

**Первый (заочный) онлайн-этап академического соревнования  
Олимпиады школьников «Шаг в будущее» по профилю «Компьютерное моделирование  
и графика) общеобразовательный предмет «Математика», осень 2019 г.**

**8 класс**

**Вариант № 1**

1. (9 баллов) Илья берёт тройку чисел и преобразует её по правилу: на каждом шаге каждое число меняется на сумму двух остальных. Чему равна разность между самым большим и самым маленьким числами в тройке на 1989-ом шаге применения этого правила, если изначальная тройка чисел была  $\{70; 61; 20\}$ ? Если вопрос задачи допускает несколько вариантов ответа, то укажите их все в виде множества.
2. (9 баллов) Две точки движутся по окружности. При движении в одном направлении более быстрая точка догоняет более медленную точку каждые 16 секунд. Если же они будут двигаться в противоположных направлениях с теми же скоростями, то будут встречаться каждые 4 секунды. Известно, что при движении по окружности навстречу друг другу расстояние между сближающимися точками уменьшается на 64 см каждые 2 секунды (до момента встречи). Найдите скорость более быстрой точки (в см/сек).
3. (9 баллов) В треугольнике  $ABC$  сторона  $BC$  равна 18 см. Перпендикуляр  $DF$ , проведенный к стороне  $AB$  через ее середину – точку  $D$ , пересекает сторону  $BC$  в точке  $F$ . Найдите периметр треугольника  $AFC$ , если сторона  $AC$  равна 9 см.
4. (9 баллов) Имеются контейнеры двух видов: по 27 кг и по 65 кг. Сколько было всего контейнеров первого и второго видов, если груз в контейнерах первого вида превышает груз контейнера второго вида на 34 кг, и количество контейнеров по 65 кг не превышает 44 штук?
5. (12 баллов) На выставке собак по жеребьевке каждой из них достался порядковый номер от 1 до 24. В связи со здоровьем одна из собак не смогла выступить на конкурсе. Оказалось, что среди 23 оставшихся одна имеет номер, равный среднему арифметическому номеров оставшихся собак. Какой порядковый номер имела собака, которая не смогла участвовать в выставке? Если задача имеет не единственное решение, то выпишите в ответ эти номера без пробела в порядке возрастания.
6. (12 баллов) Фермер представил на рынке 6 сортов сметаны в бидонах 9,13,17,19,20,38 литров. В первый день он продал сметану из трех бидонов целиком, во второй день еще из двух полностью. При этом объем проданной сметаны в первый день был вдвое больше объема проданной сметаны во второй день. Какие бидоны опустели в первый день? В ответе укажите наибольшую возможную сумму объемов проданной сметаны в первый день.
7. (12 баллов) В прямоугольнике  $ABCD$  точка  $E$  является серединой стороны  $CD$ . На стороне  $BC$  взяли точку  $F$  так, что угол  $AEF$  прямой. Найдите длину отрезка  $FC$ , если  $AF=9$ ,  $BF=6$ .
8. (14 баллов) В треугольнике  $ABC$  с  $\angle B = 120^\circ$  проведены биссектрисы  $AA_1, BB_1, CC_1$ . Отрезок  $A_1B_1$  пересекает биссектрису  $CC_1$  в точке  $M$ . Найти  $\angle CBM$ .

9. (14 баллов) При каких значениях параметра  $a$  уравнение  $|f(x) - 5| = p(x)$ , если  $f(x) = \left| \frac{x^2 - 10x + 25}{x - 5} - \frac{x^2 - 3x}{3 - x} \right|$ ,  $p(x) = a$  имеет три решения. Если значений параметра больше одного, то в ответе укажите их произведение.

**Первый (заочный) онлайн-этап академического соревнования  
Олимпиады школьников «Шаг в будущее» по профилю «Компьютерное моделирование  
и графика) общеобразовательный предмет «Математика», осень 2019 г.**

**8 класс**

**Вариант № 2**

1. (9 баллов) Часы показывают 00:00, при этом часовая и минутная стрелки часов совпадают. Считая это совпадение под номером 0, определите, через какой промежуток времени (в минутах) они совпадут в 21 раз. Если ответ не целый, то округлить результат до сотых по правилам округления.
2. (9 баллов) Чтобы попасть на дачу семьи Соловьёвых надо сначала идти от станции 3 км по шоссе, а затем 2 км по тропинке. Приехав на станцию, мама позвонила на дачу сыну Васе и попросила встретить её на велосипеде. Движение навстречу друг другу они начали одновременно. Мама всё время идёт с постоянной скоростью 4 км/ч, а Вася по тропинке едет со скоростью 20 км/ч, а по шоссе со скоростью 22 км/ч. На каком расстоянии от станции Вася встретил маму? Ответ дайте в метрах.
3. (9 баллов) На сторонах  $AB$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  отмечены точки  $M$  и  $N$  соответственно так, что  $\angle CMA = \angle ANC$ . Отрезки  $MC$  и  $AN$  пересекаются в точке  $O$ , причем  $ON = OM$ . Найдите  $BC$ , если  $AM = 3\text{ см}$ ,  $BM = 4\text{ см}$ .
4. (9 баллов) Если двузначное число уменьшить на 54, то получится число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. В ответе укажите среднее арифметическое получившихся чисел.
5. (12 баллов) На учебных стрельбах каждый из солдат стрелял по 10 раз. Один из них выполнил задание удачно и выбил 90 очков. Сколько раз он выбил 9 очков, если десяток было 4, а результатами остальных попаданий были семёрки, восьмёрки и девятки. При этом промахов не было ни одного.
6. (12 баллов) Игроки делят фишки. Первый игрок берет  $m$  фишек и шестую часть остатка; второй –  $2m$  фишек и шестую часть нового остатка; третий –  $3m$  фишек и шестую часть нового остатка и т.д. Оказалось, что таким образом фишки были разделены поровну. Сколько было игроков?
7. (12 баллов) В прямоугольнике  $ABCD$  точка  $E$  расположена на диагонали  $AC$  так, что  $BC = EC$ , точка  $M$  - на стороне  $BC$  так, что  $EM = MC$ . Найдите длину отрезка  $MC$ , если  $BM = 6$ ,  $AE = 3$ . Если ответ не целый, то округлить результат до десятых по правилам округления.
8. (14 баллов) Дан треугольник  $ABC$ .  $\angle A = \alpha$ ,  $\angle B = \beta$ . Прямые  $O_1O_2$ ,  $O_2O_3$ ,  $O_1O_3$  - биссектрисы внешних углов треугольника  $ABC$ , как показано на рисунке. Точка  $O$  - центр вписанной в треугольник  $ABC$  окружности. Найти угол между прямыми  $CO_1$  и  $O_2O_3$ .
9. (14 баллов) При каких значениях параметра  $a$  уравнение  $f(x) = p(x)$  имеет одно решение, если  $f(x) = \left| \frac{2x^3 - 5x^2 - 2x + 5}{(1,5x - 3)^2 - (0,5x - 2)^2} \right|$ ,  $p(x) = |2x + 5| + a$ . Если значений параметра больше одного, то в ответе укажите их сумму.