

Министерство науки и высшего образования РФ
Совет ректоров вузов Томской области
Открытая региональная межвузовская олимпиада 2020-2021
МАТЕМАТИКА (9 класс)
Заключительный этап
Вариант 1

1. Вычислите $\frac{2(a^4b+ab^4)}{a^2-ab+b^2} - \frac{(b^4-a^4)(b+a)}{a^2-b^2}$ при $a = -1, \underbrace{4 \dots 44}_{2021}$, $b = -1, \underbrace{5 \dots 55}_6$.

(7 баллов)

2. Найдите все тройки целых чисел (x, y, z) , которые удовлетворяют следующим условиям

$$\begin{cases} x^2 + 2y^2 - 2y \cdot z = 100, \\ 2x \cdot y - z^2 = 100. \end{cases}$$

(7 баллов)

3. Известно, что графики функций $y = x^2 + ax + b$ и $y = x^2 + cx + d$ имеют общую точку $(1; 1)$. Возможно ли, чтобы $a^{2021} + d^{2020} > c^{2020} - b^{2021}$? Ответ объясните.

(7 баллов)

4. Докажите, что для любых чисел a, b, c выполняется неравенство

$$a^4 + b^4 + c^4 \geq a^2bc + b^2ac + c^2ab.$$

(7 баллов)

5. В треугольнике ABC на сторонах AB и BC поставлены две точки P и Q соответственно, причем угол AOC в два раза больше угла POQ , где точка O – центр описанной окружности. Возможно ли, чтобы периметр треугольника PBQ оказался меньше длины стороны AC ? Ответ объясните.

(7 баллов)

Внимание! Задача считается решенной, если, помимо правильного ответа, приведены необходимые объяснения.

Желаем успеха!

Министерство науки и высшего образования РФ
Совет ректоров вузов Томской области
Открытая региональная межвузовская олимпиада 2020-2021
МАТЕМАТИКА (9 класс)
Заключительный этап
Вариант 2

1. Вычислите $\frac{2(a^4b+ab^4)}{a^2-ab+b^2} - \frac{(b^4-a^4)(b+a)}{a^2-b^2}$ при $a = -1, \underbrace{7 \dots 77}_{2021}$, $b = -1, \underbrace{2 \dots 22}_3$.

(7 баллов)

2. Найдите все тройки целых чисел (x, y, z) , которые удовлетворяют следующим условиям

$$\begin{cases} x^2 + 2y^2 - 2y \cdot z = 900, \\ 2x \cdot y - z^2 = 900. \end{cases}$$

(7 баллов)

3. Известно, что графики функций $y = x^2 + ax + b$ и $y = x^2 + cx + d$ имеют общую точку $(1; 1)$. Возможно ли, чтобы $a^{2023} + d^{2020} < c^{2020} - b^{2023}$? Ответ объясните.

(7 баллов)

4. Докажите, что для любых чисел a, b, c выполняется неравенство

$$a^4 - a^2bc + b^4 - b^2ac \geq c^2ab - c^4.$$

(7 баллов)

5. В треугольнике MNK на сторонах MN и NK поставлены две точки P и Q соответственно, причем угол $МОК$ в два раза больше угла POQ , где точка O – центр описанной окружности. Возможно ли, чтобы периметр треугольника PNQ оказался меньше длины стороны MK ? Ответ объясните.

(7 баллов)

Внимание! Задача считается решенной, если, помимо правильного ответа, приведены необходимые объяснения.

Желаем успеха!