

**Министерство науки и высшего образования РФ**  
**Совет ректоров вузов Томской области**  
**Открытая региональная межвузовская олимпиада 2020-2021**  
**МАТЕМАТИКА (10 класс)**  
**Отборочный этап**  
**Вариант 1**

1. Докажите, что дробь  $\frac{2020(n^3+3n^2+8n)}{3}$  при любом натуральном  $n$  есть целое число?  
(7 баллов)
2. Найдите  $f(x)$ , если известно, что  $f\left(x + \frac{2020}{x}\right) = x^2 + \frac{2020^2}{x^2}$ .  
(7 баллов)
3. В параллели 10-х классов учатся 55 человек, среди них есть умные, красивые и бездельники. Известно, что 20% учеников этой параллели – бездельники, умных бездельников – 4, а красивых бездельников – 6. Красивых умных бездельников всего 1. Сколько некрасивых и неумных бездельников учится в этой параллели?  
(7 баллов)
4. Даны произвольные числа  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$ . Докажите, что  
$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 \geq a_1 \cdot (a_2 - a_3 + a_4 - a_5).$$
  
(7 баллов)
5. В параллелограмме  $MNKL$  проведена биссектриса угла при вершине  $K$  так, что она пересекает прямую  $MN$  в точке  $P$ . Найдите отношение площадей фигур, на которые биссектриса разбивает параллелограмм  $MNKL$ , если известно, что  $MP:MN = 1:2$ .  
(7 баллов)

**Внимание!** Задача считается решенной, если, помимо правильного ответа, приведены необходимые объяснения.

**Желаем успеха!**

**Министерство науки и высшего образования РФ**  
**Совет ректоров вузов Томской области**  
**Открытая региональная межвузовская олимпиада 2020-2021**  
**МАТЕМАТИКА (10 класс)**  
**Отборочный этап**  
**Вариант 2**

1. Докажите, что дробь  $\frac{2020(n^3+6n^2+17n)}{3}$  при любом натуральном  $n$  есть целое число?  
(7 баллов)
2. Найдите  $f(x)$ , если известно, что  $f\left(x + \frac{2021}{x}\right) = x^2 + \frac{2021^2}{x^2}$ .  
(7 баллов)
3. В параллели 10-х классов учатся 56 человек, среди них есть умные, красивые и бездельники. Известно, что 25% учеников этой параллели – бездельники, умных бездельников – 5, а красивых бездельников – 7. Красивых умных бездельников всего 1. Сколько некрасивых и неумных бездельников учится в этой параллели?  
(7 баллов)
4. Даны произвольные числа  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$ . Докажите, что  
$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 \geq a_2 \cdot (a_1 + a_3 - a_4 + a_5).$$
  
(7 баллов)
5. В параллелограмме  $MNKL$  проведена биссектриса угла при вершине  $K$  так, что она пересекает прямую  $MN$  в точке  $Q$ . Найдите отношение площадей фигур, на которые биссектриса разбивает параллелограмм  $MNKL$ , если известно, что  $MQ:MN = 1:3$ .  
(7 баллов)

**Внимание!** Задача считается решенной, если, помимо правильного ответа, приведены необходимые объяснения.

**Желаем успеха!**