

# Задания и решения заключительного этапа Олимпиады «Ломоносов» по инженерным наукам 2017/2018 10-11 классы

## Задача 1.3 (25 баллов)

Важная часть любого химического эксперимента – мытье лабораторной посуды. Одним из распространенных моющих средств, которое можно найти в любой лаборатории, является хромовая смесь (хромпик). Согласно ГОСТ 4517-2016, для приготовления хромпика необходимо к 100 см<sup>3</sup> концентрированной серной кислоты добавить 9,2 г дихромата калия. Свежий раствор хромпика имеет темно-коричневый цвет с легким желтоватым оттенком.

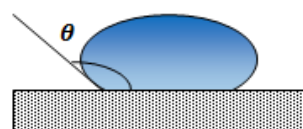
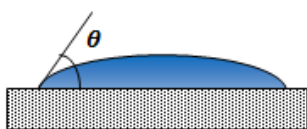


*Схема очистки лабораторной посуды хромовой смесью:*

- 1) загрязненную посуду замачивают в хромпике;*
- 2) затем посуду промывают дистиллированной водой и ставят сушиться.*

Раствор хромовой смеси

1. Напишите уравнение реакции, которая происходит при растворении дихромата калия в концентрированной серной кислоте.
2. Можно ли для приготовления моющей смеси использовать перманганат калия с концентрированной серной кислотой?
3. На рисунке изображены две капли на стеклянных пластинках. Одна из них была очищена хромовой смесью. Какая? Ответ поясните.



## Решение:

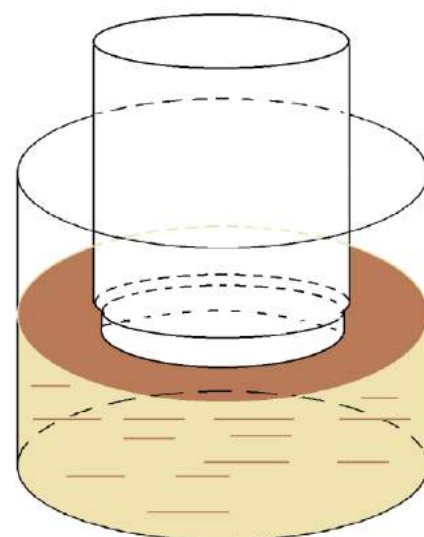
1.  $K_2Cr_2O_7 + H_2SO_4 = 2CrO_3 + K_2SO_4 + H_2O$
2.  $2KMnO_4 + H_2SO_4 = "Mn_2O_7" + H_2O + K_2SO_4$

Формально оксид марганца (VII) так получать нельзя: он разлагается со взрывом. Поэтому он помещен в уравнении реакции в кавычки. Допускается ответ без кавычек с указанием свойств оксида. Соответственно, использовать в качестве моющей смеси такой состав нельзя.

3. Капля на рисунке слева смачивает поверхность пластинки, в то время как капля на рисунке справа не смачивает. Соответственно, поверхность пластинки на рисунке справа загрязнена, например, жирами. Таким образом, очищена хромовой смесью была пластинка на левом рисунке.

### **Задача 2.1 (25 баллов)**

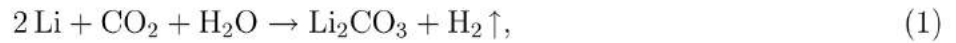
Закрепленная перевернутая литровая банка заполнена азотом и влажным углекислым газом и касается горлышком поверхности керосина так, как показано на рисунке. Уровень керосина в сосуде поддерживается постоянным. Внутри банки находится литий, который покрыт защитной оболочкой. В некоторый момент времени она разрушается и начинается химическая реакция. На сколько поднимется уровень керосина в банке после того, как весь литий прореагирует, если известно, что с азотом прореагировало в 3 раза больше лития, чем с влажным углекислым газом, и все первоначально находившиеся в банке газы прореагировали полностью? Образованиием щелочи пренебречь. Все процессы считать изотермическими, проходящими при комнатной температуре и нормальном атмосферном давлении. Давлением паров керосина пренебречь. Плотность керосина –  $0,8 \text{ г/см}^3$ . Для простоты банку считать цилиндром с высотой 20 см.



**Решение:**

Пусть  $p_0 = 101325$  Па — атмосферное давление, совпадающее с начальным давлением всех имеющихся в банке газов, а  $\nu_0$  — суммарное количество этих газов (сумма числа молей всех газов).

Реакция взаимодействия лития с влажным углекислым газом описывается уравнением



а с азотом —



Из этих уравнений видно, что в реакции (1) на один моль углекислого газа (плюс один моль водяного пара) расходуется 2 моля лития, а в реакции (2) на один моль азота расходуется 6 молей лития, т.е. в три раза больше.

В условии задачи сказано, что прореагировал весь литий и все первоначально присутствовавшие в банке газы, причем с азотом прореагировало в три раза больше лития, чем с влажным углекислым газом. Поэтому (1) число молей углекислого газа в банке равно числу молей водяного пара; (2) число молей азота в банке было равно числу молей углекислого газа и числу молей водяного пара, т.е., каждое из этих чисел равно  $\nu_0/3$  (поскольку в сумме они дают  $\nu_0$ ). Далее, из уравнения (1) следует, что число молей выделившегося водорода  $\nu_1$  равно числу молей прореагировавшего углекислого газа, т.е.  $\nu_1 = \nu_0/3$ .

Пусть  $p_1$  — давление газа (водорода), а  $h_1$  — высота столба керосина в банке в конечном состоянии. Тогда условие равновесия в конечном состоянии записывается в виде

$$p_0 = p_1 + \rho g h_1, \quad (3)$$

где  $\rho$  — плотность керосина, а  $g$  — ускорение свободного падения.

Поскольку в начальном и конечном состоянии температуры газов равны, из уравнения Менделеева-Клапейрона следует, что

$$p_1 = p_0 \frac{\nu_1}{\nu_0} \frac{h_0}{h_0 - h_1}, \quad (4)$$

где  $h_0$  — полная высота банки, так что уравнение (3) приобретает вид

$$p_0 \frac{\nu_1}{\nu_0} \frac{h_0}{h_0 - h_1} = p_0 + \rho g h_1. \quad (5)$$

Умножая обе стороны этого уравнения на  $(h_0 - h_1)$  и пользуясь тем, что  $\nu_1/\nu_0 = 1/3$ , его можно переписать в виде квадратного уравнения на отношение  $\frac{h_1}{h_0}$ :

$$\rho g h_0 \left( \frac{h_1}{h_0} \right)^2 - (p_0 + \rho g h_0) \left( \frac{h_1}{h_0} \right) + \frac{2}{3} p_0 = 0. \quad (6)$$

Вводя далее обозначения

$$A = \frac{p_0}{\rho g h_0}, \quad x = \frac{h_1}{h_0}, \quad n = \frac{2}{3}, \quad (7)$$

получаем квадратное уравнение на  $x$

$$x^2 - (A + 1)x + An = 0, \quad (8)$$

решения которого даются формулой

$$x_{1,2} = \frac{A + 1 \pm \sqrt{(A + 1)^2 - 4An}}{2}. \quad (9)$$

Оценим теперь безразмерный параметр  $A$  в формуле (9). Принимая  $h_0$  равным 20 см, а  $\rho = 0.8$  г/см<sup>3</sup>, получаем  $A \sim 65 \gg 1$ . Поскольку по смыслу задачи  $0 \leq x \leq 1$ , в формуле (9) нам нужно взять знак “−” перед корнем (второй корень оказывается существенно превосходящим единицу,  $x_2 \sim A$ ), так что окончательно получаем

$$h_1 = \frac{A + 1 - \sqrt{(A + 1)^2 - 4An}}{2} h_0 \simeq 13.26 \text{ см}. \quad (10)$$

Заметим, что воспользовавшись неравенством  $A \gg 1$ , можно было очень просто получить приближенное решение задачи. Действительно, неравенство  $A \gg 1$  означает, что давление  $\rho gh_1$ , создаваемое (пока ещё неизвестным) столбом керосина высотой ( $h_1 \leq h_0$ ) в банке, заведомо очень мало по сравнению с атмосферным давлением. Это означает, что давление азота и в конечном состоянии будет практически совпадать с атмосферным давлением, что в свою очередь означает, что

$$\frac{h_0 - h_1}{h_0} = \frac{\nu_1}{\nu_0} = \frac{1}{3}, \quad (11)$$

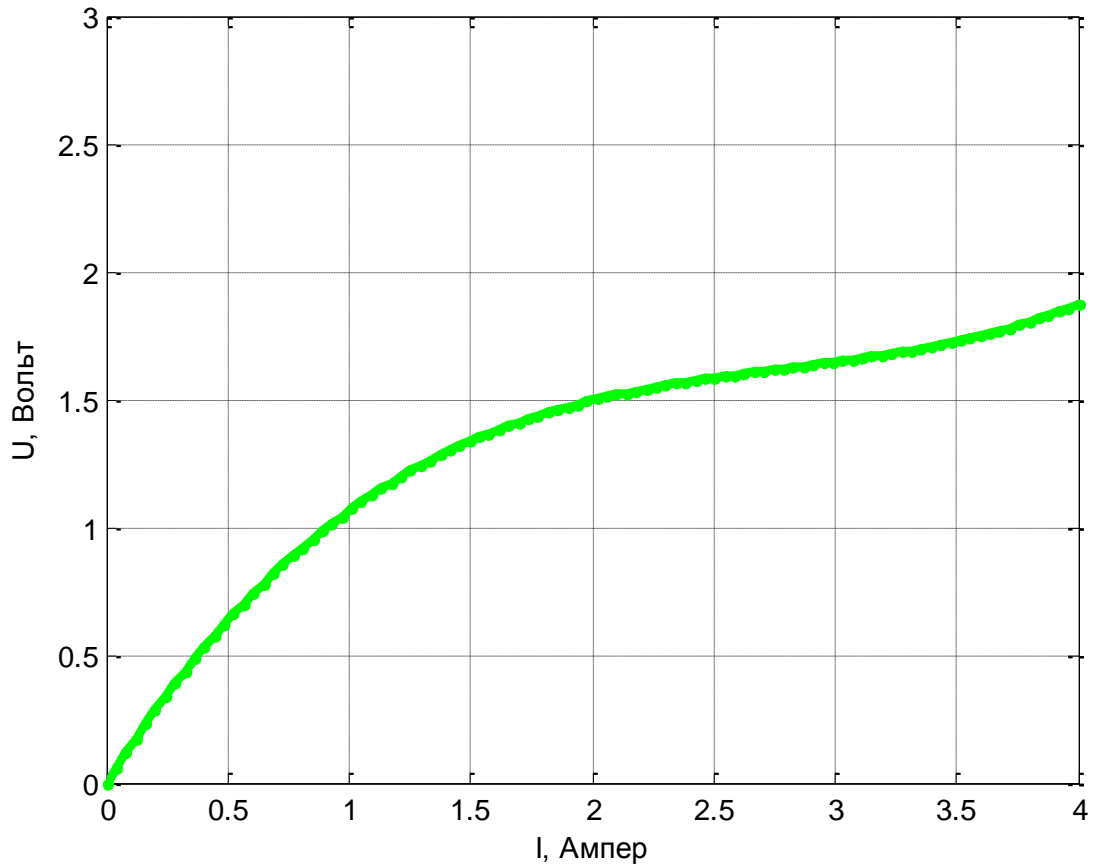
откуда сразу получаем ответ

$$h_1 = \frac{2}{3} h_0 \simeq 13.33 \text{ см}, \quad (12)$$

который с точностью до процента совпадает с точным ответом (10).

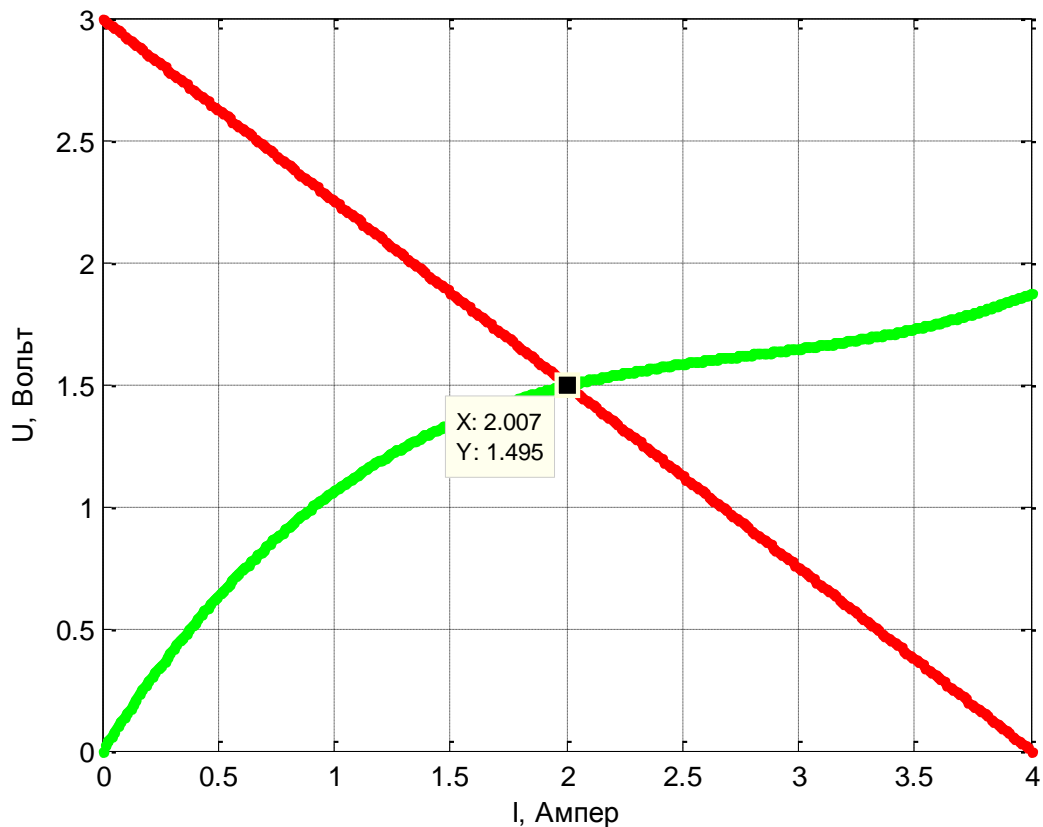
### **Задача 3.2 (25 баллов)**

К батарее с ЭДС  $\mathcal{E} = 4$  В и внутренним сопротивлением  $r = 1$  Ом параллельно подключены обычный резистор с сопротивлением  $R = 3$  Ом и дополнительная нагрузка, ток через которую связан с напряжением на ней так, как показано на рисунке. Чему равно полное количество теплоты, выделяющееся во всей цепи в единицу времени?



**Решение:**

По закону сохранения энергии полное количество теплоты  $Q$ , выделяющееся во всей цепи в единицу времени, равно работе электродвижущих сил в единицу времени, т.е.  $Q = \mathcal{E}I_B$ , где  $I_B$  – ток через батарейку. Пусть  $U(I)$  – напряжение на нагрузке, когда через нее протекает ток  $I$ . Очевидно, что при указанном в задаче соединении напряжение на нагрузке  $U$  совпадает с напряжением на обычном резисторе и напряжением на зажимах батарейки. Воспользуемся тем, что ток через обычный резистор равен  $I_R = U/R$ , а напряжение на зажимах батарейки  $U_B = \mathcal{E} - I_B r$ . Поскольку  $I_B = I_R + I$ , приравняв  $U$  и  $U_B$ , получаем  $\mathcal{E} - (I_R + I)r = U(I)$ , т.е.  $\mathcal{E} - \left(\frac{U(I)}{R} + I\right)r = U(I)$ , откуда следует уравнение  $\frac{\mathcal{E} - Ir}{1 + r/R} = U(I)$ . Это уравнение можно приближенно решить графически, найдя точку пересечения кривой  $U(I)$  и прямой линии  $U = \frac{\mathcal{E} - Ir}{1 + r/R}$ . Такое построение дает  $I \approx 2,0$  А,  $U_B = U \approx 1,5$  В. Поэтому  $I_R = \frac{U}{R} \approx 0,5$  А, так что ток через батарейку равен  $I_B = I_R + I \approx 2,5$  А. Следовательно, полное джоулево тепло, выделяющееся во всей цепи, равно  $Q = \mathcal{E}I_B \approx 10$  Вт



**Ответ: 10 Вт.**

**Задача 4.3 (25 баллов)**

В банке с 200 мл 10% раствора глюкозы, плотность которого примем равной  $1\text{г/см}^3$ , поместили колонию бактерий. Бактерии осуществляют процесс маслянокислого брожения.

Известно, что для поддержания жизнедеятельности бактериям нужно  $0,1\text{ мг}$  кислорода в час. При этом колония перерабатывает  $1\text{ мг}$  глюкозы в час. Объем банки –  $10\text{ л}$ . Определите состав воздуха в банке после того, как бактерии переработали всю глюкозу. Количество бактерий считать неизменным.

Исходный состав воздуха принять следующим:

Компонент	Доля компонента, масс. %
$\text{N}_2$	75,00
$\text{O}_2$	23,00

CO <sub>2</sub>	0,05
H <sub>2</sub> O	0,45
Ar	1,50

**Решение:**

Вычисляя начальный состав воздуха в банке (объем воздуха равен 10 л – 200 мл = 9,8 л) в соответствии с начальными массовыми долями компонентов, заданными в таблице, получаем:

$$m(\text{N}_2) = 8,820000 \text{ г,}$$

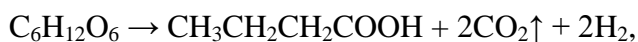
$$m(\text{O}_2) = 2,704800 \text{ г,}$$

$$m(\text{CO}_2) = 0,005880 \text{ г,}$$

$$m(\text{H}_2\text{O}) = 0,052920 \text{ г,}$$

$$m(\text{Ar}) = 0,176400 \text{ г.}$$

Маслянокислое брожение описывается формулой



поэтому на каждый моль переработанной глюкозы выделяются два моля углекислого газа и два моля водорода. Кроме того, из условий задачи следует, что на переработку 1 г глюкозы расходуется 0,1 г кислорода. Поскольку молярная масса глюкозы равна 180 г/моль, в 200 г 10% раствора глюкозы содержится  $20/180 = 0,11111$  моль глюкозы. Это означает, что после переработки всей глюкозы содержание кислорода в воздухе уменьшится на 2 г, а количество углекислого газа увеличится на 0,22222 моль; кроме того, в воздухе дополнительно появится 0,22222 моль водорода. Поэтому окончательный состав воздуха будет таким:

N <sub>2</sub>	8,82000 г
O <sub>2</sub>	0,704800 г
CO <sub>2</sub>	9,783658 г
H <sub>2</sub> O	0,052920 г
Ar	0,176400 г
H <sub>2</sub>	0,444444 г

Отсюда находим массовые проценты различных компонент в окончательном составе воздуха:

N <sub>2</sub>	44,139235 %
O <sub>2</sub>	3,527135 %
CO <sub>2</sub>	48,961810 %
H <sub>2</sub> O	0,264835 %
Ar	0,264835 %
H <sub>2</sub>	2,224199 %