .
Ответ: 36.5
5. (8 баллов) Сумма неотрицательных чисел a, b, c, d равна 12. Найдите наибольшее значение выражения $ab + bc + cd + da + 3b + 3d$.
Ответ: 56.25
6. (8 баллов) Сколько существует способов разрезать прямоугольник 4×20 на 20 прямоугольников 1×4 ?
Ответ: 345
7. (10 баллов) Эники, беники ели вареники. Каждый съел по 19. Известно, что беники могли бы разделить вареники между собой поровну. Эников меньше, но они тоже могли бы. Сколько в этом случае досталось бы каждому энику?
Ответ: 380
8. (10 баллов) На горизонтальной плоскости, касаясь, лежат 4 шара радиуса $28 - 14\sqrt{2}$, а их центры образуют квадрат. Сверху над центром квадрата, поверх четырех шаров положили пятый шар такого же радиуса. Найдите расстояние от его высшей точки до плоскости.
Ответ: 28

Следующие задачи решите с обоснованием ответа

-
9. (20 баллов) В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ биссектриса угла A проходит через точку C , а биссектриса угла B через точку D . Найдите значение CD^2 , если $AB = 150$, $BC = 50$ и $AD = 75$.

Ответ: 3625.

10. (20 баллов) Доказать, что если $ad - bc = 1$, то

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + ac + bd \geq \sqrt{3}.$$



Innopolis Open

Олимпиада по математике
Университета Иннополис

Отборочный (заочный) этап по математике, 2 декабря 2018г.

10 класс, вариант 6.

1. (5 баллов) В каждой клетке таблицы 3×3 записано число. Произведение чисел в любом столбце и в любой строке равно 2, а произведение чисел в любом квадрате 2×2 равно 4. Найдите сумму чисел в трех клетках, лежащих на диагонали таблицы.
Ответ: 132
2. (5 баллов) Периметр прямоугольника с целочисленными сторонами меньше его площади на 27. Чему равна площадь?
Ответ: 99
3. (7 баллов) Математики Аркадий, Борис и Вадим играют в глухой телефон «передавая» числа по кругу в этом порядке. Услышав число, Аркадий прибавляет к нему своё любимое, прежде чем передать дальше; в той же ситуации Борис умножает на своё любимое, а Вадим — делит. Аркадий передал своё любимое число и услышал «900» через 2 хода. Борис передал своё любимое число и услышал «60» через 2 хода. Вадим передал своё любимое число и услышал «-6750» через 2 хода. Найдите сумму любимых чисел математиков.
Ответ: -435
4. (7 баллов) На стороне BC квадрата $ABCD$ выбрана точка E которая делит ее на отрезки $BE = 6$, $EC = 5$. Серединный перпендикуляр отрезка AE пересекает диагональ BD в точке G . Найдите площадь треугольника AGE .
Ответ: 39.25
5. (8 баллов) Сумма неотрицательных чисел a, b, c, d равна 13. Найдите наибольшее значение выражения $ab + bc + cd + da + 3b + 3d$.
Ответ: 64
6. (8 баллов) Сколько существует способов разрезать прямоугольник 4×21 на 21 прямоугольников 1×4 ?
Ответ: 476
7. (10 баллов) Эники, беники ели вареники. Каждый съел по 17. Известно, что беники могли бы разделить вареники между собой поровну. Эников меньше, но они тоже могли бы. Сколько в этом случае досталось бы каждому энику?
Ответ: 306
8. (10 баллов) На горизонтальной плоскости, касаясь, лежат 4 шара радиуса $30 - 15\sqrt{2}$, а их центры образуют квадрат. Сверху над центром квадрата, поверх четырех шаров положили пятый шар такого же радиуса. Найдите расстояние от его высшей точки до плоскости.
Ответ: 30

Следующие задачи решите с обоснованием ответа

-
9. (20 баллов) В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ биссектриса угла A проходит через точку C , а биссектриса угла B через точку D . Найдите значение CD^2 , если $AB = 195$, $BC = 39$ и $AD = 130$.

Ответ: 3796.

10. (20 баллов) Доказать, что если $ad - bc = 1$, то

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + ac + bd \geq \sqrt{3}.$$



Innopolis Open

Олимпиада по математике
Университета Иннополис

Отборочный (заочный) этап по математике, 2 декабря 2018г.

10 класс, вариант 7.

1. (5 баллов) В каждой клетке таблицы 3×3 записано число. Произведение чисел в любом столбце и в любой строке равно 2, а произведение чисел в любом квадрате 2×2 равно 5. Найдите сумму чисел в трех клетках, лежащих на диагонали таблицы.
Ответ: 317.5
2. (5 баллов) Периметр прямоугольника с целочисленными сторонами меньше его площади на 33. Чему равна площадь?
Ответ: 117
3. (7 баллов) Математики Аркадий, Борис и Вадим играют в глухой телефон «передавая» числа по кругу в этом порядке. Услышав число, Аркадий прибавляет к нему своё любимое, прежде чем передать дальше; в той же ситуации Борис умножает на своё любимое, а Вадим — делит. Аркадий передал своё любимое число и услышал «784» через 2 хода. Борис передал своё любимое число и услышал «56» через 2 хода. Вадим передал своё любимое число и услышал «-5488» через 2 хода. Найдите сумму любимых чисел математиков.
Ответ: -378
4. (7 баллов) На стороне BC квадрата $ABCD$ выбрана точка E которая делит ее на отрезки $BE = 7$, $EC = 4$. Серединный перпендикуляр отрезка AE пересекает диагональ BD в точке G . Найдите площадь треугольника AGE .
Ответ: 42.5
5. (8 баллов) Сумма неотрицательных чисел a, b, c, d равна 11. Найдите наибольшее значение выражения $ab + bc + cd + da + 4b + 4d$.
Ответ: 56.25
6. (8 баллов) Сколько существует способов разрезать прямоугольник 4×22 на 22 прямоугольников 1×4 ?
Ответ: 657
7. (10 баллов) Эники, беники ели вареники. Каждый съел по 13. Известно, что беники могли бы разделить вареники между собой поровну. Эников меньше, но они тоже могли бы. Сколько в этом случае досталось бы каждому энику?
Ответ: 182
8. (10 баллов) На горизонтальной плоскости, касаясь, лежат 4 шара радиуса $32 - 16\sqrt{2}$, а их центры образуют квадрат. Сверху над центром квадрата, поверх четырех шаров положили пятый шар такого же радиуса. Найдите расстояние от его высшей точки до плоскости.
Ответ: 32

Следующие задачи решите с обоснованием ответа

-
9. (20 баллов) В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ биссектриса угла A проходит через точку C , а биссектриса угла B через точку D . Найдите значение CD^2 , если $AB = 390$, $BC = 78$ и $AD = 260$.

Ответ: 15184.

10. (20 баллов) Доказать, что если $ad - bc = 1$, то

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + ac + bd \geq \sqrt{3}.$$



Innopolis Open

Олимпиада по математике
Университета Иннополис

Отборочный (заочный) этап по математике, 2 декабря 2018г.

10 класс, вариант 8.

1. (5 баллов) В каждой клетке таблицы 3×3 записано число. Произведение чисел в любом столбце и в любой строке равно 2, а произведение чисел в любом квадрате 2×2 равно 6. Найдите сумму чисел в трех клетках, лежащих на диагонали таблицы.
Ответ: 654
2. (5 баллов) Периметр прямоугольника с целочисленными сторонами меньше его площади на 37. Чему равна площадь?
Ответ: 129
3. (7 баллов) Математики Аркадий, Борис и Вадим играют в глухой телефон «передавая» числа по кругу в этом порядке. Услышав число, Аркадий прибавляет к нему своё любимое, прежде чем передать дальше; в той же ситуации Борис умножает на своё любимое, а Вадим — делит. Аркадий передал своё любимое число и услышал «676» через 2 хода. Борис передал своё любимое число и услышал «52» через 2 хода. Вадим передал своё любимое число и услышал «-4394» через 2 хода. Найдите сумму любимых чисел математиков.
Ответ: -325
4. (7 баллов) На стороне BC квадрата $ABCD$ выбрана точка E которая делит ее на отрезки $BE = 8$, $EC = 3$. Серединный перпендикуляр отрезка AE пересекает диагональ BD в точке G . Найдите площадь треугольника AGE .
Ответ: 46.25
5. (8 баллов) Сумма неотрицательных чисел a, b, c, d равна 12. Найдите наибольшее значение выражения $ab + bc + cd + da + 4b + 4d$.
Ответ: 64
6. (8 баллов) Сколько существует способов разрезать прямоугольник 4×23 на 23 прямоугольников 1×4 ?
Ответ: 907
7. (10 баллов) Эники, беники ели вареники. Каждый съел по 11. Известно, что беники могли бы разделить вареники между собой поровну. Эников меньше, но они тоже могли бы. Сколько в этом случае досталось бы каждому энику?
Ответ: 132
8. (10 баллов) На горизонтальной плоскости, касаясь, лежат 4 шара радиуса $34 - 17\sqrt{2}$, а их центры образуют квадрат. Сверху над центром квадрата, поверх четырех шаров положили пятый шар такого же радиуса. Найдите расстояние от его высшей точки до плоскости.
Ответ: 34

Следующие задачи решите с обоснованием ответа

-
9. (20 баллов) В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ биссектриса угла A проходит через точку C , а биссектриса угла B через точку D . Найдите значение CD^2 , если $AB = 340$, $BC = 85$ и $AD = 204$.

Ответ: 14841.

10. (20 баллов) Доказать, что если $ad - bc = 1$, то

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + ac + bd \geq \sqrt{3}.$$



Innopolis Open

Олимпиада по математике
Университета Иннополис

Отборочный (заочный) этап по математике, 2 декабря 2018г.

10 класс, вариант 9.

1. (5 баллов) В каждой клетке таблицы 3×3 записано число. Произведение чисел в любом столбце и в любой строке равно 3, а произведение чисел в любом квадрате 2×2 равно 1. Найдите сумму чисел в трех клетках, лежащих на диагонали таблицы.
Ответ: 1
2. (5 баллов) Периметр прямоугольника с целочисленными сторонами меньше его площади на 39. Чему равна площадь?
Ответ: 135
3. (7 баллов) Математики Аркадий, Борис и Вадим играют в глухой телефон «передавая» числа по кругу в этом порядке. Услышав число, Аркадий прибавляет к нему своё любимое, прежде чем передать дальше; в той же ситуации Борис умножает на своё любимое, а Вадим — делит. Аркадий передал своё любимое число и услышал «576» через 2 хода. Борис передал своё любимое число и услышал «48» через 2 хода. Вадим передал своё любимое число и услышал «-3456» через 2 хода. Найдите сумму любимых чисел математиков.
Ответ: -276
4. (7 баллов) На стороне BC квадрата $ABCD$ выбрана точка E которая делит ее на отрезки $BE = 9$, $EC = 2$. Серединный перпендикуляр отрезка AE пересекает диагональ BD в точке G . Найдите площадь треугольника AGE .
Ответ: 50.5
5. (8 баллов) Сумма неотрицательных чисел a, b, c, d равна 13. Найдите наибольшее значение выражения $ab + bc + cd + da + 4b + 4d$.
Ответ: 72.25
6. (8 баллов) Сколько существует способов разрезать прямоугольник 4×24 на 24 прямоугольников 1×4 ?
Ответ: 1252
7. (10 баллов) Эники, беники ели вареники. Каждый съел по 7. Известно, что беники могли бы разделить вареники между собой поровну. Эников меньше, но они тоже могли бы. Сколько в этом случае досталось бы каждому энику?
Ответ: 56
8. (10 баллов) На горизонтальной плоскости, касаясь, лежат 4 шара радиуса $36 - 18\sqrt{2}$, а их центры образуют квадрат. Сверху над центром квадрата, поверх четырех шаров положили пятый шар такого же радиуса. Найдите расстояние от его высшей точки до плоскости.
Ответ: 36

Следующие задачи решите с обоснованием ответа

-
9. (20 баллов) В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ биссектриса угла A проходит через точку C , а биссектриса угла B через точку D . Найдите значение CD^2 , если $AB = 680$, $BC = 170$ и $AD = 408$.

Ответ: 59364.

10. (20 баллов) Доказать, что если $ad - bc = 1$, то

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + ac + bd \geq \sqrt{3}.$$



Innopolis Open

Олимпиада по математике
Университета Иннополис

Отборочный (заочный) этап по математике, 2 декабря 2018г.

10 класс, вариант 10.

1. (5 баллов) В каждой клетке таблицы 3×3 записано число. Произведение чисел в любом столбце и в любой строке равно 3, а произведение чисел в любом квадрате 2×2 равно 4. Найдите сумму чисел в трех клетках, лежащих на диагонали таблицы.
Ответ: 88
2. (5 баллов) Периметр прямоугольника с целочисленными сторонами меньше его площади на 43. Чему равна площадь?
Ответ: 147
3. (7 баллов) Математики Аркадий, Борис и Вадим играют в глухой телефон «передавая» числа по кругу в этом порядке. Услышав число, Аркадий прибавляет к нему своё любимое, прежде чем передать дальше; в той же ситуации Борис умножает на своё любимое, а Вадим — делит. Аркадий передал своё любимое число и услышал «484» через 2 хода. Борис передал своё любимое число и услышал «44» через 2 хода. Вадим передал своё любимое число и услышал «-2662» через 2 хода. Найдите сумму любимых чисел математиков.
Ответ: -231
4. (7 баллов) На стороне BC квадрата $ABCD$ выбрана точка E которая делит ее на отрезки $BE = 10$, $EC = 1$. Серединный перпендикуляр отрезка AE пересекает диагональ BD в точке G . Найдите площадь треугольника AGE .
Ответ: 55.25
5. (8 баллов) Сумма неотрицательных чисел a, b, c, d равна 11. Найдите наибольшее значение выражения $ab + bc + cd + da + 5b + 5d$.
Ответ: 64
6. (8 баллов) Сколько существует способов разрезать прямоугольник 4×25 на 25 прямоугольников 1×4 ?
Ответ: 1728
7. (10 баллов) Эники, беники ели вареники. Каждый съел по 5. Известно, что беники могли бы разделить вареники между собой поровну. Эников меньше, но они тоже могли бы. Сколько в этом случае досталось бы каждому энику?
Ответ: 30
8. (10 баллов) На горизонтальной плоскости, касаясь, лежат 4 шара радиуса $38 - 19\sqrt{2}$, а их центры образуют квадрат. Сверху над центром квадрата, поверх четырех шаров положили пятый шар такого же радиуса. Найдите расстояние от его высшей точки до плоскости.
Ответ: 38

Следующие задачи решите с обоснованием ответа

-
9. (20 баллов) В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ биссектриса угла A проходит через точку C , а биссектриса угла B через точку D . Найдите значение CD^2 , если $AB = 700$, $BC = 100$ и $AD = 525$.

Ответ: 30825.

10. (20 баллов) Доказать, что если $ad - bc = 1$, то

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + ac + bd \geq \sqrt{3}.$$