

Профиль «Инженерные науки». 8 – 9 классы.

*Решения и критерии. Максимум за одну задачу: 25 баллов*

**Задача 1.** В комнате на столе стоит вертикальный цилиндр с теплопроводящими стенками. Он закрыт тонким невесомым горизонтальным поршнем, который может скользить без трения.

В цилиндре при комнатной температуре находится газовая смесь молекулярного кислорода ( $O_2$ ) с озоном ( $O_3$ ), причем озон составляет  $n = 35\%$  от общего количества вещества в сосуде. Расстояние от дна цилиндра до поршня равно  $H_0 = 20$  см.

На каком расстоянии от дна цилиндра окажется поршень после того, как весь озон за достаточно большое время самопроизвольно превратится в молекулярный кислород? Температуру в комнате считайте постоянной.

**Возможное решение**

1) Пусть первоначальное количество вещества кислорода в цилиндре  $\nu_1$ , а количество вещества озона  $O_3$   $\nu_2$ .

2) Запишем уравнение Менделеева – Клапейрона для смеси газов в цилиндре:

$$p_0 V_0 = (\nu_1 + \nu_2) RT_0, \quad (1)$$

3) Запишем уравнение Менделеева – Клапейрона для озона в цилиндре в начальный момент времени (до превращения его в кислород):

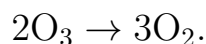
$$p_0 \alpha V_0 = \nu_2 RT_0. \quad (2)$$

Здесь  $\alpha = n/100\% = 0,35$  — это объёмная доля озона, а  $V_0$  — первоначальный объём, занимаемый смесью газов; он равен  $V_0 = SH_0$  ( $S$  — площадь поршня).

4) Поделив уравнение (2) на уравнение (1), выразим  $\nu_2$  через  $\alpha$  и  $\nu_1$ :

$$\nu_2 = \frac{\alpha \nu_1}{1 - \alpha}. \quad (3)$$

5) Запишем уравнение химической реакции превращения озона в кислород:



Получаем, что после превращения всего озона  $O_3$  в кислород  $O_2$  количество вещества новообразованного кислорода станет:

$$\nu_2' = \frac{3}{2} \nu_2.$$

6) После превращения всего озона в кислород уравнение Менделеева – Клапейрона для всего газа в цилиндре будет иметь вид:

$$p_0V = (\nu_1 + \frac{3}{2}\nu_2)RT_0, \quad (4)$$

где  $V$  — новый объём, занимаемый кислородом, он равен  $V = SH$ . Здесь  $H$  — новое расстояние от дна цилиндра до поршня.

7) Поделим уравнение (4) на уравнение (1):

$$\frac{V}{V_0} = \frac{SH}{SH_0} = \frac{\nu_1 + \frac{3}{2}\nu_2}{\nu_1 + \nu_2}. \quad (5)$$

8) Воспользовавшись соотношением (3), получим:

$$H = H_0 \frac{\nu_1 + \frac{3}{2}\nu_2}{\nu_1 + \nu_2} = H_0 \frac{\nu_1 + \frac{3}{2} \cdot \frac{\alpha\nu_1}{1-\alpha}}{\nu_1 + \frac{\alpha\nu_1}{1-\alpha}} = H_0 \frac{1 + \frac{3}{2} \cdot \frac{\alpha}{1-\alpha}}{1 + \frac{\alpha}{1-\alpha}} = H_0 \frac{2+\alpha}{2}. \quad (6)$$

9) Подставляя численные данные, получаем:

$$H = H_0 \frac{2+\alpha}{2} = 0,2 \text{ м} \cdot \frac{2+0,35}{2} = 0,235 \text{ м} = 23,5 \text{ см}.$$

**Ответ:**  $H = 23,5$  см.

**Задача 2.** Инженер Александр решил построить на даче одноэтажный легкий дом на высоком столбчатом фундаменте, с квадратным основанием и плоской крышей размерами  $a \times a = 6 \times 6 \text{ м}^2$  и высотой  $h = 3 \text{ м}$ . В качестве утеплителя стен, потолка и пола был выбран пенопласт толщиной  $d = 15 \text{ см}$ , коэффициент теплопроводности пенопласта  $\lambda = 0,040 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$ . В доме планируется установить три одинаковых окна с коэффициентом теплоотдачи  $k_{\text{окн}} = 1,50 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$  и размерами  $h \times l = 1,2 \times 1,5 \text{ м}^2$  и входную дверь с коэффициентом теплоотдачи  $k_{\text{дв}} = 1,00 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$  и размерами  $h \times l = 1,0 \times 2,0 \text{ м}^2$ .

Для комфортного пребывания температура в доме должна быть  $t_{\text{к}} = 18^\circ\text{С}$ . Помогите Александру рассчитать мощность отопительной системы, необходимой для комфортного пребывания в этом доме зимой, если на улице ожидается температура  $t_{\text{у}} = -22^\circ\text{С}$ .

*Указание.* Мощность тепловых потерь через двери или окна можно найти, используя закон Ньютона – Рихмана,  $P = kS(t_{\text{к}} - t_{\text{у}})$ , а через толщу однородного вещества — используя закон Фурье,  $P = \frac{S\lambda}{d}(t_{\text{к}} - t_{\text{у}})$ .

### Возможное решение

1) Предполагаемая (проектная) разница температур между воздухом на улице и воздуха в доме составляет

$$\Delta t = t_{\text{к}} - t_{\text{у}} = 40 \text{ К}.$$

2) Площадь двери составляет  $S_{\text{дв}} = 1 \times 2 \text{ м}^2 = 2 \text{ м}^2$ . По закону Ньютона – Рихмана мощность тепловых потерь через дверь будут отставлять

$$P_{\text{дв}} = k_{\text{дв}} S_{\text{дв}} \Delta t = 1 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}) \cdot 2 \text{ м}^2 \cdot 40 \text{ К} = 80 \text{ Вт}.$$

3) Площадь трех окон  $S_{\text{окн}} = 3 \cdot 1,2 \times 1,5 \text{ м}^2 = 3 \cdot 1,8 \text{ м}^2 = 5,4 \text{ м}^2$ . По закону Ньютона – Рихмана мощность тепловых потерь через окна будут отставлять

$$P_{\text{окн}} = k_{\text{окн}} S_{\text{окн}} \Delta t = 1,5 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}) \cdot 5,4 \text{ м}^2 \cdot 40 \text{ К} = 324 \text{ Вт}.$$

4) Толщина утеплителя в стенах, полу и потолке одинаковая. Найдем общую (габаритную) площадь стен, пола и потолка.

$$S_{\text{стены+пол+потолок}} = 4ha + 2a^2 = 4 \cdot 3 \cdot 6 + 2 \cdot 6^2 = 144 \text{ м}^2.$$

Фактическая площадь, через которую необходимо рассчитать тепловые потери меньше на величину площадей двери и окон. Окончательно, эффективная площадь стен, пола и потолка:

$$S_{\text{эф}} = S_{\text{стены+пол+потолок}} - S_{\text{окн}} - S_{\text{дв}} = 136,6 \text{ м}^2.$$

5) Мощность тепловых потерь через стены, пол и потолок равна

$$P_{\text{с,п,п}} = S_{\text{эф}} \frac{\lambda}{d} \Delta t = 136,6 \text{ м}^2 \cdot \frac{0,04 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})}{0,15 \text{ м}} \cdot 40 \text{ К} = 1457 \text{ Вт}.$$

Общая проектная мощность тепловых потерь дома

$$P = P_{\text{дв}} + P_{\text{окн}} + P_{\text{с,п,п}} = 80 + 324 + 1457 \text{ Вт} = 1861 \text{ Вт}.$$

**Ответ:** минимальная проектная мощность нагревательной системы  $P = 1861 \text{ Вт}$ .

**Комментарий:** можно заметить, что в модели не учитываются тепловые потери связанные вентиляцией воздуха, неидеальностью утепления конструкции. Рассмотренная простейшая модель предполагает только удержание температуры в доме на заданном уровне.

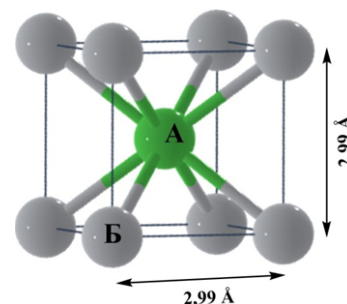
**Задача 3.** Впервые сплав **X**, состоящий из простых веществ **A** и **B**, был получен в 1960-е годы в ходе подготовки космической программы. Этот сплав обладает двумя уникальными свойствами — памятью формы и суперэластичностью, что делает данный материал востребованным в различных сферах жизни.

**(а)** установите, что за вещества входят в состав сплава **X**, если известно что:

- хлорид **A** использовался в ходе первой мировой войны для создания дымовой завесы; оксид **A** добавляют в продукты питания в качестве пищевой добавки E171 — белый краситель-отбеливатель; из того же **A** сделан памятник Юрию Гагарину, установленный в Москве на Ленинском проспекте.

- вещество **B** образует тетракарбонил, в котором его массовая доля составляет 34,38%.

**(б)** установите состав сплава **X** и его плотность, если его элементарная ячейка имеет форму куба и размеры, представленные на рисунке.



## Возможное решение

Решение задачи можно начать по-разному. Некоторые по описанию сплава **X** поймут, что это NiTi — нитинол, также состав сплава можно установить, пользуясь другими подсказками в условии задачи:

- по описанию **A** представляет собой металл, который вероятно всего титан, о чем прямо говорят факты об использовании его оксида в качестве белого красителя, и самого **A**, как компонента в материале памятника Юрию Гагарину.

- факт о том, что **B** образует карбонил вида  $\text{B}(\text{CO})_4$ , говорит о том, что **B** — метал 10-ой группы (имеет 10 электронов на  $d$ -оболочке), а данные о массовой доле **B** в карбониле позволяют однозначно установить, что **B** — это никель.

Тогда можно сказать о том, что сплав **X** состоит из Ni и Ti, тогда имеет место формула  $\text{Ni}_a\text{Ti}_b$ , осталось установить значение параметров  $a$  и  $b$  из данных о кристаллической решетке **X**:

- на одну элементарную ячейку приходится  $\frac{1}{8} \cdot 8 = 1$  атомов Ni и 1 атом Ti, тогда **X** — NiTi.

Найдем плотность сплава **X**. Запишем всем привычную формулу для вычисления плотности: в числитель запишем массу одной молекулы, а в знаменатель — её объем:

$$\rho = \frac{m_0}{V_0}$$

Так как мы знаем состав сплава **X**, то мы знаем и его молярную массу, тогда как молярная масса есть ничто иное как результат умножения массы одной молекулы на число молекул в 1 моль вещества:

$$M = m_0 \cdot N_A$$

Тогда имеем итоговую формулу:

$$\rho = \frac{m_0}{V_0} = \frac{M}{N_A \cdot V_0} = \frac{(59 + 48) \text{ г/моль}}{6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1} \cdot (2,99 \cdot 10^{-8} \text{ см})^3} = 6,65 \text{ г/см}^3$$

**Ответ:** (а) **A** — i (титан), **B** — Ni (никель); (б) сплав **X** — NiTi,  $\rho = 6,65 \text{ г/см}^3$

### Критерии:

Полный балл ставится, если участник развернуто ответил на оба вопроса задачи.

Три четверти баллов за задачу ставится, если участник ответил на оба вопроса задачи, но ошибся в вычислениях (пример — ошибка в подстановке данных в итоговую формулу для плотности).

Половина баллов ставится, если участник ответил только на один вопрос и задачи (и не допустил вычислительных ошибок).

**Задача 4.** Вода, поступающая в городской водопровод, требует дополнительного обеззараживания перед подачей потребителям. Наиболее распространённым способом дезинфекции воды является её хлорирование. Однако при хлорировании некоторые растворённые в воде органические вещества образуют хлорорганические соединения. Основными загрязнителями воды при этом становятся тригалогенметаны (ТГМ), присутствие в воде которых имеет подтвержденную связь с проблемами со здоровьем у горожан.

Мосводоканал устанавливает максимальную концентрацию ТГМ в водопроводе в пределах 1,2 мг/л. Предельно допустимая концентрация ТГМ в водопроводной воде составляет 5 миллионных долей (по массе). Известно, что при кипячении воды ТГМ остаются в кипячёной воде.

Иван Иванович готовит чай следующим образом. Вначале он заполняет пустой чайник одним литром водопроводной воды. Затем ставит его на плиту и забывает о нем. Когда чайник выкипает наполовину, он заваривает себе чай и оставляет половину воды в чайнике, к которой доливает воды из-под крана и снова кипятит литр воды. Через сколько таких кипячений Ивану Ивановичу будет небезопасно заваривать чай?

### Возможное решение

Обозначим через  $k$  концентрацию ТГМ перед завариванием чая. Рассчитаем, как меняется концентрация от заваривания к завариванию.

Пусть  $k_i$  — начальная концентрация. Когда Иван Иванович заваривает чай, концентрация не меняется.

После доливания воды в чайник концентрация станет равна:

$$0,25 \cdot k_i + 0,75 \cdot 1,2.$$

После очередного кипячения концентрация достигнет:

$$k_{i+1} = \frac{0,25 \cdot k_i + 0,75 \cdot 1,2}{0,5}$$

. Полученное значение будет новой концентрацией перед новым завариванием чая.

Теперь предположим, что после  $n$  таких завариваний, концентрация впервые превысила 5 мг/л, т.е.  $k_n = 5 + \text{const}$ , где  $\text{const} \geq 0$  и  $k_i < 5$  при  $i < n$ .

Тогда посчитаем, какая концентрация была на предыдущем шаге:

$$k_n = \frac{0,25 \cdot k_{n-1} + 0,75 \cdot 1,2}{0,5}$$

$$0,5 \cdot k_n = 0,25 \cdot k_{n-1} + 0,75 \cdot 1,2$$

$$0,5 \cdot k_n - 0,9 = 0,25 \cdot k_{n-1}$$

$$2 \cdot k_n - 3,6 = k_{n-1}$$

Подставим в последнее выражение  $k_n = 5 + \text{const}$ , тогда

$$k_{n-1} = 6,4 + 2 \cdot \text{const}$$

Получаем  $k_{n-1} > 5$ . Но это противоречит нашему предположению, что  $k_i < 5$  при  $i < n$ . Следовательно, наше предположение не верно, а значит концентрация ТГМ никогда не сможет превысить отметку в 5 мг/л. Значит, Иван Иванович может сколько угодно заваривать и пить чай таким образом, без вреда заметного для здоровья, который может нанести повышенное содержание ТГМ в чае.

**Ответ:** концентрация ТГМ не превысит допустимого показателя и Иван Иванович может бесконечно заваривать чай.

## Справочный материал для всех классов

ПЕРИОДИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ХИМИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ Д. И. МЕНДЕЛЕЕВА																				
1	1	1,0079	H															2	4,0026	He
				II	III	IV	V	VI	VII											
2	2	3	Li	4	9,01	5	10,81	6	12,011	7	14,00	8	15,999	9	18,998	10	20,179			
		6,94	Литий	4	9,01	5	10,81	6	12,011	7	14,00	8	15,999	9	18,998	10	20,179			
				II	III	IV	V	VI	VII											
3	3	11	Na	12	24,3	13	26,98	14	28,09	15	30,97	16	32,06	17	35,45	18	39,95			
		22,99	Натрий	12	24,3	13	26,98	14	28,09	15	30,97	16	32,06	17	35,45	18	39,95			
				II	III	IV	V	VI	VII											
4	4	19	K	20	40,08	21	44,96	22	47,90	23	50,94	24	51,996	25	54,94	26	55,85			
		39,098	Калий	20	40,08	21	44,96	22	47,90	23	50,94	24	51,996	25	54,94	26	55,85			
				II	III	IV	V	VI	VII											
				II	III	IV	V	VI	VII											
5	5	29	Cu	30	63,55	31	65,38	32	69,72	33	72,59	34	74,922	35	78,96	36	79,904			
		63,55	Медь	30	65,38	31	65,38	32	69,72	33	72,59	34	74,922	35	78,96	36	79,904			
				II	III	IV	V	VI	VII											
				II	III	IV	V	VI	VII											
6	6	37	Rb	38	85,47	39	88,906	40	91,22	41	92,906	42	95,94	43	98,906	44	101,07			
		85,47	Рубидий	38	85,47	39	88,906	40	91,22	41	92,906	42	95,94	43	98,906	44	101,07			
				II	III	IV	V	VI	VII											
				II	III	IV	V	VI	VII											
7	7	47	Ag	48	107,868	49	112,41	50	114,82	51	118,69	52	121,75	53	126,904	54	131,30			
		107,868	Серебро	48	107,868	49	112,41	50	114,82	51	118,69	52	121,75	53	126,904	54	131,30			
				II	III	IV	V	VI	VII											
				II	III	IV	V	VI	VII											
8	8	55	Cs	56	132,905	57 *	137,33	58	138,905	59	142,125	60	144,24	61	146,907	62	150,36			
		132,905	Цезий	56	132,905	57 *	137,33	58	138,905	59	142,125	60	144,24	61	146,907	62	150,36			
				II	III	IV	V	VI	VII											
				II	III	IV	V	VI	VII											
9	9	79	Au	80	196,966	81	200,59	82	204,37	83	207,2	84	208,98	85	210,0	86	222,0			
		196,966	Золото	80	196,966	81	200,59	82	204,37	83	207,2	84	208,98	85	210,0	86	222,0			
				II	III	IV	V	VI	VII											
				II	III	IV	V	VI	VII											
10	10	87	Fr	88	223,0	89 **)	227,0	90	227,0	91	228,03	92	228,03	93	229,03	94	232,03			
		223,0	Франций	88	223,0	89 **)	227,0	90	227,0	91	228,03	92	228,03	93	229,03	94	232,03			
				II	III	IV	V	VI	VII											
				II	III	IV	V	VI	VII											
*) ЛАНТАНОИДЫ 58—71																				
58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75			
140,1	140,9	144,2	146,9	150,4	152,0	157,3	158,9	162,5	164,9	167,3	168,9	173,0	175,0	175,0	175,0	175,0	175,0			
Церий	Празеодим	Неодим	Прометий	Самарий	Европий	Гадолиний	Тербий	Диспрозий	Гольмий	Эрбий	Тулий	Иттербий	Лютеций	Лютеций	Лютеций	Лютеций	Лютеций			
**) АКТИНОИДЫ 90—103																				
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107			
232,0	231,0	238,0	237,0	244,1	243,1	247,1	247,1	251,1	252,0	257,1	258,1	259,1	260,1	260,1	260,1	260,1	260,1			
Торий	Протактиний	Уран	Нептуний	Плутоний	Америций	Кюрий	Берклий	Калифорний	Эйнштейний	Фермий	Менделевий	Нобелий	Лоренсий	Лоренсий	Лоренсий	Лоренсий	Лоренсий			

### РЯД НАПРЯЖЕНИЙ МЕТАЛЛОВ

