

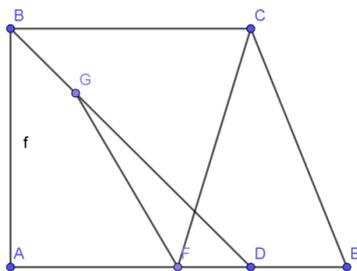
**Первый (заочный) онлайн-этап академического соревнования
Олимпиады школьников «Шаг в будущее» по профилю «Компьютерное моделирование
и графика) общеобразовательный предмет «Математика», осень 2019 г.**

10 класс

Вариант № 1

1. (9 баллов) Волк увидел косулю в нескольких метрах от себя и погнался за ней по прямой лесной тропе. Прыжок волка на 22% короче прыжка косули. Оба животных прыгают с постоянной скоростью. Все прыжки косули имеют одинаковую длину, прыжки волка тоже равны между собой. Существует промежуток времени, за который и волк и косуля делают по некоторому целому числу прыжков. При этом каждый раз оказывается, что волк сделал на $t\%$ прыжков больше, чем косуля. Найдите наибольшее целое значение t , при котором волк не сможет догнать косулю.

2. (9 баллов) Дана прямоугольная трапеция $ABCE$, основания которой (BC меньше AE) равны 3 и 4. Меньшая боковая сторона $AB=BC$. На AE отмечена точка D , так что $AD:DE=3:1$; на AD отмечена точка F , так что $AF:FD=2:1$; на BD отмечена точка G , так что $BG:GD=1:2$. Определите градусную меру угла CFG .



3. (9 баллов) В арифметической прогрессии (a_n) $a_{1000} = 75$, $d = 0,25$.

Вычислить: $99 \cdot 100 \cdot \left(\frac{1}{a_{1580} \cdot a_{1581}} + \frac{1}{a_{1581} \cdot a_{1582}} + \dots + \frac{1}{a_{2019} \cdot a_{2020}} \right)$.

4. (9 баллов) В $\triangle ABC$ с $\angle B = 120^\circ$ проведены биссектрисы AA_1, BB_1, CC_1 .

Отрезок A_1B_1 пересекает биссектрису CC_1 в точке M . Найти угол $\angle B_1C_1M$.

5. (12 баллов) У двух племен один шаман. Одно племя живет в долине реки, другое - на холме, на склоне горы. В связи с распространением интернета и слухов, шаману пришлось снизить цены на свои услуги. Для племени, живущего в долине, на 10% «в мехах» и на 15% «в рыбе». Соотношение цен меха и рыбы на местном рынке постоянно. Для племени на холме цена «в мехах» снизилась на 20%. На сколько процентов снизилась цена услуг «в рыбе» для этого племени? Ответ округлите до десятых после запятой.

6. (12 баллов) Какое наименьшее значение может принимать функция $F(x; y) = 6y + 8x - 9$, при условии, что $x^2 + y^2 + 25 = 10(x + y)$.
7. (12 баллов) Какое наименьшее число клеток надо закрасить в квадрате со стороной 65 клеток (65×65 – всего в квадрате 4225 клеток), чтобы среди любых четырех его клеток, образующих уголок (фигуру «Г»), обязательно была хотя бы одна закрашенная.
8. (14 баллов) Найдите сумму всех целых значений c , при которых уравнение $\sqrt{10|p-3|} + |2p-p+c| = 6p$ относительно p имеет хотя бы один корень.
9. (14 баллов) Известно, что количество берёз на некоторой делянке смешенного леса составляет от 13% до 14% общего количества деревьев. Найдите минимально возможное общее количество деревьев на этой делянке.

Первый (заочный) онлайн-этап академического соревнования

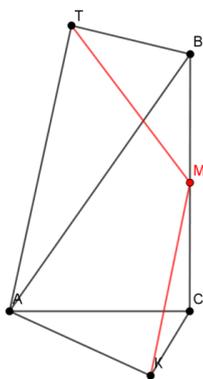
Олимпиады школьников «Шаг в будущее» по профилю «Компьютерное моделирование и графика» общеобразовательный предмет «Математика», осень 2019 г.

10 класс

Вариант № 2

1. (9 баллов) Иван Иванович подошёл к источнику с двумя пустыми канистрами; одна вмещала 10 л, а другая – 8 л. Вода из источника текла двумя струями – одна сильнее, другая слабее. Иван Иванович одновременно подставил канистры под струи и, когда набралась половина меньшей канистры, поменял канистры местами. К удивлению Ивана Ивановича, канистры наполнились одновременно. Во сколько раз больше воды даёт более сильная струя, чем более слабая?

2. (9 баллов) На сторонах AB и AC прямоугольного треугольника ABC ($\angle BCA = 90^\circ$), внешним образом построены прямоугольные треугольники ABT и ACK , так что $\angle ATB = \angle AKC = 90^\circ$, $\angle ABT = \angle ACK = 60^\circ$, на стороне BC выбрана точка M так, что $BM = MC$. Определите градусную меру угла KMT .

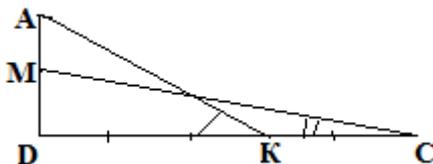


3. (9 баллов) В арифметической прогрессии (a_n) $a_1 = 1$, $d = 4$.

Вычислите
$$A = \frac{1}{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2}} + \frac{1}{\sqrt{a_2} + \sqrt{a_3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{a_{1579}} + \sqrt{a_{1580}}}.$$

В ответ запишите наименьшее целое число, большее A .

4. (9 баллов) Прямоугольные треугольники $\triangle MDC$ и $\triangle ADK$ имеют общий прямой угол $\angle D$. Точка K принадлежит CD и делит ее в отношении 2:3 считая от точки C . Точка M середина стороны AD . Найти сумму $\angle AKD$ и $\angle MCD$, если $AD : CD = 2 : 5$.



5. (12 баллов) В первом сплаве меди и свинца отношение их масс 1:3; во втором сплаве 1:2. Сколько граммов первого сплава надо взять, чтобы получить 10 г нового сплава с отношением масс меди и свинца 3:7?

6. (12 баллов) Для всех неотрицательных значений вещественной переменной x функции $f(x)$ выполняется условие $f(x + 1) + 1 = f(x) + \frac{20}{(x+1)(x+2)}$. Вычислите $\frac{2019}{f(2019)}$, если $f(0) = 2019$.
7. (12 баллов) Какое наименьшее число клеток надо закрасить в квадрате со стороной 65 клеток (65×65 – всего в квадрате 4225 клеток), чтобы из любой незакрашенной его клетки нельзя было попасть ходом шахматного коня в другую незакрашенную.
8. (14 баллов) Найдите сумму всех целых значений h , при которых уравнение $||r+h|-r|-4r=9|r-3|$ относительно r имеет не более одного корня.
9. (14 баллов) Таблица, состоящая из 1861 строк и 1861 столбцов заполнена натуральными числами от 1 до 1861 так, что в каждой строке присутствуют все числа от 1 до 1861. Найдите сумму чисел, стоящих на диагонали, которая соединяет левый верхний и правый нижний углы таблицы, если заполнение таблицы симметрично относительно этой диагонали.