Заключительный этап
10 класс

1. Вася написал на страницах 18-листовой тетради натуральные числа. На каждой странице он написал не менее 10 различных чисел, а на каждых из трёх подряд идущих страниц не более 20 различных чисел. Какое наибольшее количество различных чисел Вася мог написать на страницах тетради?

2. Для каких натуральных чисел n найдется такое натуральное k, что число $2k^2 + k + 2018$ делится на $n!$ (как обычно, $n!$ обозначает произведение всех натуральных чисел, не превосходящих n, например, $4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4$)?

3. Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} 2x^2 + 3y + 5 = 2\sqrt{2z+5}, \\ 2y^2 + 3z + 5 = 2\sqrt{2x+5}, \\ 2z^2 + 3x + 5 = 2\sqrt{2y+5}. \end{cases}$$

4. Пусть h — длина наибольшей высоты в треугольнике, R — радиус описанной окружности, m_a, m_b и m_c — длины медиан треугольника. Докажите неравенство $m_a+m_b+m_c \leqslant 3R+h$.

5. Несколько человек сыграли однокруговой турнир по настольному теннису. По окончании турнира оказалось, что для любых четырех участников найдутся двое, набравшие поровну очков в играх между этими четырьмя участниками. Какое наибольшее количество теннисистов могло принимать участие в этом турнире? В настольном теннисе не бывает ничьих, за победу дается одно очко, за поражение — ноль очков.

IV олимпиада Университета Иннополис по математике INNOPOLIS OPEN 2018

Заключительный этап
10 класс

1. Вася написал на страницах 18-листовой тетради натуральные числа. На каждой странице он написал не менее 10 различных чисел, а на каждых из трёх подряд идущих страниц не более 20 различных чисел. Какое наибольшее количество различных чисел Вася мог написать на страницах тетради?

2. Для каких натуральных чисел n найдется такое натуральное k, что число $2k^2 + k + 2018$ делится на $n!$ (как обычно, $n!$ обозначает произведение всех натуральных чисел, не превосходящих n, например, $4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4$)?

3. Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} 2x^2 + 3y + 5 = 2\sqrt{2z+5}, \\ 2y^2 + 3z + 5 = 2\sqrt{2x+5}, \\ 2z^2 + 3x + 5 = 2\sqrt{2y+5}. \end{cases}$$

4. Пусть h — длина наибольшей высоты в треугольнике, R — радиус описанной окружности, m_a, m_b и m_c — длины медиан треугольника. Докажите неравенство $m_a+m_b+m_c \leqslant 3R+h$.

5. Несколько человек сыграли однокруговой турнир по настольному теннису. По окончании турнира оказалось, что для любых четырех участников найдутся двое, набравшие поровну очков в играх между этими четырьмя участниками. Какое наибольшее количество теннисистов могло принимать участие в этом турнире? В настольном теннисе не бывает ничьих, за победу дается одно очко, за поражение — ноль очков.