

Заключительный этап
9 класс

1. В таблице 4×4 расставлены 16 различных натуральных чисел. Для каждой строки и каждого столбца таблицы нашли наибольший общий делитель расположенных в нем чисел. Оказалось, что все найденные восемь чисел различны. Для какого наибольшего n можно утверждать, что в такой таблице найдется число, не меньшее n ?
2. Для положительных чисел a, b, c и d докажите неравенство

$$a + b + c + d + \frac{8}{ab + bc + cd + da} \geq 6.$$

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x^2 - 6\sqrt{3 - 2x} - y + 11 = 0, \\ y^2 - 4\sqrt{3y - 2} + 4x + 16 = 0. \end{cases}$$

4. На высоте AH остроугольного треугольника ABC отмечена точка K , а на стороне BC отмечена точка L . Оказалось, что $\frac{AK}{HK} = \frac{BL}{CL}$. Точка P — основание перпендикуляра, опущенного из точки B на прямую AL . Докажите, что прямая KL касается описанной окружности треугольника CLP .
5. Два разбойника делят добычу, состоящую из монет достоинством в нечетное число тугриков от 1 до 2017. Известно, что в сумме у них четное число тугриков и для любого нечетного k , не превосходящего 2017, в их добыче есть монета достоинством в k тугриков. Докажите, что разбойники смогут поровну разделить добычу.

Заключительный этап
9 класс

1. В таблице 4×4 расставлены 16 различных натуральных чисел. Для каждой строки и каждого столбца таблицы нашли наибольший общий делитель расположенных в нем чисел. Оказалось, что все найденные восемь чисел различны. Для какого наибольшего n можно утверждать, что в такой таблице найдется число, не меньшее n ?
2. Для положительных чисел a, b, c и d докажите неравенство

$$a + b + c + d + \frac{8}{ab + bc + cd + da} \geq 6.$$

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x^2 - 6\sqrt{3 - 2x} - y + 11 = 0, \\ y^2 - 4\sqrt{3y - 2} + 4x + 16 = 0. \end{cases}$$

4. На высоте AH остроугольного треугольника ABC отмечена точка K , а на стороне BC отмечена точка L . Оказалось, что $\frac{AK}{HK} = \frac{BL}{CL}$. Точка P — основание перпендикуляра, опущенного из точки B на прямую AL . Докажите, что прямая KL касается описанной окружности треугольника CLP .
5. Два разбойника делят добычу, состоящую из монет достоинством в нечетное число тугриков от 1 до 2017. Известно, что в сумме у них четное число тугриков и для любого нечетного k , не превосходящего 2017, в их добыче есть монета достоинством в k тугриков. Докажите, что разбойники смогут поровну разделить добычу.