

10 КЛАСС.

1. Существует ли такое число x , что все три числа

$$x - \frac{1}{x}, \quad \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2 + 1} \quad \text{и} \quad \frac{1}{x^2 + 1} - 2x$$

являются целыми?

2. Стороны выпуклого четырехугольника в каком-то порядке равны 6, 7, 8, 9. Известно, что в этот четырехугольник можно вписать окружность и около него можно описать окружность. Найдите площадь четырехугольника.

3. Решите уравнение

$$\frac{1}{2}x^2 + y^2 + \frac{3}{2}z^2 + t^2 + \frac{1}{3} = xy + yz + zt + t.$$

4. Необходимо соединить в одну электрическую сеть четыре светильника, находящихся в вершинах квадрата со стороной 4 метра. Хватит ли на это 11 метров провода? (Другими словами, существует ли связный граф, содержащий вершины квадрата со стороной 4, сумма длин ребер которого не превосходит 11?)

5. Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} \frac{a^2x + 2a}{ax - 2 + a^2} \geq 0, \\ ax + a > \frac{5}{4} \end{cases}$$

не имеет решений.