

Министерство науки и высшего образования РФ
Совет ректоров вузов Томской области
Открытая региональная межвузовская олимпиада 2020-2021
МАТЕМАТИКА (8 класс)
Заключительный этап
Вариант 1

1. Вычислите $\frac{2ab(a^3-b^3)}{a^2+ab+b^2} - \frac{(a^4-b^4)(a-b)}{a^2-b^2}$ при $a = 1, \underbrace{7 \dots 77}_{2021}$, $b = -2, \underbrace{2 \dots 22}_3$.

(7 баллов)

2. Решите в целых числах уравнение

$$(x - 2021)^2 - y^2 + 2y = 14.$$

(7 баллов)

3. Дядя Ваня отправился на рынок, чтобы купить в свой сад новые деревья (саженцы) – вишни и яблони. В результате он купил яблони по цене 550 рублей за штуку, а вишни – по 990 рублей за штуку. Всего он истратил 25200 рублей, из которых переплата (целое число рублей) составила от 160 до 200 рублей из-за отсутствия сдачи у некоторых продавцов. Сколько вишен и яблонь купил дядя Ваня на рынке?

(7 баллов)

4. Докажите, что для любых чисел a, b, c , причем $a > b > c$, выполняется неравенство

$$a^2b + b^2c + c^2a > b^2a + a^2c + c^2b.$$

(7 баллов)

5. В треугольнике ABC на стороне AC поставлены две точки P и Q , причем $AP < AQ$. Относительно отрезков AB, BC, CQ, QP, PA, BP и BQ известно, что некоторые 4 из этих отрезков имеют равные длины. Возможно ли, чтобы 3 остальные отрезки имели равные длины? Ответ объясните.

(7 баллов)

Внимание! Задача считается решенной, если, помимо правильного ответа, приведены необходимые объяснения.

Желаем успеха!

Министерство науки и высшего образования РФ
Совет ректоров вузов Томской области
Открытая региональная межвузовская олимпиада 2020-2021
МАТЕМАТИКА (8 класс)
Заключительный этап
Вариант 2

1. Вычислите $\frac{2ab(a^3-b^3)}{a^2+ab+b^2} - \frac{(a^4-b^4)(a-b)}{a^2-b^2}$ при $a = -1, \underbrace{8 \dots 88}_{2021}$, $b = 2, \underbrace{1 \dots 11}_{2020} 2$.

(7 баллов)

2. Решите в целых числах уравнение

$$(y - 2020)^2 - x^2 + 2x - 14 = 0.$$

(7 баллов)

3. Автошкола «Виразж» закупила автомобили по цене 531000 рублей за одну машину и электровелосипеды по цене 135000 рублей за один электровелосипед. Всего на покупку было потрачено 14327950 рублей, из них не более 15000 рублей (целое число рублей) – на мелкие сопутствующие товары. Сколько автомобилей и электровелосипедов закупила автошкола?

(7 баллов)

4. Докажите, что для любых чисел a, b, c , причем $a > b > c$, выполняется неравенство

$$a^2b - a^2c - c^2b > b^2a - b^2c - c^2a.$$

(7 баллов)

5. В треугольнике MNK на стороне MK поставлены две точки P и Q , причем $MP < MQ$. Относительно отрезков MN, NK, KQ, QP, PM, NP и NQ известно, что некоторые 4 из этих отрезков имеют равные длины. Возможно ли, чтобы 3 остальные отрезки имели равные длины? Ответ объясните.

(7 баллов)

Внимание! Задача считается решенной, если, помимо правильного ответа, приведены необходимые объяснения.

Желаем успеха!