

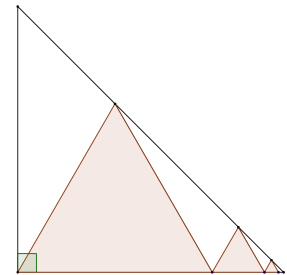
ОТКРЫТАЯ ОЛИМПИАДА УНИВЕРСИТЕТА ИННОПОЛИС

I отборочный (заочный) этап по математике, 3 декабря 2017г.

9 класс, вариант 1.

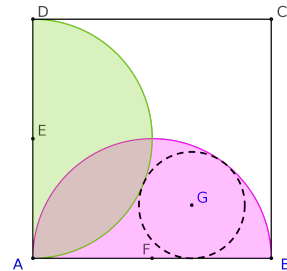
- (5 баллов)** Найдите количество трехзначных натуральных чисел таких, что если из него вычесть трехзначное число, записанное теми же цифрами но в обратном порядке, то получится 297.
- (5 баллов)** Найдите $x_1^6 + x_2^6$, где x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2 - 9x + 3 = 0$.
- (7 баллов)** Таблица 13×13 заполнена числами, причем сумма чисел в каждой строке и каждом столбце равна 2017. Какое наименьшее количество чисел необходимо изменить в таблице для того, чтобы все 26 сумм по строкам и столбцам стали различными?
- (7 баллов)** Ставка называется честной, если математическое ожидание выигрыша равно нулю. Например, если ставка 3 : 5, то при проигрыше вы теряете свои 3, а при выигрыше получаете 5 от оппонента (ваша ставка возвращается), но при большом количестве честных ставок никто не выигрывает и не проигрывает. Честный букмекер принимает только честные ставки. В забеге участвуют три лошади: Альфа, Бета и Гамма. Честный букмекер принимает ставки 2 : 1 на то, что лошадь Альфа выиграет забег, и 3 : 7 что Бета будет первой. Динар поставил 1000 рублей у этого букмекера на то, что лошадь Гамма выиграет забег. Сколько он получит в случае выигрыша (кроме своих денег)?

- (8 баллов)** Дан равнобедренный прямоугольный треугольник с катетом 10. В него вписаны бесконечное количество правильных треугольников, как показано на рисунке: вершины лежат на гипотенузе, а основания последовательно откладываются на одном из катетов начиная из вершины прямого угла. Найдите сумму площадей правильных треугольников.



- (8 баллов)** Найдите наименьшее натуральное значение n такое, что число $3^{2^n} - 1$ делится на 2^{215} .

- (10 баллов)** На сторонах AB и AD квадрата $ABCD$ с длиной стороны 108 построены полуокружности во внутреннюю сторону. Найдите радиус окружности, которая касается стороны квадрата и полуокружностей: одной внешне, другой внутренне.



- (10 баллов)** В группе 9 студентов. Они решили создать клубы так, что каждый клуб состоит из трех студентов группы и любые два клуба имеют не более одного общего члена. Какое максимальное количество клубов они могут создать?

Следующие задачи решите с обоснованием ответа

- (20 баллов)** Внутри остроугольного треугольника ABC отмечена точка M . Прямые AM , BM , CM пересекают стороны треугольника в точках A_1 , B_1 и C_1 соответственно. Известно, что $MA_1 = MB_1 = MC_1 = 3$ и $AM + BM + CM = 43$. Найдите $AM \cdot BM \cdot CM$.
- (20 баллов)** Найдите все значения параметра c такие, что система уравнений имеет единственное решение

$$\begin{cases} 2|x + 7| + |y - 4| = c, \\ |x + 4| + 2|y - 7| = c. \end{cases}$$