10 класс.

1. (4 балла) Числа a, b, c удовлетворяют условиям $a < 0 < b,\ \ c < 0$. Какие из следующих неравенств

$$1)\ a^4 < b^4,\ \ 2)\ a + c < b,\ \ 3)\ a - c < b - c,\ \ 4)\ ac > bc,\ \ 5)\ ab > ac,\ \ 6)\ |a/c| \neq |b/c|$$

при данных условиях обязательно выполняются? Перечислите их номера в порядке возрастания без запятых и пробелов.

2. (6 баллов) Известно, что ни одна цифра трехзначного числа не равна нулю и сумма всевозможных двузначных чисел, составленных из цифр этого числа, равна этому числу. Найдите наибольшее такое трехзначное число.

3. (8 баллов) В окружности проведены хорды AB и AC, причем $AB = 2$, $AC = 1$, $\angle CAB = 120^\circ$. Найти длину той хорды окружности, которая делит угол CAB пополам.

4. (10 баллов) Квадрат разбит на 2016 треугольников, причем вершины никакого треугольника не лежат на сторонах или внутри другого треугольника. Стороны квадрата являются сторонами некоторых треугольников разбиения. Сколько всего точек, являющихся вершинами треугольников, находится внутри квадрата?

5. (10 баллов) Антон, Борис, Вадим, Гена, Дима и Егор собрались в кинотеатр. Они купили 6 мест подряд в одном ряду. Антон и Борис хотят сидеть рядом, а Вадим и Гена — не хотят. Сколькими способами ребята могут сесть на свои места с учетом этих желаний?

6. (10 баллов) У ромба $ABCD$ угол B равен 40°. E — середина стороны BC. F — основание перпендикуляра, опущенного из точки A к прямой DE. Найдите угол DFC.

7. (10 баллов) Решите систему уравнений. В ответ напишите наибольшее значение y.

$$\begin{cases} x^2 + 3xy - y^2 = 27, \\ 3x^2 - xy + y^2 = 27. \end{cases}$$

8. (12 баллов) На координатной плоскости закрашены все точки, координаты которых удовлетворяют условию

$$||x| - 2| + |y - 3| \leq 3.$$

Найдите площадь получившейся фигуры.

Следующие две задачи решите с обоснованием ответа.

9. (15 баллов) Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\sin(\sqrt{a^2 - x^2 - 2x - 1}) = 0,5$$

имеет ровно семь различных решений.

10. (15 баллов) Пусть $S(n)$ означает сумму цифр натурального числа n. Докажите, что существует бесконечное множество натуральных чисел n, не заканчивающихся на 0, таких, что $S(n^2) = S(n)$.