

Министерство науки и высшего образования РФ
Совет ректоров вузов Томской области
Открытая региональная межвузовская олимпиада 2020-2021
МАТЕМАТИКА (11 класс)
Отборочный этап
Вариант 1

1. Докажите, что дробь $\frac{2021 \cdot (6^n + 20n + 24)}{25}$ при любом натуральном n есть целое число?
(7 баллов)
2. Найдите $f(x)$, если известно, что $f\left(x - \frac{2020}{x}\right) = x^2 + \frac{2020^2}{x^2} - 2021$.
(7 баллов)
3. Решите уравнение: $1 + 2 \cdot \cos(2^{x+1}) - 3 \cdot \cos(2^x) = 0$
(7 баллов)
4. Дана последовательность положительных чисел $a_1, a_2, \dots, a_{2020}$. Докажите, что
$$\frac{a_1}{a_2 + a_3 + \dots + a_{2020}} + \frac{a_2}{a_1 + a_3 + \dots + a_{2020}} + \dots + \frac{a_{2020}}{a_1 + a_2 + \dots + a_{2019}} \geq \frac{2020}{2019}$$

(7 баллов)
5. В треугольнике ABC известно, что $BC = a$, $\angle A = \alpha$, $\alpha > \frac{\pi}{2}$. Точка M принадлежит прямой AB и равноудалена от точек A и C . Найдите радиус окружности, проходящей через точки B, C, M .
(7 баллов)

Внимание! Задача считается решенной, если, помимо правильного ответа, приведены необходимые объяснения.

Желаем успеха!

Министерство науки и высшего образования РФ
Совет ректоров вузов Томской области
Открытая региональная межвузовская олимпиада 2020-2021
МАТЕМАТИКА (11 класс)
Отборочный этап
Вариант 2

1. Докажите, что дробь $\frac{2021 \cdot (7^n + 12n + 17)}{18}$ при любом натуральном n есть целое число?
(7 баллов)
2. Найдите $f(x)$, если известно, что $f\left(x - \frac{2020}{x}\right) = x^2 + \frac{2020^2}{x^2} - 2021$.
(7 баллов)
3. Решите уравнение: $1 + 4 \cdot \sin(2^{x-1}) - 3 \cdot \cos(2^x) = 0$
(7 баллов)
4. Дана последовательность положительных чисел $a_1, a_2, \dots, a_{2021}$. Докажите, что
$$\frac{a_1}{a_2 + a_3 + \dots + a_{2021}} + \frac{a_2}{a_1 + a_3 + \dots + a_{2021}} + \dots + \frac{a_{2021}}{a_1 + a_2 + \dots + a_{2020}} \geq \frac{2021}{2020}$$

(7 баллов)
5. В треугольнике ABC известно, что $BC = a$, $\angle A = \alpha$. Точка O — центр окружности, касающейся стороны BC и продолжений сторон AB и AC . Найдите радиус окружности, проходящей через точки B, C, O .
(7 баллов)

Внимание! Задача считается решенной, если, помимо правильного ответа, приведены необходимые объяснения.

Желаем успеха!