

Второй (очный) этап академического соревнования

Олимпиады школьников «Шаг в будущее» по профилю «Компьютерное моделирование и графика» общеобразовательный предмет «Математика», весна 2020 г.

9 класс

Вариант № 1

1. (10 баллов) Решите неравенство: $3\sqrt{x+4} \leq 5 - 2|x+2|$.
2. (15 баллов) Две медианы треугольника, равные 18 и 24, взаимно перпендикулярны. Найдите длину третьей медианы этого треугольника.
3. (15 баллов) Степан и Павел готовили корм для лошадей из овса, кукурузы и сена. Известно, что Степан заготовил корм, содержащий 40% сена, а Павел – 26% овса. Процентное содержание кукурузы в первом и втором наборах одинаковое. Перемешав 150кг заготовки собранной Степаном и 250 кг Павлом, получили новый набор, в котором оказалось 30% кукурузы. Определите, сколько килограмм сена содержится в получившемся сборе.
4. (20 баллов) Определите, при каких значениях параметра a уравнение $(a+1)(x^2+1)^2 - (2a+3)(x^2+1)x + (a+2)x^2 = 0$ имеет ровно два различных действительных корня.
5. (20 баллов) Дан треугольник KLM . Проведена окружность, проходящая через точку M , касающаяся отрезка LK в точке A , являющейся его серединой и пересекающая стороны ML и MK в точках C и B , соответственно, так, что $CB = 4$, точка C равноудалена от точек A и L , а $\cos \angle K = \frac{\sqrt{10}}{4}$. Найти длину отрезка BK .
6. (20 баллов) Вычислить значение выражения:
 $1 \cdot 2 \cdot (1 + 2) - 2 \cdot 3 \cdot (2 + 3) + 3 \cdot 4 \cdot (3 + 4) - \dots + 2019 \cdot 2020 \cdot (2019 + 2020)$.

**Второй (очный) этап академического соревнования
Олимпиады школьников «Шаг в будущее» по профилю «Компьютерное моделирование
и графика» общеобразовательный предмет «Математика», весна 2020 г.**

9 класс

Вариант № 7

1. (10 баллов) Решить неравенство:

$$2\sqrt{(4x - 9)^2} + \sqrt{3\sqrt{x} - 5 + 2|x - 2|} \leq 18 - 8x.$$

2. (15 баллов) Площадь равнобедренной трапеции равна 100, а её диагонали взаимно перпендикулярны. Найдите высоту этой трапеции.

3. (15 баллов) В шляпной коробке 21 шляпка и 18 кепок. Их распределили по двум полкам: на первой должно поместиться 20 предметов, а на второй — 19. После распределения посчитали процент шляпок на каждой полке и полученные числа сложили. Каким должно быть распределение шляпок на полках, чтобы полученная сумма была наибольшей?

4. (20 баллов) Определите количество решений уравнения $a(x - |x| + 2) = |x - 3| - 2$ при каждом значении параметра a .

5. (20 баллов) В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle C = 90^\circ$) со стороной $BC = a$ точки M и N являются серединами сторон AB и BC , соответственно. Биссектриса $\angle A$ пересекает прямую MN в точке L . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ACL , если угол $\angle CBL = \alpha$.

6. (20 баллов) Является ли число 390629 простым? Дать обоснованный ответ (без использования калькулятора).