

Олимпиада «Ломоносов». Инженерные науки.

8 – 9 класс

1. КПД спиртовки (25 баллов)

Инженер Гайкин придумал установку по измерению КПД горелок. В этой установке жидкость поступает непрерывно и с постоянной скоростью из одного большого резервуара в трубку, нагревается за счёт горелки и поступает в другой резервуар. При этом измеряется температура жидкости на входе и выходе из трубки, а также расход жидкости и расход топлива в минуту. Как только показания термометров перестают меняться, Гайкин записывает эти значения, фиксирует расход жидкости и расход топлива. Зная удельную теплоёмкость жидкости в трубке и удельную теплоту сгорания топлива, Гайкин определяет КПД горелки.

В лабораторном журнале Гайкина одна из записей выглядела так:

- Жидкость в трубке — вода,
удельная теплоёмкость $c_{\text{воды}} = 4,2 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$,
плотность $\rho_{\text{воды}} = 1000 \text{ кг}/\text{м}^3$.
- Топливо — бензин,
удельная теплота сгорания $q_{\text{бенз}} = 42 \text{ МДж}/\text{кг}$,
плотность $\rho_{\text{бенз}} = 750 \text{ кг}/\text{м}^3$.
- Температура на входе — $20 \text{ }^\circ\text{C}$
- Температура на выходе — $t = 70 \text{ }^\circ\text{C}$
- Расход жидкости — 1,5 литра в минуту
- Расход топлива — 20 миллилитров в минуту

Чему равен КПД горелки в этом опыте?

Вариация параметров

Для обеспечения вариативности заданий использовался следующий параметр:

- t — значения от 60 до 80 с шагом 1.

Требования к ответу

Ответ выразите в процентах с точностью до целых. В ответ запишите целое число без символа, обозначающего проценты.

Возможное решение

1. Энергия, которую нужно сообщить жидкости в единицу времени

$$\frac{\Delta Q_{\text{пол}}}{\Delta \tau} = c \frac{\Delta m_{\text{ж}}}{\Delta \tau_{\text{ж}}} \Delta T = c \frac{\Delta V_{\text{ж}} \rho_{\text{ж}}}{\Delta \tau_{\text{ж}}} \Delta T,$$

где $\Delta m_{\text{ж}}$ — масса жидкости, перетекшая по трубке за время $\Delta \tau_{\text{ж}}$, а $\Delta T = t - 20$ °С — разница температур воды на входе и выходе из трубки. Далее формула была преобразована к объёмному расходу жидкости.

2. Энергия, которая выделяется в результате сгорания топлива в единицу времени

$$\frac{\Delta Q_{\text{зат}}}{\Delta \tau} = q \frac{\Delta m_{\text{т}}}{\Delta \tau_{\text{т}}} = q \frac{\Delta V_{\text{т}} \rho_{\text{т}}}{\Delta \tau_{\text{т}}},$$

где $\Delta m_{\text{т}}$ — масса топлива, сгоревшего за время $\Delta \tau_{\text{т}}$. Далее формула была преобразована к объёмному расходу жидкости.

3. КПД — по определению — отношение «полезной» энергии (энергии, потраченной для нагрева воды) к «затраченной» (энергии, полученной в результате сгорания топлива)

$$\eta = \frac{\Delta Q_{\text{пол}}}{\Delta Q_{\text{зат}}} = \frac{c \Delta T \Delta V_{\text{ж}} \rho_{\text{ж}}}{q \Delta V_{\text{т}} \rho_{\text{т}}} = t - 20$$

Здесь было учтено, что в условии $\Delta \tau_{\text{ж}} = \Delta \tau_{\text{т}} = 1$ минута.

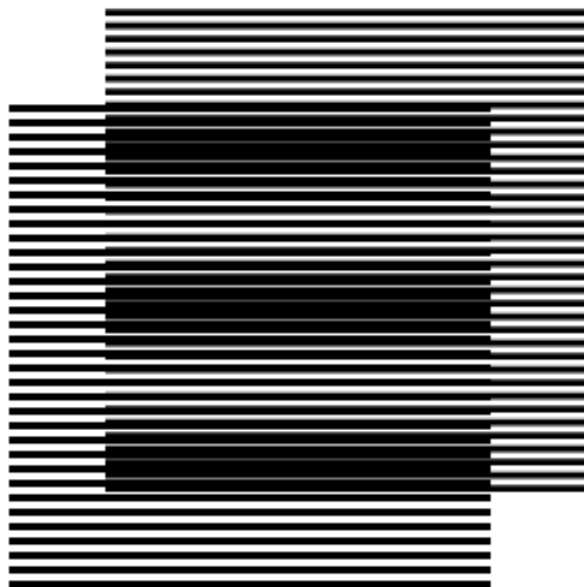
Для значения параметра $t = 70$ °С, получаем $\eta = 50\%$.

Ответ: 50.

2. Муаровые узоры (25 баллов)

При фотографировании экрана монитора на полученном изображении видны муаровые полосы, аналогичные тем, что возникают на сетчатой или полосатой ткани при перекрытии двух её кусков. Возникновение муарового узора обусловлено тем, что нити одного слоя ткани в некоторых местах накладываются на нити второго слоя, а в других — на промежутки между этими нитями.

Визуализация муаровых полос представлена на рисунке:



На телефон, в матрице которого количество квадратных светочувствительных элементов равно 921600 (т.е. камера 0,9 мегапикселей) при соотношении сторон 16:9, полностью сфотографирован экран монитора. Изображение экрана занимает всю фотографию. В настройках компьютера выбрано оптимальное разрешение 1360*765 (число пикселей равно 1040400). После кадрирования фотография распечатывается так, что на ней видны только $x\% = 50\%$ исходного снимка по горизонтали.

Найти, сколько муаровых вертикальных полос будет видно на этой распечатке.

Вариация параметров

Для обеспечения вариативности заданий использовался следующий параметр:

- x — значения от 50 до 100 с шагом 1.

Требования к ответу

Ответ запишите в виде целого числа.

Возможное решение:

1. В качестве периодических накладывающихся элементов выступают ряды пикселей экрана и ряды пикселей на дисплее устройства, на который делаем снимок. Пиксели — это квадратики экрана, которые могут светиться разными цветами и являться точкой изображения. Квадратики пикселей образуют сетку (матрицу). Получается, что есть светящиеся полосы из квадратиков, между которыми располагаются тёмные полосы границ между пикселями. Матрица фотоаппарата, в том числе в телефоне, состоит из светочувствительных элементов — квадратиков, которые могут ловить свет и передавать в компьютер информацию о том, сколько и какого света поймал каждый квадратик. Эти светочувствительные квадраты тоже образуют сетку (матрицу), и компьютер, получая из каждого квадратика сетки информацию о полученном им свете, строит изображение. Но между светочувствительными элементами тоже есть граница, поэтому полученное при фотографии на цифровой фотоаппарат или телефон изображение — это тоже полосы света с тёмными полосками границы. Когда мы помещаем весь экран в кадр фотографии, мы словно смотрим на периодические светящиеся полосы через периодические отверстия, совсем как при взгляде на муаровую ткань. Часть светящихся полосок мы не видим не потому, что их нет, а потому, что их закрывает непрозрачная граница между отверстиями. Эти тёмные полосы встречаются периодически, и этот период мы можем найти.

2. Количество пикселей в каждой строке и столбце пропорционально длине строки и столбца. Число элементов в строках и столбцах матрицы телефона относится как 16:9. Пусть число элементов в строке равно $16y$, в столбце $9y$. Тогда общее число элементов матрицы равно $144y^2$ и $y = \sqrt{\frac{921600}{144}} = 80$ штук.

3. При параллельном наложении двух решёток с разными периодами образуются тёмные полосы там, где линии решёток не совпадают в положении, и светлые полосы там, где их положения совпадают. Совпадение полос происходит через интервал, на котором у одной решётки укладывается на одну полосу больше, чем у второй.

Длина изображения n пикселей экрана монитора укладывается в $n + 1$ ячейках матрицы телефона. Нам известно, что всё изображение монитора укладывается на

матрице телефона: $L_{\text{мон}} = knd_T = k(n+1)d_M$, $n = 16$, т.е. на каждые 16 пискелей матрицы телефона приходится одна тёмная полоса.

5. Всего на фотографии после кадрирования будет тёмных полос:

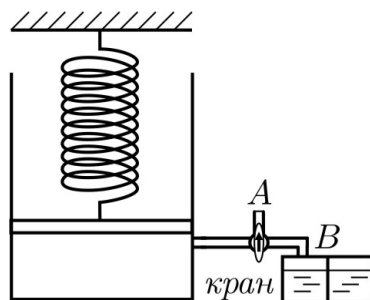
$N = \left[\frac{80 \cdot x \cdot 16}{100 \cdot 16} \right] = [0,8 \cdot x]$, где квадратные скобки обозначают взятие целой части числа.

Для значения параметра $x = 50\%$ получаем $N = 40$ тёмных полос.

Ответ: 40.

3. Химическая реакция с выделением газа (25 баллов)

Для получения некоторого количества газа в результате химической реакции используется следующая установка. Массивный поршень массы $M = 1,7$ кг площади $S = 26$ см² подвешивается на пружине жёсткости $k = 1,5$ Н/м. С помощью крана цилиндрический сосуд под этим поршнем вначале был соединён с атмосферой (кран в положении А). В резервуаре находится перегородка, препятствующая смешиванию растворов пищевой соды и соляной кислоты равных молярных концентраций.



В начале эксперимента поршень находился на расстоянии $h = 2$ см от дна сосуда, а кран в положении А. Далее кран переключается в положение В так, что сосуд соединяется с резервуаром, а потом в резервуаре убирают перегородку.

После завершения реакции поршень поднялся и пружина оказалась недеформированной. Считая, что в реакции все вещества прореагировали полностью, а процесс подъёма поршня был изотермическим, найти количество вещества пищевой соды, израсходованного в этой реакции.

При этом начальным объёмом воздуха над реакционной смесью в резервуаре, объёмом соединительных трубок по сравнению с объёмом цилиндрического сосуда, а также трением в системе пренебречь.

Справочные данные

Для нахождения объёма цилиндра воспользуйтесь выражением

$$V = S \cdot h,$$

где S — площадь основания цилиндра, а h — его высота.

Универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль · К).

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

Комнатная температура $t = 27$ °С.

Давление в комнате $p = 10^5$ Па.

Вариация параметров

Для обеспечения вариативности заданий использовались следующие параметры:

- M — значения от 1 до 2 с шагом 0,1;
- S — значения от 20 до 30 с шагом 2;
- k — значения от 1 до 2 с шагом 0,1;
- h — значения от 1 до 2 с шагом 0,1.

Требования к ответу. Ответ выразите в молях и округлите до сотых. В поле ответа введите число без указания единиц измерения.

Возможное решение

1. Пружина растянута, кран в положении А (атмосфера). Второй закон Ньютона в проекции на вертикальную ось:

$$Mg = kx$$

2. Химическая реакция:



3. Количество вещества соды, израсходованного в этой реакции, и количество вещества углекислого газа, выделившегося в реакции, равны друг другу.

4. После завершения химической реакции пружина оказалась недеформированной, следовательно, поршень переместился на x вверх.

5. Давление под поршнем — давление p смеси газа и воздуха в сосуде. Давление над поршнем $p_{\text{атм}}$ — атмосферное. Поршень не движется. Второй закон Ньютона в проекции на вертикальную ось:

$$p_{\text{атм}}S + Mg = pS$$

6. Уравнение Менделеева-Клапейрона:

$$\text{до реакции } p_{\text{атм}}V_0 = \nu_{\text{возд}}RT, V_0 = Sh$$

$$\text{после реакции } pV_1 = (\nu_{\text{газа}} + \nu_{\text{возд}})RT, V_1 = S(h + x)$$

7. Выражаем $\nu_{\text{соды}}$ через $\nu_{\text{газа}}$:

$$\nu_{\text{газа}} + \nu_{\text{возд}} = \frac{pS(h + x)}{RT}$$

$$\nu_{\text{газа}} = \frac{pS(h + x)}{RT} - \nu_{\text{возд}}$$

$$\nu_{\text{возд}} = \frac{p_{\text{атм}}Sh}{RT}$$

$$= \nu_{\text{газа}} = \frac{(p_{\text{атм}} + Mg/S)S(h + x) - p_{\text{атм}}Sh}{RT}$$

$$\nu_{\text{газа}} = \frac{(p_{\text{атм}}S + Mg)Mg/k + Mgh}{RT}$$

$$\nu_{\text{соды}} = \frac{(p_{\text{атм}}S + Mg)Mg/k + Mgh}{RT}$$

Подставляя данные задачи (S — в квадратных сантиметрах, M — в килограммах, k — в ньютонах, делённых на метр, h — в сантиметрах), для значений параметров, указанных в условии, получаем:

$$\nu_{\text{соды}} = \frac{(10^5 S \cdot 10^{-4} + M \cdot 10) M \cdot 10/k + M \cdot h/10}{8,31 \cdot 300} = 1,26 \text{ моль.}$$

Ответ: 1,26.

4. Определение металлов (25 баллов)

Студент решил прогулять практикум вместо этого поучаствовав в соревнованиях по спортивному ориентированию. У него было с собой всё, что необходимо для ориентирования в лесу: фонарик, компас, нож и бутылка с водой. Он уже разминался в стартовом городке, когда его настиг злой лаборант и сказал, что отпустит студента на соревнования только после решения сложной задачи. Студенту пришлось вернуться в лабораторию.

Студенту были выданы образцы металлов в неподписанных склянках: висмут, галлий, железо, индий, осмий, никель, ртуть, тербий. Времени на проведение качественных реакций не было, и различать металлы пришлось исключительно физическими методами. Так как лаборант был злым, то из оборудования студенту было предложено использовать только самое простое: рычажные весы без гирь, нагревательную плитку (максимальная температура $+200$ °C) и холодильник (-4 °C) с морозилкой (-60 °C). Кроме того, имеется обычный набор стеклянной лабораторной (не мерной) посуды и пластиковые стаканчики. Температура в лаборатории студенту неизвестна.

Лаборант был хоть и злым, но справедливым. Сколько металлов он мог попросить определить студента, чтобы у того был реальный шанс на успех? В ответе укажите число металлов, а в решении опишите, как их можно определить. Необходимые справочные данные найдите в открытых источниках и укажите ссылку на эти источники.

Требования к ответу

В ответ запишите число металлов, которые можно гарантированно определить, используя физические методы исследования с помощью оборудования, данного в задаче.

Возможное решение

1. Очевидным образом из всего набора определяются ртуть и галлий — только они являются жидкостями при температуре около комнатной. Если в лаборатории слишком жарко и галлий тоже жидкий (температура плавления $29,8$ °C), то отличим его от ртути, поместив оба жидких металла в холодильник — замерзнет только галлий. Если же галлий твердый, погреем его в руках.

2. С помощью плитки можно также определить индий (температура плавления 157 °C, то есть он расплавится, но заметно позже галлия, если поместить их на плитку рядом), на плавление остальных металлов мощности имеющейся плитки не хватит.

3. Наличие рычажных весов, простой посуды и пластиковых стаканчиков позволяет использовать метод гидростатического взвешивания для сравнения плотности металлов.

- Подготовим одинаковые по массе навески металлов, используя один и тот же противовес для всех образцов.

- Так как металл может быть в порошке, будем использовать пластиковый стакан.

- Уравновесим весы, на которых стоят ёмкости с водой, достаточные, чтобы в них поместился пластиковый стаканчик с отверстиями в боковых стенках, чтобы через них вода могла свободно просачиваться в стакан или из него.

- Опустим в эти ёмкости стаканчик так, чтобы он оказался в воде, но не касался при этом дна. Закрепим стаканчики на штативах в выбранном положении. Снова уравновесим весы, если это необходимо, доливая воду в одну их ёмкостей.

- Положим в один пластиковый стакан навеску одного из металлов, а в другой - навеску другого металла так, чтобы образцы оказались в воде целиком.

- Металл, у которого плотность меньше, вытеснит больше воды из стаканчика и эта чашка весов опустится.

4. С помощью метода гидростатического взвешивания можно расставить образцы в порядке возрастания плотности.

5. Среди данных металлов все заметно отличаются по плотности и точности метода гидростатического взвешивания достаточно, чтобы определить все металлы. Таким образом, честный лаборант может требовать от студента точно определить все восемь металлов.

Ответ: 8.