

Министерство науки и высшего образования РФ
Совет ректоров вузов Томской области
Открытая региональная межвузовская олимпиада 2019-2020
МАТЕМАТИКА (8 класс)
Заключительный этап
Вариант 1

1. Найдите все решения уравнения $(x - |x|)^2 + x + |x| = 2020$. (7 баллов)

2. Известно, что двузначное положительное число при делении на 4 дает в остатке 3, а при делении на 3 дает в остатке 2. Найдите все такие числа. (7 баллов)

3. Коэффициенты квадратных трехчленов $f(x) = x^2 + bx + c$ и $g(x) = x^2 + ax + d$ удовлетворяют условию $0 < a < b < c < d$. Возможно ли, чтобы $f(x)$ и $g(x)$ имели общий корень? (7 баллов)

4. Докажите, что для любых чисел a, b, c выполняется неравенство
$$a^2 + b^2 + c^2 \geq ab - bc + ca.$$
(7 баллов)

5. Внутренняя точка P остроугольного треугольника ABC удовлетворяет условию
$$AB^2 + PC^2 = BC^2 + AP^2 = AC^2 + BP^2.$$
Чем является точка P для треугольника ABC ? (7 баллов)

Внимание! Задача считается решенной, если, помимо правильного ответа, приведены необходимые объяснения.

Желаем успеха!

Министерство науки и высшего образования РФ
Совет ректоров вузов Томской области
Открытая региональная межвузовская олимпиада 2019-2020
МАТЕМАТИКА (8 класс)
Заключительный этап
Вариант 2

6. Найдите все решения уравнения $(x - |x|)^2 + 2020(x + |x|) = 2020$. (7 баллов)

7. Известно, что двузначное положительное число при делении на 3 дает в остатке 1, а при делении на 5 дает в остатке 3. Найдите все такие числа.

(7 баллов)

8. Коэффициенты квадратных трехчленов $f(x) = x^2 + tx + n$ и $p(x) = x^2 + kx + l$ удовлетворяют условию $k > t > n > l > 0$. Возможно ли, чтобы $f(x)$ и $p(x)$ имели общий корень?

(8 баллов)

9. Докажите, что для любых чисел a, b, c выполняется неравенство

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq ab - bc - ca.$$

(8 баллов)

10. Внутренняя точка Q остроугольного треугольника MNK удовлетворяет условию

$$MN^2 + QK^2 = NK^2 + MQ^2 = MK^2 + NQ^2.$$

Чем является точка Q для треугольника MNK ?

(7 баллов)

Внимание! Задача считается решенной, если, помимо правильного ответа, приведены необходимые объяснения.

Желаем успеха!