

**Задания и решения второго тура отборочного этапа
Олимпиады «Ломоносов» по инженерным наукам 2017/2018
5-7 классы**

Задача 1 (20 баллов).

Инженер Александр сконструировал робота-поисковика. Из-за допущенной при программировании ошибки робот двигался по следующей схеме.

На первом этапе из начальной точки он прошел по прямой 1 м и повернул направо. На втором этапе он прошел по прямой 2 м и снова повернул направо. На третьем этапе робот прошел по прямой 3 м и опять повернул направо. Таким образом он двигался и дальше, на каждом этапе проходя по прямой на 1 м больше, чем на предыдущем этапе, и в конце этапа поворачивая направо. Наконец, на двадцатом этапе робот прошел по прямой 20 м и снова повернул направо. Только в этот момент Александр заметил ошибку в программе и сразу остановил робота до того, как тот приступил к выполнению двадцать первого этапа.

«Нужно вернуть робота в начальную точку», – подумал Александр и запустил выполнение следующей схемы движения.

На первом этапе робот прошел по прямой 20 м и повернул направо. На втором этапе он прошел по прямой 19 м и снова повернул направо. Таким образом робот двигался и дальше, на каждом этапе проходя по прямой на 1 м меньше, чем на предыдущем этапе, и в конце этапа поворачивая направо. Наконец, на двадцатом этапе робот прошел по прямой 1 м, повернул направо и остановился.

- а) Действительно ли робот оказался в той же точке, что и в начале? Ответ обоснуйте.
б) Оказался ли робот направленным в ту же сторону, что и в начале? Ответ обоснуйте.

Решение:

Назовем «правым» направление, по которому робот прошел первый этап пути, а «нижним» – по которому он прошёл второй этап пути. Соответственно, «левое» направление противоположно «правому», а «верхнее» – «нижнему».

До того, как Александр заметил ошибку, робот прошел:

$1 - 3 + 5 - 7 + 9 - 11 + 13 - 15 + 17 - 19 = (-2) + (-2) + (-2) + (-2) + (-2) = -10$ м вправо, то есть 10 м влево,

$2 - 4 + 6 - 8 + 10 - 12 + 14 - 16 + 18 - 20 = (-2) + (-2) + (-2) + (-2) + (-2) = -10$ м вниз, то есть 10 м вверх.

При этом после каждого четвертого этапа робот оказывался направленным вправо, соответственно, после двадцатого этапа он был направлен вправо.

При попытке возврата робот прошел:

$20 - 18 + 16 - 14 + 12 - 10 + 8 - 6 + 4 - 2 = 2 + 2 + 2 + 2 = 10$ м вправо,

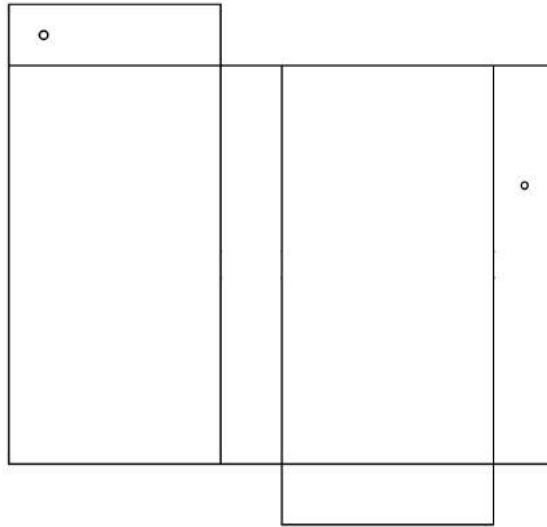
$19 - 17 + 15 - 13 + 11 - 9 + 7 - 5 + 3 - 1 = 2 + 2 + 2 + 2 = 10$ м вниз.

Как и раньше, после двадцати этапов он оказался направленным вправо. В сумме за всё время робот прошёл $10 - 10 = 0$ м вправо и $10 - 10 = 0$ м вниз, оказавшись в исходной точке.

Ответ: а) да; б) да.

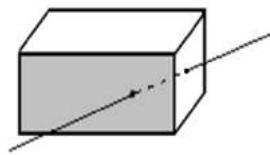
Задача 2 (20 баллов).

Некоторое геометрическое тело проткнули один раз спицей. На рисунке изображена развертка поверхности данного тела с получившимися отверстиями. Что это за геометрическое тело? Изобразите данное геометрическое тело вместе с протыкающей его спицей.



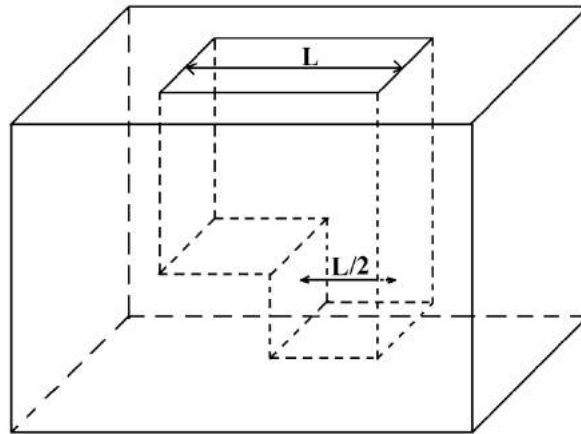
Решение:

Изображенное геометрическое тело – прямоугольный параллелепипед.



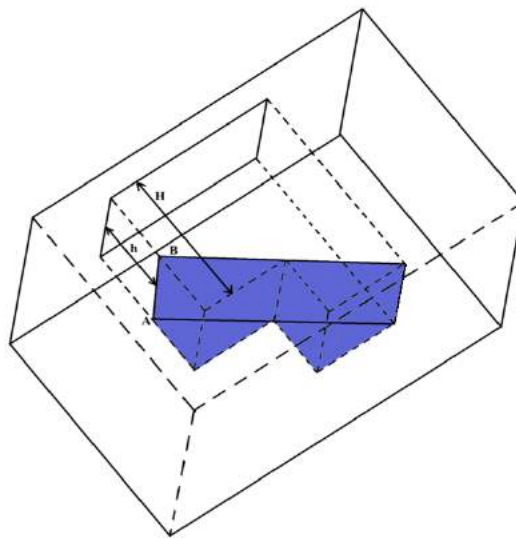
Задача 3 (20 баллов).

Дана деталь, в которой есть глубокая выемка, имеющая вид прямоугольного параллелепипеда. На дне этой выемки есть еще одна выемка меньшей глубины, также имеющая вид прямоугольного параллелепипеда, три грани которого являются продолжениями граней большей выемки (см. рисунок). Известно, что ширина меньшей выемки составляет половину от ширины большей. Дно обеих выемок хорошо просматривается снаружи. Как измерить глубину меньшей выемки, если в наличии есть только кран с водой и длинная тонкая линейка, которая пролезает в большую выемку и не пролезает в меньшую выемку?



Решение:

Сначала измерим линейкой глубину H большей выемки; по условию это возможно. Затем нальем в деталь воду так, чтобы она заполнила меньшую выемку, но не вышла за ее пределы. Затем наклоним деталь так, как показано на рисунке, тогда ровно половина воды перельется в большую выемку. Это можно сделать, так как ширина меньшей выемки в два раза меньше ширины большей выемки, а глубина меньшей выемки меньше глубины большей. Измерим глубину h большей выемки до линии АВ (см. рисунок). Величина $d = H - h$ и будет искомой глубиной.



Задача 4 (20 баллов).

По двум одинаковым круговым трекам двигаются два гонщика. Если представить положения первого и второго гонщиков на треке как положение часовой и минутной стрелки на циферблате соответственно, то в начальный момент времени гонщики находятся в положениях 12 часов и 00 минут соответственно. Найдите отношение скорости первого гонщика к скорости второго гонщика, если в некоторый момент времени после начала движения первый гонщик находится в положении, которому соответствует 1 час на циферблате, а второй гонщик находится в положении, которому соответствует 40 минут на циферблате. Известно, что гонщики двигаются равномерно по часовой стрелке, при этом ни один из них не прошел полный круг.

Решение:

Обозначим длину каждого трека через S . Пусть V_1 и V_2 – скорости первого и второго гонщиков соответственно. Из конечных положений гонщиков, проведя аналогии с циферблатами, можно понять, что первый гонщик прошел путь $S_1 = \frac{S}{12}$, а второй – путь $S_2 = \frac{2S}{3}$. Пусть t – время, прошедшее с начала движения, тогда:

$$V_1 = \frac{S_1}{t}, V_2 = \frac{S_2}{t}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{S_1}{S_2} = \frac{S}{12} : \frac{2S}{3} = \frac{1}{8}$$

Ответ: 1 : 8.

Задача 5 (20 баллов).

Представим, что у нас есть кристалл поваренной соли, представляющий собой кубик объемом 1 куб. мм. Будем считать, что этот кристалл состоит из мельчайших кубиков, стороны которых равны примерно 0,25 нанометра (1 нанометр – одна миллиардная часть метра). Оцените, какой длины будет цепочка из этих мельчайших кубиков, если все их сложить один к другому в ряд?

Решение:

В одном миллиметре содержится один миллион нанометров. По каждому из трех измерений (длина, ширина и высота) в кристалле содержится $\frac{1\,000\,000}{0,25} = 4\,000\,000$ мельчайших кубиков.

Тогда весь кристалл поваренной соли будет содержать

$4\,000\,000 \cdot 4\,000\,000 \cdot 4\,000\,000 = 64\,000\,000\,000\,000\,000$ мельчайших кубиков.

Если выстроить их в одну цепь, то ее длина будет представлять собой произведение количества кубиков на длину ребра кубика и составит

$(64\,000\,000\,000\,000\,000 \cdot 0,25)$ нанометров = $16\,000\,000\,000\,000\,000$ нанометров = 16 миллиардов метров = 16 миллионов километров.

Ответ: 16 миллионов километров.