

**Министерство науки и высшего образования РФ**  
**Совет ректоров вузов Томской области**  
**Открытая региональная межвузовская олимпиада 2020-2021**  
**МАТЕМАТИКА (9 класс)**  
**Отборочный этап**  
**Вариант 1**

1. Докажите, что дробь  $\frac{2021(n^3-n)}{6}$  при любом натуральном  $n$  есть целое число?  
(7 баллов)
2. Найдите значение выражения  $\frac{p(2020a)}{p\left(\frac{1}{2020a}\right)}$  при условии, что  $p(a) = \left(a + \frac{2021}{a}\right)\left(2021a + \frac{1}{a}\right)$   
(7 баллов)
3. Учитель и ученик загадали числа в виде  $(t^2 + 3)$  и  $(t + 1)$  соответственно. Число учителя составляет столько процентов от числа  $t^2$ , сколько процентов число ученика составляет от числа  $t$ . Найдите эти числа.  
(7 баллов)
4. Даны три числа  $a, b, c$ . Докажите, что 
$$\left(\frac{a + b + c}{3}\right)^2 \geq \frac{ab + bc + ca}{3}.$$
  
(7 баллов)
5. В треугольнике  $ABC$  проведены прямые  $BM$  и  $CN$ , где точки  $M$  и  $N$  принадлежат  $AC$   $AB$  соответственно, и прямые  $BM$  и  $CN$  пересекаются в точке  $Q$ . Найдите  $BQ:QM$ , если известно, что  $AM:MC = 4:5$ ,  $AN:NB = 3:2$ .  
(7 баллов)

**Внимание!** Задача считается решенной, если, помимо правильного ответа, приведены необходимые объяснения.

**Желаем успеха!**

**Министерство науки и высшего образования РФ**  
**Совет ректоров вузов Томской области**  
**Открытая региональная межвузовская олимпиада 2020-2021**  
**МАТЕМАТИКА (9 класс)**  
**Отборочный этап**  
**Вариант 2**

1. Докажите, что дробь  $\frac{2023(m^3-m)}{6}$  при любом натуральном  $m$  есть целое число?  
(7 баллов)

2. Найдите значение выражения

$$\frac{p(2021a)}{p\left(\frac{1}{2021a}\right)} \quad \text{при условии, что} \quad p(a) = \left(a + \frac{2020}{a}\right)\left(2020a + \frac{1}{a}\right).$$

(7 баллов)

3. Учитель и ученик загадали числа в виде  $(t^2 + 5)$  и  $(t + 1)$  соответственно. Число учителя составляет столько процентов от числа  $t^2$ , сколько процентов число ученика составляет от числа  $t$ . Найдите эти числа.

(7 баллов)

4. Даны три неотрицательных числа  $a, b, c$ . Докажите, что

$$ab + bc + ac \geq a\sqrt{bc} + b\sqrt{ac} + c\sqrt{ab}.$$

(7 баллов)

5. В треугольнике  $ABC$  проведены прямые  $BM$  и  $CN$ , где точки  $M$  и  $N$  принадлежат  $AC$   $AB$  соответственно, и прямые  $BM$  и  $CN$  пересекаются в точке  $Q$ . Найдите  $BQ:QM$ , если известно, что  $AM:MC = 3:7$ ,  $AN:NB = 5:2$ .

(7 баллов)

**Внимание!** Задача считается решенной, если, помимо правильного ответа, приведены необходимые объяснения.

**Желаем успеха!**