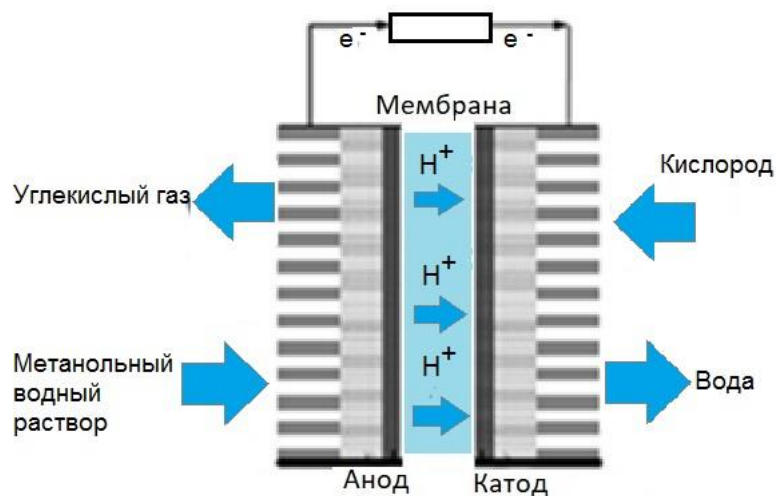


Решения заданий заключительного этапа Олимпиады «Ломоносов» по инженерным наукам 2020/2021 10-11 классы

Задача 1 (20 баллов)

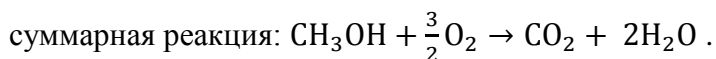
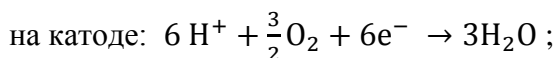
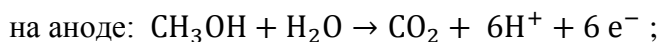
На сегодняшний день химические источники тока имеют широкое применение в различных устройствах. Одно из направлений развития этой области энергетики – разработка химических источников тока, которые могут работать на новых видах топлива, например, топливных элементов, работающих на метаноле (см. рисунок). Топливные элементы состоят из двух электродов (анода и катода), на которых происходят процессы окисления и восстановления, и мембраны. Ионы водорода, которые получаются в результате полуреакции на аноде, мигрируют через мембрану, разделяющую электроды, а электроны, которые получаются в результате той же полуреакции, идут только через внешнюю цепь. В метанольно-кислородном топливном элементе суммарно протекает реакция окисления метанола. Инженер-исследователь Алексей Петрович решил зарядить аккумулятор телефона с помощью батареи из нескольких соединенных последовательно метанольно-кислородных топливных элементов. Через анод каждого из входящих в батарею топливного элемента он пропустил по 1 л 0,25 М метанольного водного раствора, а на катоды он в избытке подавал кислород. Известно, что емкость заряженного аккумулятора телефона равна 3 А·ч. Упрощенно, емкостью аккумулятора, обычно измеряемой в мА·ч или А·ч, называется заряд, который он может отдать при разряде через внешнюю цепь. Строго говоря, этот заряд зависит от того, как именно протекает процесс разряда, но в первом приближении можно считать, что он равен заряду, прошедшему через аккумулятор при пропускании через него тока от внешнего источника в процессе зарядки аккумулятора из незаряженного состояния до достижения напряжения, соответствующего полностью заряженному аккумулятору. Какая доля метанола прореагировала на анодах батареи метанольно-кислородного топливного элемента, если Алексею Петровичу удалось зарядить аккумулятор телефона с 0 до 40 %?



Принцип работы метанольно-кислородного топливного элемента

Решение:

Запишем уравнения полуреакций, которые протекают на аноде и катоде метанольно-кислородного топливного элемента, и уравнение суммарной реакции:



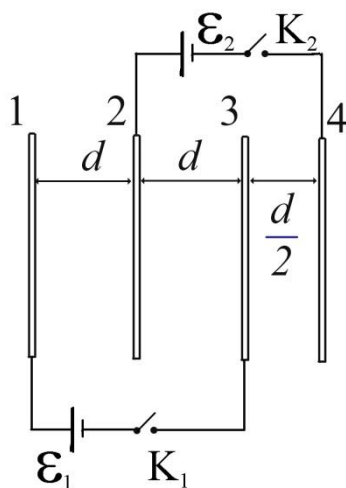
Из уравнения полуреакции на аноде следует, что при окислении одной молекулы метанола топливный элемент отдает во внешнюю цепь 6 электронов. Тогда полный заряд, прошедший через аккумулятор телефона во время его зарядки, равен $q = 6q_e\nu N_A$, где q_e – заряд электрона, ν – количество прореагировавшего на аноде метанола, а N_A – число Авогадро. Если обозначить через ω искомую долю прореагировавшего метанола, то $\nu = \omega\nu_0$, где $\nu_0 = cV$ – количество метанола, изначально содержавшегося в пропущенном через анод каждого топливного элемента растворе с молярной концентрацией метанола $c = 0,25$ М и объемом $V = 1$ л. Следовательно, $q = 6q_e N_A \omega c V$. С другой стороны, поскольку Алексею Петровичу удалось зарядить аккумулятор телефона до 40 %, в процессе зарядки через аккумулятор прошел заряд $q = \eta Q$, где $\eta = 0,4$, а $Q = 3 \text{ А}\cdot\text{ч} = 10800 \text{ Кл}$ – емкость аккумулятора. Тогда из равенства $q = \eta Q = 6q_e N_A \omega c V$ находим

$$\omega = \frac{\eta Q}{6q_e N_A c V} \approx 0,03.$$

Ответ: $\omega \approx 0,03$.

Задача 2 (20 баллов)

Четыре одинаковые металлические пластины, расположенные параллельно друг другу, подключены к источникам тока с ЭДС E_1 и E_2 через ключи K_1 и K_2 (см. рисунок). В исходном состоянии пластины не заряжены, а ключи разомкнуты. В некоторый момент времени ключи замкнули, и на левой и правой сторонах пластины 2 возникли поверхностные заряды с плотностями σ_{2L} и σ_{2R} соответственно. Чему равна ЭДС второго источника тока E_2 , если известно, что $E_1 = 5 \text{ В}$, а $\frac{\sigma_{2L}}{\sigma_{2R}} = -\frac{1}{2}$? Считать, что толщина пластин гораздо меньше расстояний между ними, а расстояния между пластинами гораздо меньше размеров самих пластин.



Решение:

Пусть σ_i — полная поверхностная плотность заряда на i -й пластине (т.е. сумма плотностей заряда на левой (σ_{iL}) и правой (σ_{iR}) поверхностях пластины, $\sigma_i = \sigma_{iL} + \sigma_{iR}$), а E_i — напряженность электрического поля в промежутке между i -й и $(i + 1)$ -й пластинами после замыкания ключей. Сначала пластины не заряжены; поэтому суммарный заряд на пластинах 1 и 3 (так же как и на пластинах 2 и 4) равен нулю, т.е. $\sigma_1 + \sigma_3 = 0$, $\sigma_2 + \sigma_4 = 0$. Поскольку равномерно заряженная плоскость с поверхностной плотностью заряда σ создает справа (слева) от себя однородное электрическое поле $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ ($E = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$), получаем следующую систему из двух уравнений:

$$\begin{cases} E_1 d + E_2 d = \mathcal{E}_1 \\ E_2 d + E_3 \frac{d}{2} = \mathcal{E}_2, \end{cases}$$

где

$$E_1 = \frac{(\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3 - \sigma_4)}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma_1}{\varepsilon_0}, \quad E_2 = \frac{(\sigma_1 + \sigma_2 - \sigma_3 - \sigma_4)}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{\varepsilon_0}, \quad E_3 = \frac{(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 - \sigma_4)}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma_2}{\varepsilon_0}.$$

Решение этой системы относительно σ_1 и σ_2 дает

$$\sigma_1 = \left(\frac{3}{4}\mathcal{E}_1 - \frac{1}{2}\mathcal{E}_2\right) \frac{\varepsilon_0}{d}, \quad \sigma_2 = \left(\mathcal{E}_2 - \frac{1}{2}\mathcal{E}_1\right) \frac{\varepsilon_0}{d}$$

Поскольку внутри любой металлической пластины (в частности, второй) электрическое поле отсутствует,

$$\sigma_{2L} = -\sigma_1 = \left(\frac{1}{2}\mathcal{E}_2 - \frac{3}{4}\mathcal{E}_1\right) \frac{\varepsilon_0}{d}.$$

Тогда

$$\sigma_{2R} = \sigma_2 - \sigma_{2L} = \left(\frac{1}{2}\mathcal{E}_2 + \frac{1}{4}\mathcal{E}_1\right) \frac{\varepsilon_0}{d}$$

Отсюда для отношения $\frac{\sigma_{2L}}{\sigma_{2R}}$, которое по условию задачи равно $-\frac{1}{2}$, получаем

$$\frac{\sigma_{2L}}{\sigma_{2R}} = \frac{\alpha - \frac{3}{2}}{\alpha + \frac{1}{2}} = -\frac{1}{2},$$

где $\alpha = \frac{\mathcal{E}_2}{\mathcal{E}_1}$.

Решая последнее уравнение относительно α , находим $\alpha = \frac{5}{6}$, т.е. $\mathcal{E}_2 = \frac{5}{6} \mathcal{E}_1 = \frac{25}{6} \text{ В} \approx 4,17 \text{ В}$.

Ответ: $\mathcal{E}_2 \approx 4,17 \text{ В}$.

Задача 3 (20 баллов)

По озеру плывет цилиндрический плот, радиус основания которого R равен 5,65 см, изготовленный из N слоев очень легкой воздушно-пузырьковой (пупырчатой) пленки (рисунок 1). Пленка имеет следующие характеристики:

- пузырьки представляют собой полусферы радиусом 7 мм (рисунки 2 и 3);

- слои пленки уложены таким образом, что между пузырьками находится минимальный объем воздушной прослойки.

Плот герметичный, воды между слоями нет. По периметру плота имеется прочный тонкий невесомый бортик высотой $d = 5$ см. На плоте находится открытый сосуд кубической формы массой 113,5 г и высотой, совпадающей с высотой бортика. Внутри сосуда находится 13,7 г порошка бария (рисунок 1). Начинает идти дождь. Находящийся в сосуде барий реагирует с чистой дождевой водой. Из скольких слоев пленки изготовлен плот, если он полностью утонул через 1000 секунд, а дождь идет с интенсивностью $0,0472$ кг/(м²·сек)?

Под интенсивностью дождя следует понимать массу воды, которая падает на единицу площади за единицу времени.

Плотность воды в озере считайте равной 1000 кг/м³.

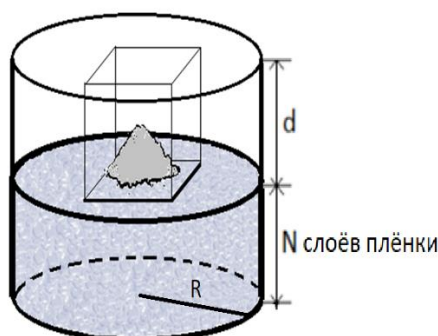


Рисунок 1.



Рисунок 2. Вид пленки сбоку

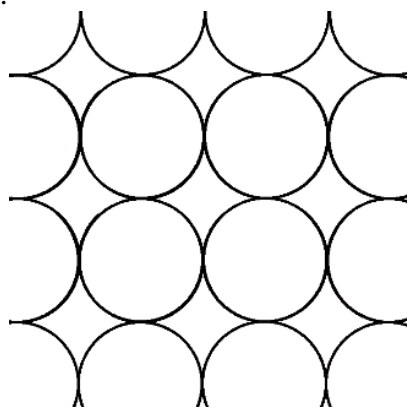
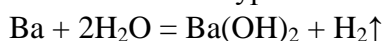


Рисунок 3. Вид пленки сверху

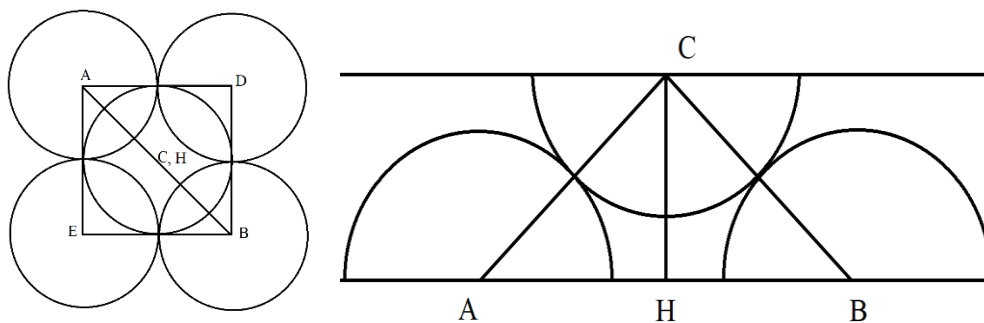
Решение:

1. Запишем уравнение реакции, которая будет проходить в сосуде:



$\nu(\text{Ba}) = \frac{m(\text{Ba})}{\mu(\text{Ba})} = 0,1$ моль, тогда из уравнения химической реакции $\nu(\text{H}_2) = 0,1$ моль, $m_{\text{H}_2} = 0,2$ г.

2. В условии задачи сказано, что пленка уложена таким образом, что между пузырьками находится минимальный объем воздушной прослойки. Оценим, какую толщину будет иметь слой из двух пленок. Изобразим вид пленки сверху и сбоку:



$AC = CB = 2R$, AB – диагональ квадрата $ADBE$ со стороной $2R$, значит, $AB = 2\sqrt{2}R$;
 $AH = \frac{1}{2}AB = \sqrt{2}R$. Так как $AC = 2R$, $CH = \sqrt{2}R$.

3. Плот утонет, когда будет выполняться следующее условие:

$$m_{\text{системы}}g = \rho_{\text{ж}}gV_{\text{системы}}, \text{ где} \quad (1)$$

$m_{\text{системы}} = m_{\text{чашки}} + m_{\text{Ва}} + m_{\text{воды}} - m_{\text{H}_2}$, $m_{\text{воды}} = ISt$ (I – интенсивность, с которой идет дождь, S – площадь поверхности плота, t – время, через которое плот утонул), $V_{\text{системы}} = Sh = \pi R^2(h_{\text{пленки}} + d)$, а $h_{\text{пленки}}$ – суммарная толщина искомых N слоев пленки. Тогда

$$m_{\text{системы}} = m_{\text{чашки}} + m_{\text{Ва}} + ISt - m_{\text{H}_2} \quad (2)$$

$$m_{\text{системы}} = V_{\text{системы}}\rho_{\text{ж}} = \pi R^2(h_{\text{пленки}} + d)\rho_{\text{ж}} \quad (3)$$

$$h_{\text{пленки}} = \frac{N}{2}CH = \frac{\sqrt{2}}{2}RN \quad (4)$$

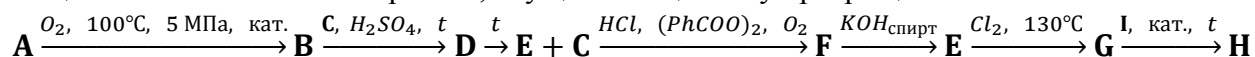
Из уравнений 1 – 4, получим:

$$N = \left(\frac{m_{\text{чашки}} + m_{\text{Ва}} - m_{\text{H}_2} + I\pi R^2 t}{\pi R^2 \rho_{\text{ж}}} - d \right) \cdot \frac{\sqrt{2}}{R} \approx 2 \text{ слоя}$$

Ответ: 2 слоя.

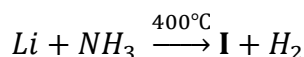
Задача 4 (20 баллов)

На овощехранилище используют вещество **Н** для замедления старения овощей и фруктов. Вещество **Н** можно синтезировать, осуществив цепочку превращений:



Органическое вещество **А** окисляют кислородосодержащим газом в присутствии катализатора при температуре 100°C и давлении 5 МПа с образованием вещества **В** (реакция 1), содержащего третичный атом углерода и применяемого в качестве растворителя. Вещество **В** подают в реактор трубчатого вида для дальнейшей реакции с веществом **С** (реакция 2). Затем продукт реакции **Д** разлагают с получением вещества **Е** и регенерацией вещества **С** (реакция 3). Далее проводят реакцию гидрогалогенирования вещества **Е** с преимущественным образованием изомера **Ф** (реакция 4), реагирующего на следующей стадии со спиртовым раствором едкого кали (реакция 5). Продукт реакции **Е** галогенируют (реакция 6), а образующееся вещество **Г** подвергают взаимодействию с неорганическим веществом **И** в присутствии инертного растворителя с образованием вещества **Н** (реакция 7).

Синтез реагента **И** для заключительной стадии описывается реакцией:

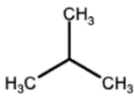
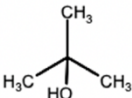
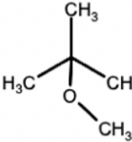
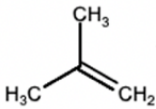
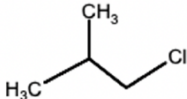
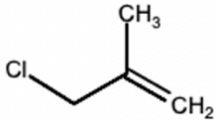
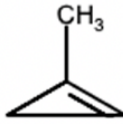


Про вещество **A** известно, что это углеводород, для которого не характерны реакции присоединения и в молекуле которого содержится в 8 раз больше нейтронов, чем электронов отдаёт атом-восстановитель в реакции окисления аммиака в среде кислорода.

1. Установите структурные формулы веществ **A-I**.
2. Приведите уравнения реакций, описывающих все упомянутые превращения.
3. Подтвердите формулу вещества **A** расчетами.

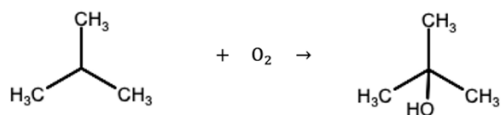
Решение:

Структурные формулы веществ **A-I**:

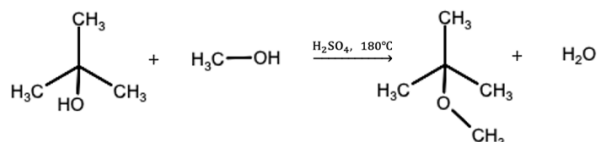
A	B	C	D	E
		$\text{H}_3\text{C}-\text{OH}$		
F	G	H	I	
			LiNH_2	

Реакции, описывающие цепочку превращений:

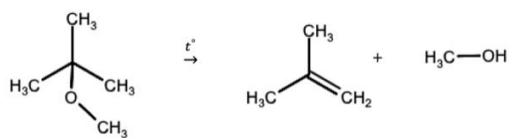
1 реакция:



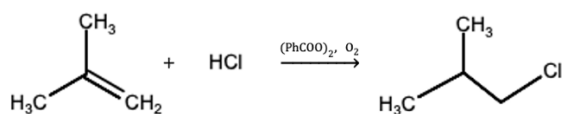
2 реакция:



3 реакция:



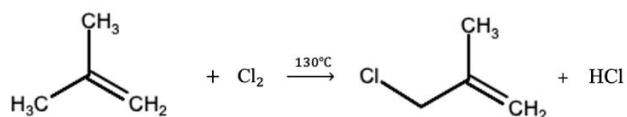
4 реакция:



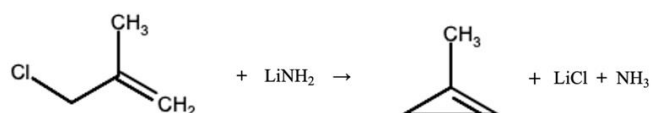
5 реакция:



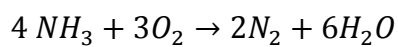
6 реакция:



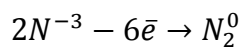
7 реакция:



Реакция окисления аммиака кислородом:



Превращение атома-восстановителя описывается полуреакцией



Таким образом, один атом-восстановитель отдает 3 электрона. По условию задачи в веществе А содержится в 8 раз больше нейтронов, чем отдает электронов атом-восстановитель в реакции окисления аммиака в среде кислорода. Следовательно, молекула вещества А содержит 24 нейтрона. Так как про вещество А известно, что это углеводород, его формулу можно представить в виде C_xH_y . Атом водорода не содержит нейтронов, поэтому все 24 нейтрона приходятся на атомы углерода, т.е. число атомов углерода

$$x = \frac{24}{6} = 4.$$

По условию вещество А – углеводород, не вступающий в реакции присоединения, поэтому количественная формула вещества А имеет вид C_4H_{10} . Исходя из информации о третичном углероде в молекуле вещества В можно заключить, что вещество А – изобутан.

Задача 5 (20 баллов)

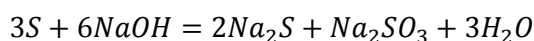
Для очистки железной руды от примеси серы используется расплавленный каустик. Руду смешивают с твердым каустиком, нагревают в муфельной печи до 600 °С и вынимают через несколько часов. Продукт реакции измельчают и отмывают от щелочи и образовавшихся веществ горячей водой. Этот цикл очистки повторяют несколько раз.

Оказалось, что после каждого цикла очистки масса примеси уменьшается на 4%. Однако из-за несовершенства технологического процесса при каждом удалении продуктов реакции убирают также 5 кг чистого железа.

Запишите уравнение реакции, проходящей при очистке. После какого цикла очистки массовая доля примеси в оставшейся руде будет наименьшей, если изначально было 500 кг железа (не включая массу примеси), а повторить цикл очистки можно не более 90 раз? Ответ поясните.

Решение:

Уравнение реакции:



Пусть начальная масса примеси равна m кг. После n -ого цикла очистки остается $(500 - 5n)$ кг железа и $0,96^n \cdot m$ кг примеси. Массовая доля примеси при этом составляет

$\frac{\left(\frac{24}{25}\right)^n \cdot m}{\left(\frac{24}{25}\right)^n \cdot m + 500 - 5n}$. Нужно найти минимум этого выражения, то есть максимум выражения

$\frac{500 - 5n}{\left(\frac{24}{25}\right)^n} = \left(\frac{25}{24}\right)^n (500 - 5n)$. Определим, при каких натуральных n верно неравенство

$$\left(\frac{25}{24}\right)^n (500 - 5n) \geq \left(\frac{25}{24}\right)^{n+1} (500 - 5(n + 1)):$$

$$500 - 5n \geq \frac{25}{24} (495 - 5n)$$

$$12000 - 120n \geq 12375 - 125n$$

$$n \geq 75$$

Таким образом, до 75-ого цикла очистки массовая доля примеси уменьшается, после 75-ого и 76-ого циклов массовые доли примеси равны и минимальны, а затем массовая доля примеси увеличивается.

Ответ: после 75-ого и 76-ого циклов.