

Министерство науки и высшего образования РФ
Совет ректоров вузов Томской области
Открытая региональная межвузовская олимпиада 2020-2021
МАТЕМАТИКА (10 класс)
Заключительный этап
Вариант 1

1. Существует ли такое число x , что все три числа

$$\sqrt{x^2 + 2021} - x, \quad \sqrt{x^2 + 2} - \sqrt{x^2 + 2021}, \quad 2x - \sqrt{x^2 + 2021}$$

являются целыми?

(7 баллов)

2. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} xz + 5yz - 6xy = -2y, \\ 2xz + 9yz - 9xy = -12y, \\ yz - 2xy = 6y. \end{cases}$$

(7 баллов)

3. Относительно квадратного трехчлена $f(x)$ известно, что $f(0) + f(1) = 0$, $f(2) + f(3) = 0$. Чему равна сумма корней уравнения $f(x) = 2021$ (при условии, что корни существуют)?

(7 баллов)

4. Докажите, что

$${}^{2021}\sqrt{2019 \cdot 2020^{-1}} + {}^{2021}\sqrt{2020 \cdot 2018^{-1}} > 2.$$

(7 баллов)

5. В прямоугольном треугольнике с катетами a , b и гипотенузой c проведена высота h к гипотенузе. Возможно ли, чтобы сумма $c + h$ была меньше суммы $a + b$?
Ответ объясните.

(7 баллов)

Внимание! Задача считается решенной, если, помимо правильного ответа, приведены необходимые объяснения.

Желаем успеха!

Министерство науки и высшего образования РФ
Совет ректоров вузов Томской области
Открытая региональная межвузовская олимпиада 2020-2021
МАТЕМАТИКА (10 класс)
Заключительный этап
Вариант 2

1. Существует ли такое число x , что все три числа

$$\sqrt{x^2 + 2020} - x, \quad \sqrt{x^2 + 2} - \sqrt{x^2 + 2020}, \quad 2x - \sqrt{x^2 + 2020}$$

являются целыми?

(7 баллов)

2. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 5xy + yz + 2xz = -x, \\ 14xy + 3yz + 5xz = -4x, \\ 2xy + xz = 4x. \end{cases}$$

(7 баллов)

3. Относительно квадратного трехчлена $f(x)$ известно, что $f(0) + f(1) = 0$, $f(2) + f(3) = 0$. Чему равна сумма корней уравнения $f(x) = 2020$ (при условии, что корни существуют)?

(7 баллов)

4. Докажите, что

$${}^{2020}\sqrt{2020 \cdot 2021^{-1}} + {}^{2020}\sqrt{2021 \cdot 2019^{-1}} > 2.$$

(7 баллов)

5. В прямоугольном треугольнике с катетами m и n и гипотенузой k , длины которых равны m , n , k соответственно, проведена высота к гипотенузе длиной равной h . Возможно ли, чтобы сумма $k + h$ была меньше суммы $m + n$? Ответ объясните.

(7 баллов)

Внимание! Задача считается решенной, если, помимо правильного ответа, приведены необходимые объяснения.

Желаем успеха!