

Второй (очный) этап академического соревнования

Олимпиады школьников «Шаг в будущее» по профилю «Компьютерное моделирование и графика» общеобразовательный предмет «Математика», весна 2020 г.

8 класс

Вариант № 1

1. (10 баллов). Два научно-производственных предприятия поставляют на рынок субстраты для выращивания орхидей. В субстрате «Орхидея-1» сосновой коры в 3 раза больше, чем песка; торфа в 2 раза больше, чем песка. В субстрате «Орхидея-2» коры в 2 раза меньше, чем торфа; песка в полтора раза больше, чем торфа. В каком отношении надо взять субстраты, чтобы в новый, смешанный состав кора, торф и песок вошли поровну.
2. (15 баллов) Составьте приведённое квадратное уравнение, у которого корни вдвое больше корней уравнения $2x^2 - 5x - 8 = 0$.
3. (15 баллов) На стороне AB параллелограмма $ABCD$ взята точка P , а на стороне BC – точка Q так, что $3AB = 7BP$, $3BC = 4BQ$. Найдите отношение $DO:OP$, где точка O – точка пересечения отрезков AQ и DP .
4. (20 баллов) При каких неотрицательных значениях параметра a уравнение $\left| \frac{x^3 - 10x^2 + 31x - 30}{x^2 - 8x + 15} \right| = (\sqrt{2x - a})^2 + 2 - 2x$ имеет одно решение?
5. (20 баллов) В равнобедренной трапеции $ABCD$ основания BC и AD равны 8 см и 20 см соответственно, а угол BAD равен 60° . Найдите площадь четырехугольника, соединяющего середины сторон трапеции.
6. (20 баллов) Решите уравнение: $\sqrt{4 + 2x} + \sqrt{6 + 3x} + \sqrt{8 + 4x} = 9 + \frac{3x}{2}$

Второй (очный) этап академического соревнования

Олимпиады школьников «Шаг в будущее» по профилю «Компьютерное моделирование и графика» общеобразовательный предмет «Математика», весна 2020 г.

8 класс

Вариант № 7

1. (10 баллов) На турбазе число двухкомнатных домиков в 2 раза больше числа однокомнатных. Число трехкомнатных кратно числу однокомнатных. Если число трехкомнатных домов увеличить в 3 раза, то их станет на 25 больше, чем двухкомнатных. Сколько всего домов на турбазе при условии, что их не меньше 70?

2. (15 баллов) При каких значениях параметра a сумма квадратов корней уравнения $x^2 + ax + 2a = 0$ равна 21?

3. (15 баллов) В параллелограмме $ABCD$ на стороне BC взята точка P так, что $3PB = 2PC$, а на стороне CD взята точка Q так что, $4CQ = 5QD$. Найдите отношение площади треугольника APQ к площади треугольника PQC .

4. (20 баллов) При каких значениях параметра a система уравнений

$$\begin{cases} \frac{(y^2 - 2xy - y + 8x - 12)\sqrt{x+1}}{\sqrt{4-x}} = 0 \\ 2x + y - a = 0 \end{cases} \quad \text{имеет два решения?}$$

5. (20 баллов) В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ $AB=CD$. Через середины диагоналей AC и BD проведена прямая, пересекающая стороны AB и CD в точках P и K . Найдите угол BPK , если угол DKP равен 105° .

6. (20 баллов) Даша сложила 158 чисел и получила 1580. Затем Серёжа увеличил самое большое из этих чисел в 3 раза, а ещё какое-то число уменьшил на 20. Полученная сумма не изменилась. Найдите самое маленькое из исходных чисел.