

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
СОВЕТ РЕКТОРОВ ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ
ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА 2018-2019
МАТЕМАТИКА (10 КЛАСС)
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП
1 ВАРИАНТ

1. Найдите сумму:

$$\frac{1}{2\sqrt{1} + 1\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} + \frac{1}{4\sqrt{3} + 3\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{2020\sqrt{2019} + 2019\sqrt{2020}}.$$

(7 баллов)

2. Докажите, что для $a < 1$, $b < 1$, $a + b \geq \frac{1}{2}$ выполняется неравенство

$$(1 - a)(1 - b) \leq \frac{9}{16}.$$

(7 баллов)

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y - 2018 = (x - 2019) \cdot y, \\ x + z - 2014 = (x - 2019) \cdot z, \\ y + z + 2 = y \cdot z. \end{cases}$$

(7 баллов)

4. В магазине «Все для школы» в продаже имеется мел в пачках трех сортов: обычный, необычный и превосходный. Сначала количественное соотношение по сортам было 3:4:6. В результате продаж и поставок со склада это соотношение изменилось и стало 2:5:8. Известно, что число пачек превосходного мела возросло на 80%, а обычного мела – уменьшилось не более чем на 10 пачек. Сколько всего пачек мела было в магазине сначала?

(7 баллов)

5. Расстояние между центрами O_1 и O_2 окружностей ω_1 и ω_2 равно $5r$, а их радиусы равны соответственно r и $7r$. Хорда окружности ω_2 касается окружности ω_1 и делится точкой касания в отношении 1:6. Найдите длину этой хорды.

(7 баллов)

Внимание! Задача считается решенной, если, помимо правильного ответа, приведены необходимые объяснения.

Желаем успеха!

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
СОВЕТ РЕКТОРОВ ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ
ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА 2018-2019
МАТЕМАТИКА (10 КЛАСС)
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП
2 ВАРИАНТ

1. Вычислите сумму:

$$\frac{1}{2\sqrt{1} + 1\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} + \frac{1}{4\sqrt{3} + 3\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{2019\sqrt{2018} + 2018\sqrt{2019}}.$$

(7 баллов)

2. Докажите, что для $a < 1$, $b < 1$, $a + b \geq \frac{1}{3}$ выполняется неравенство

$$(1 - a)(1 - b) \leq \frac{25}{36}.$$

(7 баллов)

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y - 2018 = (y - 2019) \cdot x, \\ y + z - 2017 = (y - 2019) \cdot z, \\ x + z + 5 = x \cdot z. \end{cases}$$

(7 баллов)

4. В магазине «Все для школы» в продаже имеется мел в пачках трех сортов: обычный, необычный и превосходный. Сначала количественное соотношение по сортам было 2:3:6. После того как в магазин поступило некоторое количество пачек обычного и необычного мела общим числом не более 100 пачек, а 40% от пачек превосходного мела было продано, количественное соотношение изменилось и стало 5:7:4. Сколько всего пачек мела было продано в магазине?

(7 баллов)

5. Расстояние между центрами O_1 и O_2 окружностей ω_1 и ω_2 равно $10r$, а их радиусы равны соответственно $5r$ и $6r$. Прямая, пересекающая окружность ω_1 в точках M и N касается окружности ω_2 в точке K , причем $MN=2NK$. Найдите длину хорды MN .

(7 баллов)

Внимание! Задача считается решенной, если, помимо правильного ответа, приведены необходимые объяснения.

Желаем успеха!