

10–11 класс

Задача 1. (5 баллов)

1.1 На поляне растут четыре дерева – дуб, клен, береза и осина, так, что, прислонившись хотя бы с одной стороны спиной к каждому из деревьев, человек может видеть другие три дерева. Саша бежит от осины к березе, от березы к дубу. Паша бежит от осины к клену, от клена к дубу. Мальчики стартуют одновременно и бегут с одинаковой скоростью по кратчайшему пути. Саша оказался у дуба раньше Паши. Можно ли определить, кто из мальчиков раньше достиг «промежуточного» дерева – Саша березы или Паша клена?

1.2 На поляне растут четыре дерева – дуб, клен, береза и осина, так, что, прислонившись хотя бы с одной стороны спиной к каждому из деревьев кроме дуба, человек может видеть другие три дерева. Саша бежит от осины к березе, от березы к дубу. Паша бежит от осины к клену, от клена к дубу. Мальчики стартуют одновременно и бегут с одинаковой скоростью по кратчайшему пути. Саша оказался у дуба раньше Паши. Можно ли определить, кто из мальчиков раньше достиг «промежуточного» дерева – Саша березы или Паша клена?

1.3 На поляне растут четыре дерева – дуб, клен, береза и осина, так, что, прислонившись хотя бы с одной стороны спиной к каждому из деревьев кроме осины, человек может видеть другие три дерева. Саша бежит от осины к березе, от березы к дубу. Паша бежит от осины к клену, от клена к дубу. Мальчики стартуют одновременно и бегут с одинаковой скоростью по кратчайшему пути. Саша оказался у дуба раньше Паши. Можно ли определить, кто из мальчиков раньше достиг «промежуточного» дерева – Саша березы или Паша клена?

Задача 2. (5 баллов)

2.1. После аварии на атомной электростанции в Фукусиме 1 млн тонн воды, загрязненной тритием, складировать в специальных резервуарах. Концентрация трития в этой воде на уровне $4 \cdot 10^6$ Бк/кг (1 беккерель — один распад в секунду). Оцените отношение числа радиоактивных молекул воды в резервуаре к числу обычных, если период полураспада трития 12,3 года. Молярную массу воды принять равной 18 г/моль, а число Авогадро — $6,02 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹.

2.2. После аварии на атомной электростанции в Фукусиме 1 млн тонн воды, загрязненной тритием, складировать в специальных резервуарах. Концентрация трития в этой воде на уровне $4 \cdot 10^6$ Бк/кг (1 беккерель — один распад в секунду). Оцените период полураспада трития, если известно, что отношение числа молекул воды с тритием, содержащихся в резервуаре, к числу обычных молекул воды составляет $1:10^{10}$. Молярную массу воды принять равной 18 г/моль, а число Авогадро — $6,02 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹.

2.3. После аварии на атомной электростанции в Фукусиме 1 млн тонн воды, загрязненной тритием, складировать в специальных резервуарах. Известно, что отношение числа молекул воды с тритием, содержащихся в резервуаре, к числу обычных молекул воды составляет $1:10$. Оцените концентрацию трития в загрязненной воде в единицах Бк/кг (1 беккерель — один распад в секунду), если период полураспада трития 12,3 года. Молярную массу воды принять равной 18 г/моль, а число Авогадро — $6,02 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹.

Задача 3. (5 баллов)

3.1. В химической технологии существует модель реактора идеального вытеснения. Это реактор, в котором частицы движутся упорядоченно в одном направлении и с одинаковой скоростью, не перемешиваясь с другими частицами. Для такого реактора установлена следующая зависимость времени пребывания в реакторе от степени превращения вещества для реакций первого порядка:

$$t = \frac{1}{k} * \ln\left(\frac{1}{1-x}\right)$$

где t - время пребывания в реакторе, k – константа скорости реакции, x – степень превращения (в долях).

Определите, какая степень превращения будет достигнута на выходе реактора, представляющего собой цилиндр, радиусом 5 сантиметров и длиной 1 метр для реакции первого порядка разложения ацетальдегида на метан и угарный газ, если константа скорости этой реакции составляет 0.33 с^{-1} , а объемная скорость подачи реагента в реактор составляет 10 л/с.

3.2. В химической технологии существует модель реактора идеального вытеснения. Это реактор, в котором частицы движутся упорядоченно в одном направлении и с одинаковой скоростью, не перемешиваясь с другими частицами. Для такого реактора установлена следующая зависимость времени пребывания в реакторе от степени превращения вещества для реакций первого порядка:

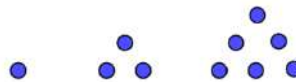
$$t = \frac{1}{k} * \ln\left(\frac{1}{1-x}\right)$$

где t - время пребывания в реакторе, k – константа скорости реакции, x – степень превращения (в долях).

Определите, какая степень превращения будет достигнута на выходе реактора, представляющего собой цилиндр, радиусом 9 сантиметров и длиной 2 метра для реакции первого порядка разложения ацетальдегида на метан и угарный газ, если константа скорости этой реакции составляет 0.5 с^{-1} , а объемная скорость подачи реагента в реактор составляет 7 л/с.

Задача 4. (5 баллов)

4.1. Треугольное число T_n - число точек, которые могут быть расставлены в форме правильного треугольника со стороной n точек. Например, $T_1 = 1, T_2 = 3, T_3 = 6$ (см. рисунок).



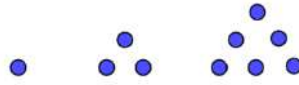
А) Напишите программу, которая вычисляет и хранит значения всех треугольных чисел для n от 1 до 2021 включительно.

Б) Сформулируйте гипотезу, как связаны значения чисел T_{i+j}, T_i, T_j, i, j .

В) Напишите программу, которая проверяет гипотезу для $T_{i+j} = T_{2021}$ и всех возможных значений i, j .

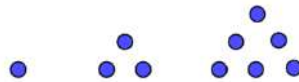
Г) Докажите гипотезу.

4.2. Треугольное число T_n - число точек, которые могут быть расставлены в форме правильного треугольника со стороной n точек. Например, $T_1 = 1, T_2 = 3, T_3 = 6$ (см. рисунок).



- А) Напишите программу, которая вычисляет и хранит значения всех треугольных чисел для n от 1 до 2000 включительно.
- Б) Сформулируйте гипотезу, как связаны значения чисел $T_{i,j}, T_i, T_j, T_{i-1}, T_{j-1}$.
- В) Напишите программу, которая проверяет гипотезу для $T_{i,j} = T_{2000}$ и всех возможных значений i, j .
- Г) Докажите гипотезу.

4.3. Треугольное число T_n - число точек, которые могут быть расставлены в форме правильного треугольника со стороной n точек. Например, $T_1 = 1, T_2 = 3, T_3 = 6$ (см. рисунок).



- А) Напишите программу, которая вычисляет и хранит значения всех треугольных чисел для n от 1 до 2022 включительно.
- Б) Сформулируйте гипотезу, как связаны значения чисел T_{2i}, T_i, T_{i-1} .
- В) Напишите программу, которая проверяет гипотезу для всех возможных значений $T_{2i}, i = 1, \dots, 1011$, вычисленных в пункте А).
- Г) Докажите гипотезу.