

Министерство науки и высшего образования РФ
Совет ректоров вузов Томской области
Открытая региональная межвузовская олимпиада 2019-2020
МАТЕМАТИКА (9 класс)
Заключительный этап
Вариант 1

1. Найдите все x , для которых $[x] + \{2x\} = 2,5$, где $[x]$ – целая часть числа x , $\{x\}$ – дробная часть числа x , то есть $\{x\} = x - [x]$.
(7 баллов)
2. Обычно Никита выходит из дома в 8:00 утра, садится в машину дяди Вани, который довозит его на учебу к определенному времени. Но в пятницу Никита вышел из дома в 7:10 и побежал в противоположном направлении. Дядя Ваня обождал его и в 8:10 поехал за ним, догнав Никиту, развернулся и доставил его на учебу с опозданием на 20 мин. Во сколько раз скорость машины дяди Вани превышала скорость бегущего Никиты?
(7 баллов)
3. Относительно квадратного трехчлена $g(x) = mx^2 + nx + k$ известно, что значения $g(k)$ и $g\left(\frac{1}{m}\right)$ имеют разные знаки. Могут ли корни многочлена $g(x)$ иметь одинаковые знаки?
(7 баллов)
4. Докажите, что для неотрицательных чисел a, b, c выполняется неравенство
$$ab + bc + ca \geq a\sqrt{bc} + b\sqrt{ac} + c\sqrt{ab}.$$

(7 баллов)
5. В равнобедренной трапеции $MNKL$ с основаниями ML, NK диагонали перпендикулярны сторонам MN, KL и пересекаются под углом $22,5^\circ$. Найдите высоту трапеции, если длина $NQ=3$, где Q – середина большего основания.
(7 баллов)

Внимание! Задача считается решенной, если, помимо правильного ответа, приведены необходимые объяснения.

Желаем успеха!

Министерство науки и высшего образования РФ
Совет ректоров вузов Томской области
Открытая региональная межвузовская олимпиада 2019-2020

МАТЕМАТИКА (9 класс)

Заключительный этап

Вариант 2

6. Найдите все x , для которых $\left[\frac{8x+19}{7} \right] = \frac{16(x+1)}{11}$, где $[t]$ – целая часть числа t .
(7 баллов)

7. Обычно Дима выходит из дома в 8:10 утра, садится в машину дяди Вани, который довозит его на учебу к определенному времени. Но в четверг Дима вышел из дома в 7:20 и побежал в противоположном направлении. Дядя Ваня обождал его и в 8:20 поехал за ним, догнав Диму, развернулся и доставил его на учебу с опозданием на 26 мин. Во сколько раз скорость машины дяди Вани превышала скорость бегущего Димы?
(7 баллов)

8. Относительно квадратного трехчлена $f(x) = ax^2 + bx + c$ известно, что

$$f\left(\frac{a-b-c}{2a}\right) = f\left(\frac{c-a-b}{2a}\right) = 0.$$

Найдите значение произведения $f(-1) \cdot f(1)$.

(8 баллов)

9. Докажите, что для положительных чисел a, b, c , удовлетворяющих условию

$$a + b + c = 3, \quad \text{выполняется неравенство}$$

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} \geq ab + bc + ac.$$

(8 баллов)

10. В равнобедренной трапеции $MNKL$ с основаниями ML, NK диагонали перпендикулярны сторонам MN, KL и пересекаются под углом 15° . Найдите высоту трапеции, если длина $NQ=5$, где Q – середина большего основания.

(7 баллов)

Внимание! Задача считается решенной, если, помимо правильного ответа, приведены необходимые объяснения.

Желаем успеха!