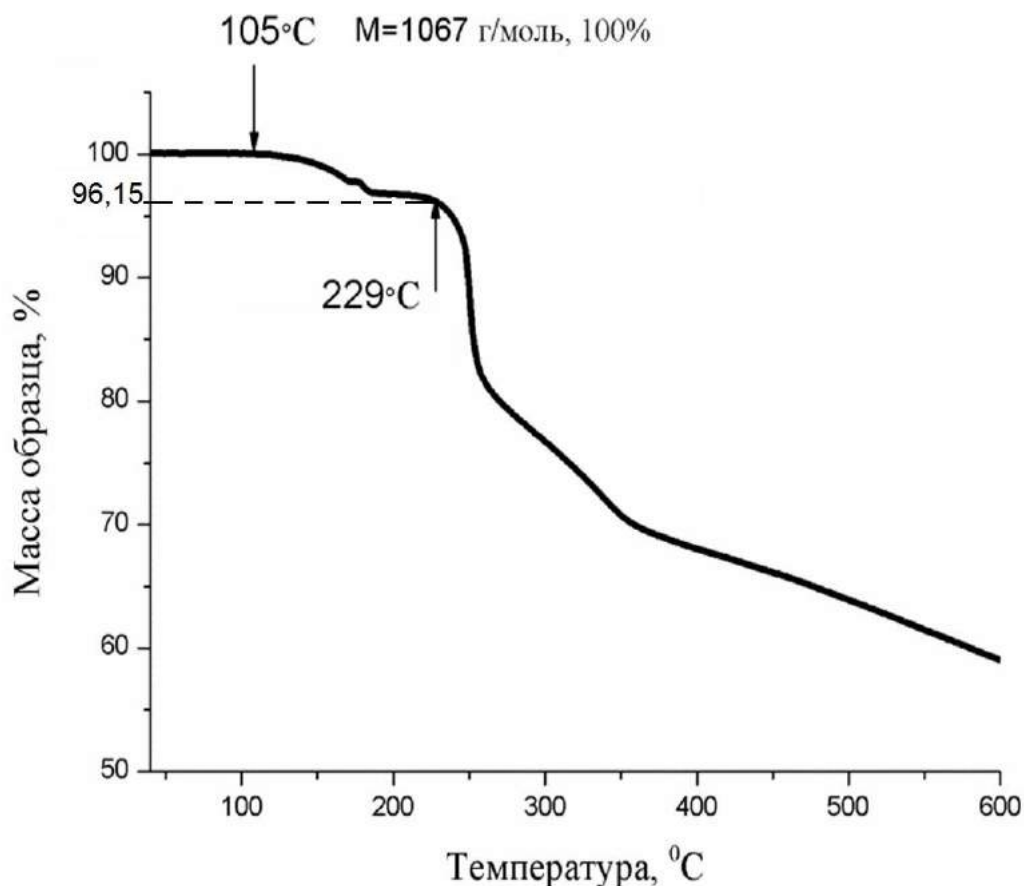


**Задания и решения заключительного этапа  
Олимпиады «Ломоносов» по инженерным наукам 2017/2018  
8-9 классы**

**Задача 1.1 (25 баллов)**

Термогравиметрический анализ (ТГА) — метод анализа, при котором регистрируется зависимость изменения массы исследуемого образца от температуры. Известно, что комплексное соединение соли А с  $\mu(A)=1067 \frac{\text{г}}{\text{моль}}$  содержит в своей структуре одну молекулу растворителя. В результате анализа было получено, что растворитель выходит из структуры комплекса в диапазоне 105–229 °С, после чего соединение полностью разлагается (см. рисунок).

Исходя из данных термогравиметрического анализа определите, какой из возможных растворителей ( $\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{CH}_3\text{CN}$ ,  $\text{CH}_3\text{OH}$ ,  $\text{C}_2\text{F}_5\text{OH}$ ) входит в состав комплексной соли. Приведите возможную схему синтеза данного растворителя из неорганических веществ.



**Решение:**

Из данных термогравиметрического анализа найдем молекулярную массу молекулы растворителя, содержащейся в структуре соли А:

$$\mu(p) = \mu(A) \cdot (1 - 0,9615) \approx 41 \text{ г/моль}$$

Далее найдем молекулярные массы растворителей, представленных в задаче:

$$\mu(\text{H}_2\text{O}) = 18 \text{ г/моль}$$

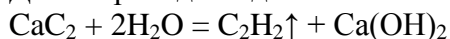
$$\mu(\text{CH}_3\text{CN}) = 41 \text{ г/моль}$$

$$\mu(\text{CH}_3\text{OH}) = 32 \text{ г/моль}$$

$$\mu(\text{C}_2\text{F}_5\text{OH}) = 136 \text{ г/моль}$$

Отсюда находим, что комплексное соединение соли А содержит в своей структуре одну молекулу ацетонитрила ( $\text{CH}_3\text{CN}$ ).

Далее приведем один из способов получения ацетонитрила из неорганических веществ:



$\text{C}_2\text{H}_2 + \text{H}_2\text{O} = \text{CH}_3\text{CHO}$  (ацетальдегид) – реакция протекает в присутствии соли ртути ( $\text{Hg}^{2+}$ ) в кислой среде

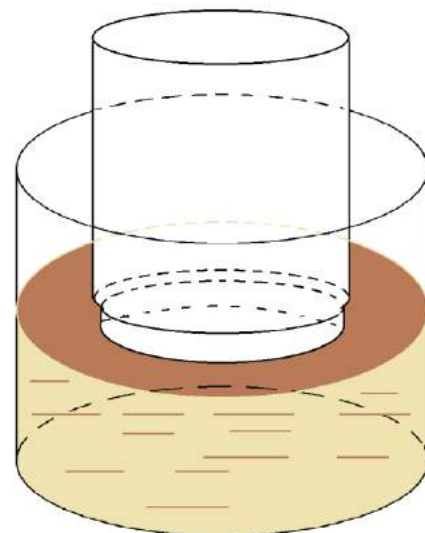
$2\text{CH}_3\text{CHO} + \text{O}_2 = 2\text{CH}_3\text{COOH}$  – реакция протекает в присутствии ацетата марганца (II) при повышенной температуре и давлении

$\text{CH}_3\text{COOH} + \text{NH}_3 = \text{CH}_3\text{CONH}_2 + \text{H}_2\text{O}$  – реакция протекает в присутствии  $\text{Al}_2\text{O}_3$  при повышенной температуре

$\text{CH}_3\text{CONH}_2 = \text{CH}_3\text{CN} + \text{H}_2\text{O}$  – реакция протекает в присутствии  $\text{P}_2\text{O}_5$

**Задача 2.2 (25 баллов)**

Закрепленная перевернутая литровая банка заполнена кислородом и касается горлышком поверхности керосина так, как показано на рисунке. Уровень керосина в сосуде поддерживается постоянным. Внутри банки содержится 1 грамм натрия, который покрыт защитной оболочкой. В некоторый момент времени она разрушается и начинается химическая реакция. На сколько поднимется уровень керосина в банке после того, как весь натрий прореагирует? Все процессы считать изотермическими, проходящими при комнатной температуре и нормальном атмосферном давлении. Объем натрия и продуктов химической реакции считать много меньшим, чем внутренний объем банки. Давлением паров керосина пренебречь. Плотность керосина равна  $0,8 \text{ г/см}^3$ . Для простоты банку считать цилиндром с высотой 20 см.



**Решение:**

Пусть  $m_{\text{Na}} = 1$  г — масса натрия,  $\mu_{\text{Na}} = 23$  г/моль — молярная масса натрия,  $\nu_{\text{Na}} = m_{\text{Na}}/\mu_{\text{Na}} = 1/23$  — число молей натрия. Реакция взаимодействия натрия с кислородом описывается уравнением



поэтому для того, чтобы прореагировал весь натрий, нужно  $1/46$  моль кислорода; в то же время в 1 л при условиях, близких к нормальным, содержится почти  $1/20$  моль газа, т.е. после того, как натрий прореагирует полностью, в банке останется ещё примерно половина исходного количества кислорода.

Пусть  $p_0$  — атмосферное давление (совпадающее с начальным давлением кислорода в банке),  $p_1$  — давление кислорода в банке в конечном состоянии,  $h_0$  — полная высота банки,  $h_1$  — высота столба керосина в банке в конечном состоянии. Тогда условие равновесия в конечном состоянии записывается в виде

$$p_0 = p_1 + \rho g h_1, \quad (2)$$

где  $\rho$  — плотность керосина, а  $g$  — ускорение свободного падения.

Пусть  $\nu_0 = \frac{p_0 V_0}{RT}$  и  $\nu_1$  — начальное и конечное число молей кислорода (здесь  $V_0$  — объём банки,  $T$  — температура, при которой проводится эксперимент [в дальнейшем будем считать, что  $T = 298$  К],  $R$  — универсальная газовая постоянная). Тогда из уравнения реакции (1) следует

$$\nu_1 = \nu_0 - \frac{1}{2}\nu_{\text{Na}}. \quad (3)$$

Поскольку в начальном и конечном состоянии температуры кислорода равны, из уравнения Менделеева-Клапейрона следует, что

$$p_1 = p_0 \frac{\nu_1}{\nu_0} \frac{h_0}{h_0 - h_1}, \quad (4)$$

так что уравнение (2) приобретает вид

$$p_0 \frac{\nu_1}{\nu_0} \frac{h_0}{h_0 - h_1} = p_0 - \rho g h_1. \quad (5)$$

Умножая обе стороны этого уравнения на  $(h_0 - h_1)$  и используя равенство (3), его можно переписать в виде квадратного уравнения на отношение  $\frac{h_1}{h_0}$ :

$$\rho g h_0 \left(\frac{h_1}{h_0}\right)^2 - (p_0 + \rho g h_0) \left(\frac{h_1}{h_0}\right) + p_0 \frac{\nu_{\text{Na}}}{2\nu_0} = 0. \quad (6)$$

Вводя далее обозначения

$$A = \frac{p_0}{\rho g h_0}, \quad x = \frac{h_1}{h_0}, \quad n = \frac{\nu_{\text{Na}}}{2\nu_0}, \quad (7)$$

получаем квадратное уравнение на  $x$

$$x^2 - (A + 1)x + An = 0, \quad (8)$$

решения которого даются формулой

$$x_{1,2} = \frac{A + 1 \pm \sqrt{(A + 1)^2 - 4An}}{2}. \quad (9)$$

Оценим теперь безразмерный параметр  $A$  в формуле (9). Принимая  $h_0$  равным 20 см, а  $\rho = 0.8$  г/см<sup>3</sup>, получаем  $A \sim 65 \gg 1$ . Поскольку по смыслу задачи  $0 \leq x \leq 1$ , в формуле (9) нам нужно взять знак “−” перед корнем (второй корень оказывается существенно превосходящим единицу,  $x_2 \sim A$ ), так что окончательно получаем

$$h_1 = \frac{A + 1 - \sqrt{(A + 1)^2 - 4An}}{2} h_0 \simeq 10.55 \text{ см.} \quad (10)$$

Заметим, что воспользовавшись неравенством  $A \gg 1$ , можно было очень просто получить приближенное решение задачи. Действительно, неравенство  $A \gg 1$  означает, что давление  $\rho g h_1$ , создаваемое (пока ещё неизвестным) столбом керосина высотой ( $h_1 \leq h_0$ ) в банке, заведомо очень мало по сравнению с атмосферным давлением. Это означает, что давление кислорода и в конечном состоянии будет практически совпадать с атмосферным давлением, что в свою очередь означает, что

$$\frac{h_0 - h_1}{h_0} = \frac{\nu_1}{\nu_0}, \quad (11)$$

откуда сразу получаем ответ

$$h_1 = \frac{\nu_{\text{Na}}}{2\nu_0} h_0 \simeq 10.63 \text{ см,} \quad (12)$$

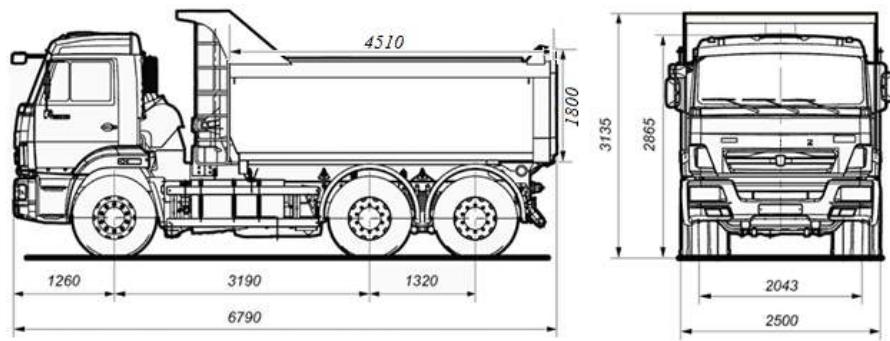
который с точностью до процента совпадает с точным ответом (10).

### **Задача 3.3 (25 баллов)**

С наступлением зимы перед коммунальными службами остро стоит вопрос: что делать с выпавшим снегом? Его можно вывозить на специальные площадки или плавить в снегоплавильных установках прямо в городе. Оцените, на каком расстоянии должна находиться специальная площадка, чтобы вывозить снег было выгоднее, чем плавить его, с использованием наиболее выгодного вида топлива. Ответ поясните. Износом техники пренебречь. Какие достоинства и недостатки есть у каждого из методов? Предложите свои идеи утилизации снега.

	Удельная теплота сгорания	Плотность	Стоимость	КПД установки, работающей на данном виде топлива
Природный газ	33,5 МДж/кг	0,8 кг/м <sup>3</sup>	6 руб/м <sup>3</sup>	98%
Дизельное топливо	42,7 МДж/кг	840 кг/м <sup>3</sup>	40 руб/л	98%
Бензин	44 МДж/кг	750 кг/м <sup>3</sup>	41 руб/л	98%
Древесный уголь	31 МДж/кг	900 кг/м <sup>3</sup>	6000 руб/т	83,5%

Расход топлива для пустой машины: 36 л/100км
Расход топлива для груженой машины: расход пустой +1,3л/100км на каждую тонну груза
Объем снегоплавильной установки: 100 м <sup>3</sup>
Удельная теплота плавления снега: 330 кДж/кг
Плотность снега принять равной 500 кг/м <sup>3</sup>



Автомобиль для вывоза снега

**Решение:**

1. Определим массу снега, вывозимую за 1 раз одним грузовиком:

$$m_{\text{снега}} = \rho \cdot V = \rho \cdot abh \approx 10 \text{ т}$$

2. Выразим расход топлива грузовика на вывоз 10 т снега и возвращение его обратно:

$$(R \cdot S + 1,3 \cdot m_{\text{снега}} \cdot S) + R \cdot S = 2 \cdot R \cdot S + 1,3 \cdot m_{\text{снега}} \cdot S = \left( \frac{2 \cdot 36 \text{ л}}{100 \text{ км}} + \frac{13 \text{ л}}{100 \text{ км}} \right) \cdot S = \frac{85 \text{ л}}{100 \text{ км}} \cdot S$$

$S$ , где  $S$  – расстояние до специальной площадки.

*Пояснение.*

*Грузовик едет к специальной площадке, груженный снегом, а обратно возвращается пустой.*

3. Определим наиболее выгодный вид топлива для расплавки 10 т снега.

$$\text{Итоговая стоимость} = \frac{\lambda m \cdot 100\%}{q \rho \eta\%} \cdot C_{mT}, \text{ где}$$

$\lambda$  – удельная теплота плавления снега;

$m$  – масса снега;

$q$  – удельная теплота сгорания топлива;

$\rho$  – плотность топлива;

$\eta$  – КПД установки;

$C_{mT}$  – стоимость топлива.

Итоговая стоимость (уголь)  $\approx 765$  руб

Итоговая стоимость (природный газ)  $\approx 754$  руб

Итоговая стоимость (бензин)  $\approx 4184$  руб

Итоговая стоимость (дизель)  $\approx 3755$  руб

Нетрудно заметить, что наиболее выгодным видом топлива является природный газ.

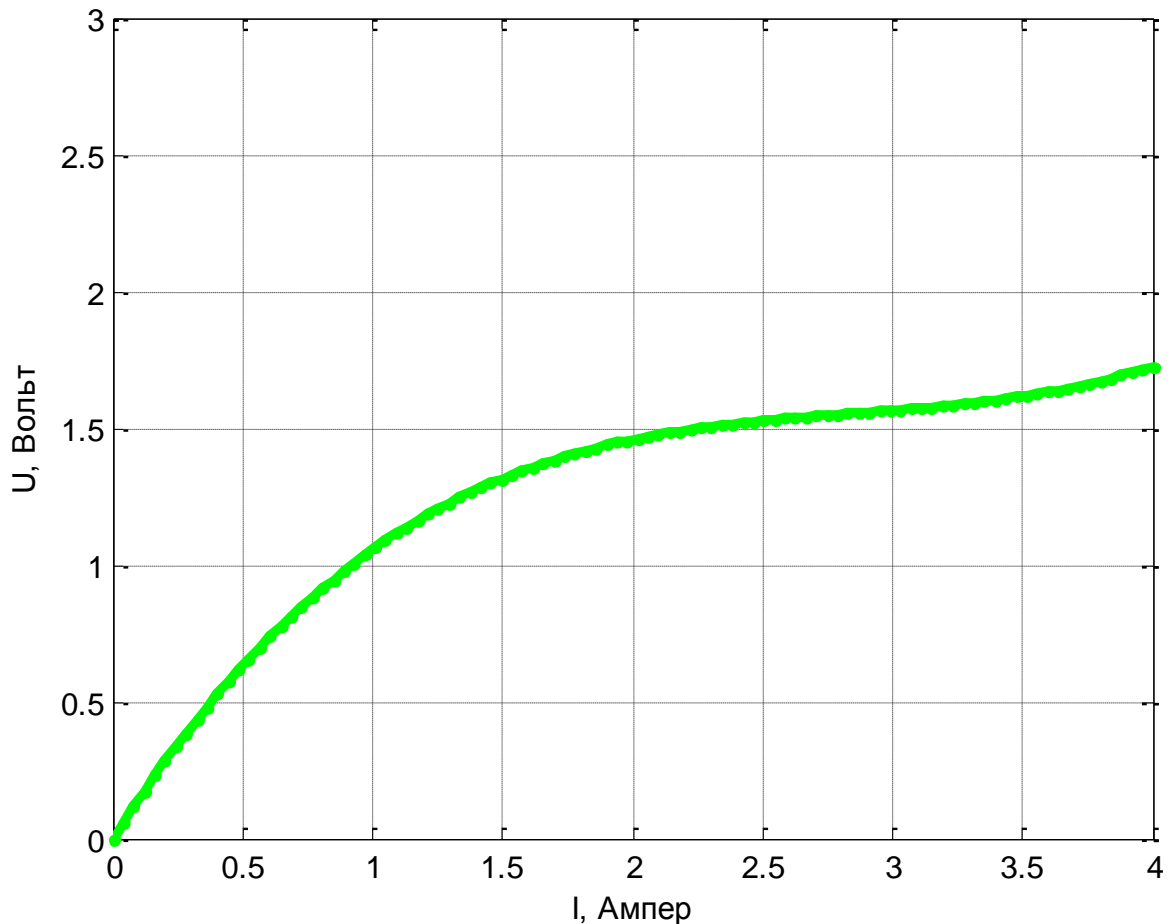
Тогда:

$$\frac{\lambda m \cdot 100\%}{q \rho \eta\%} \cdot C_{m\text{газа}} > \frac{85 \text{ л}}{100 \text{ км}} \cdot S \cdot C_{m\text{дизель}}$$

Решая данное неравенство, находим, что  $S < 22,2$  км. Таким образом, специальная площадка должна находиться не далее 22,2 км от города.

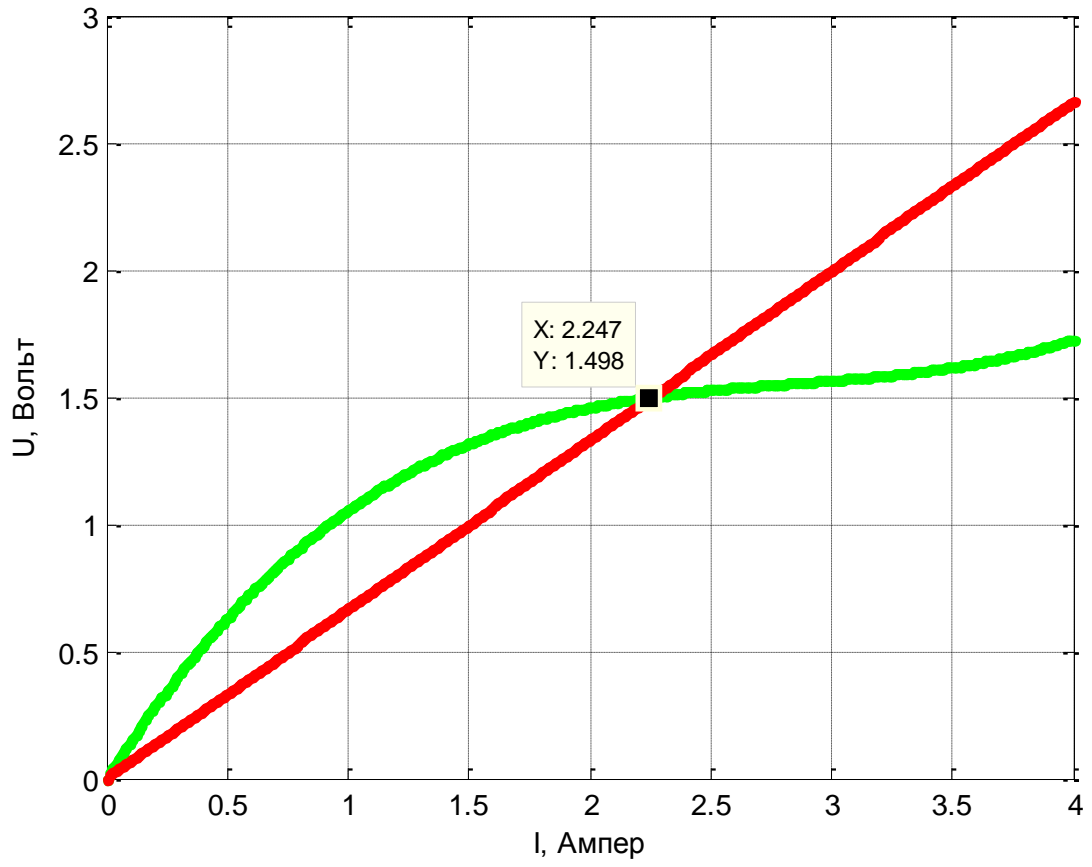
#### **Задача 4.2 (25 баллов)**

Участок цепи содержит соединенные последовательно резистор с сопротивлением  $R = 2$  Ом и дополнительную нагрузку, ток через которую связан с напряжением на ней так, как показано на рисунке. Известно, что на дополнительной нагрузке рассеивается в три раза меньшая мощность, чем на резисторе. Чему равно падение напряжения на резисторе?



#### **Решение:**

Пусть  $U(I)$  – напряжение на нагрузке, когда через нее протекает ток  $I$ . Воспользуемся тем, что мощность, рассеиваемая на произвольном элементе цепи, через который течет ток  $I$ , равна произведению  $UI$ , где  $U$  – падение напряжения на рассматриваемом элементе. Следовательно, поскольку токи через включенные последовательно резистор и дополнительную нагрузку одинаковы, напряжение на нагрузке в три раза меньше, чем на резисторе, т.е.  $U(I) = IR/3$ . Это уравнение на ток  $I$  можно приближенно решить графически, найдя точку пересечения кривой  $U(I)$  и прямой линии  $U = IR/3$  (см. рисунок). Такое построение дает  $I \approx 2,25$  А,  $U \approx 2,0$  В. Поэтому падение напряжения на резисторе равно  $IR \approx 4,5$  В.



**Ответ: 4,5 В.**