

10–11 классы

Задача 1. (5 баллов)

1. На круговой дороге расставлено 20 столбов, расстояния между которыми одинаковы. Автомобиль проезжает расстояние между столбами за 1 минуту, а пешеход проходит это же расстояние за 9 минут. Пусть от одного из столбов автомобиль и пешеход отправились одновременно, но в разные стороны. Сколько раз автомобиль и пешеход одновременно окажутся возле одного и того же столба перед тем, как пешеход вернется к первому столбу?

Задача 2. (5 баллов)

2.1. Для того чтобы выйти на круговую орбиту Земли высотой 250 км, искусственный спутник должен набрать скорость равную как минимум 8360 м/с. Предполагается, что для запуска спутника будет использована двухступенчатая ракета-носитель с жидкостным ракетным двигателем. Пусть масса второй ступени такой ракеты равна 50 тонн, а масса спутника (то есть полезной нагрузки) равна 13 тонн. Также известно, что масса топлива составляет 84 % от массы каждой ступени.

Выберите подходящее ракетное топливо (пару горючее-окислитель) и рассчитайте общую массу данной ракеты.

При расчетах используйте формулу Циолковского (отдельно для каждой ступени, считая, что полное сгорание топлива в любой ступени позволяет набрать половину от необходимой скорости):

$$V = I \times \ln(M_1/M_2),$$

где V — конечная скорость летательного аппарата;

I — удельный импульс ракетного двигателя (отношение тяги двигателя к секунднему расходу массы топлива);

M_1 — начальная масса летательного аппарата (полезная нагрузка + конструкция аппарата + топливо);

M_2 — конечная масса летательного аппарата (полезная нагрузка + конструкция аппарата).

Характеристики пар двухкомпонентного топлива

Номер топлива	Окислитель	Горючее	Удельный импульс, м/с
1	Кислород	Водород	4194,4
2	Кислород	Керосин (C ₁₀ H ₂₂)	3283,0
3	Кислород	Несимметричный диметилгидразин	3371,2
4	Кислород	Гидразин	3390,8
5	Кислород	Аммиак	3165,4
6	Тetraоксиддиазота	Керосин(C ₁₀ H ₂₂)	3028,2
7	Тetraоксиддиазота	Несимметричный диметилгидразин	3116,4

8	Тetraоксиддиазота	Гидразин	3155,6
9	Фтор	Водород	4400,2
10	Фтор	Гидразин	3939,6
11	Фтор	Пентаборан (B ₅ H ₉)	3537,8

Напишите уравнения реакций горения каждого топлива из таблицы.

2.2. Для того чтобы выйти на круговую орбиту Земли высотой 250 км, искусственный спутник должен набрать скорость равную как минимум 8360 м/с. Предполагается, что для запуска спутника будет использована двухступенчатая ракета-носитель с жидкостным ракетным двигателем. Пусть масса второй ступени такой ракеты равна 32 тонны, а масса спутника (то есть полезной нагрузки) равна 10 тонн. Также известно, что масса топлива составляет 85 % от массы каждой ступени.

Выберите подходящее ракетное топливо (пару горючее-окислитель) и рассчитайте общую массу данной ракеты.

При расчетах используйте формулу Циолковского (отдельно для каждой ступени, считая, что полное сгорание топлива в любой ступени позволяет набрать половину от необходимой скорости):

$$V = I \times \ln(M_1/M_2),$$

где V — конечная скорость летательного аппарата;

I — удельный импульс ракетного двигателя (отношение тяги двигателя к секундному расходу массы топлива);

M_1 — начальная масса летательного аппарата (полезная нагрузка + конструкция аппарата + топливо);

M_2 — конечная масса летательного аппарата (полезная нагрузка + конструкция аппарата).

Характеристики пар двухкомпонентного топлива

Номер топлива	Окислитель	Горючее	Удельный импульс, м/с
1	Кислород	Водород	4194,4
2	Кислород	Керосин (C ₁₀ H ₂₂)	3283,0
3	Кислород	Несимметричный диметилгидразин	3371,2
4	Кислород	Гидразин	3390,8
5	Кислород	Аммиак	3165,4
6	Тetraоксиддиазота	Керосин(C ₁₀ H ₂₂)	3028,2
7	Тetraоксиддиазота	Несимметричный диметилгидразин	3116,4

8	Тetraоксиддиазота	Гидразин	3155,6
9	Фтор	Водород	4400,2
10	Фтор	Гидразин	3939,6
11	Фтор	Пентаборан (B_5H_9)	3537,8

Напишите уравнения реакций горения каждого топлива из таблицы.

2.3. Для того чтобы выйти на круговую орбиту Земли высотой 250 км, искусственный спутник должен набрать скорость равную как минимум 8360 м/с. Предполагается, что для запуска спутника будет использована двухступенчатая ракета-носитель с жидкостным ракетным двигателем. Пусть масса второй ступени такой ракеты равна 60 тонн, а масса спутника (то есть полезной нагрузки) равна 15 тонн. Также известно, что масса топлива составляет 88 % от массы каждой ступени.

Выберите подходящее ракетное топливо (пару горючее-окислитель) и рассчитайте общую массу данной ракеты.

При расчетах используйте формулу Циолковского (отдельно для каждой ступени, считая, что полное сгорание топлива в любой ступени позволяет набрать половину от необходимой скорости):

$$V = I \times \ln(M_1/M_2),$$

где V — конечная скорость летательного аппарата;

I — удельный импульс ракетного двигателя (отношение тяги двигателя к секундному расходу массы топлива);

M_1 — начальная масса летательного аппарата (полезная нагрузка + конструкция аппарата + топливо);

M_2 — конечная масса летательного аппарата (полезная нагрузка + конструкция аппарата).

Характеристики пар двухкомпонентного топлива

Номер топлива	Окислитель	Горючее	Удельный импульс, м/с
1	Кислород	Водород	4194,4
2	Кислород	Керосин (C ₁₀ H ₂₂)	3283,0
3	Кислород	Несимметричный диметилгидразин	3371,2
4	Кислород	Гидразин	3390,8
5	Кислород	Аммиак	3165,4
6	Тetraоксиддиазота	Керосин(C ₁₀ H ₂₂)	3028,2
7	Тetraоксиддиазота	Несимметричный диметилгидразин	3116,4
8	Тetraоксиддиазота	Гидразин	3155,6
9	Фтор	Водород	4400,2
10	Фтор	Гидразин	3939,6
11	Фтор	Пентаборан (B ₅ H ₉)	3537,8

Напишите уравнения реакций горения каждого топлива из таблицы.

2.4. Для того чтобы выйти на круговую орбиту Земли высотой 250 км, искусственный спутник должен набрать скорость равную как минимум 8360 м/с. Предполагается, что для запуска спутника будет использована двухступенчатая ракета-носитель с жидкостным ракетным двигателем. Пусть масса второй ступени такой ракеты равна 47 тонн, а масса спутника (то есть полезной нагрузки) равна 12 тонн. Также известно, что масса топлива составляет 90 % от массы каждой ступени.

Выберите подходящее ракетное топливо (пару горючее-окислитель) и рассчитайте общую массу данной ракеты.

При расчетах используйте формулу Циолковского (отдельно для каждой ступени, считая, что полное сгорание топлива в любой ступени позволяет набрать половину от необходимой скорости):

$$V = I \times \ln(M_1/M_2),$$

где V — конечная скорость летательного аппарата;

I — удельный импульс ракетного двигателя (отношение тяги двигателя к секундному расходу массы топлива);

M_1 — начальная масса летательного аппарата (полезная нагрузка + конструкция аппарата + топливо);

M_2 — конечная масса летательного аппарата (полезная нагрузка + конструкция аппарата).

Характеристики пар двухкомпонентного топлива

Номер топлива	Окислитель	Горючее	Удельный импульс, м/с
1	Кислород	Водород	4194,4
2	Кислород	Керосин (C ₁₀ H ₂₂)	3283,0
3	Кислород	Несимметричный диметилгидразин	3371,2
4	Кислород	Гидразин	3390,8
5	Кислород	Аммиак	3165,4
6	Тetraоксиддиазота	Керосин(C ₁₀ H ₂₂)	3028,2
7	Тetraоксиддиазота	Несимметричный диметилгидразин	3116,4
8	Тetraоксиддиазота	Гидразин	3155,6
9	Фтор	Водород	4400,2
10	Фтор	Гидразин	3939,6
11	Фтор	Пентаборан (B ₅ H ₉)	3537,8

Напишите уравнения реакций горения каждого топлива из таблицы.

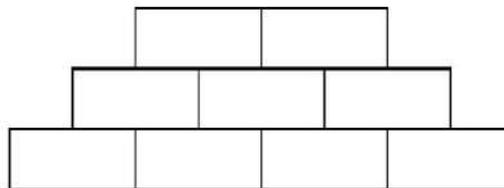
Задача 3. (5 баллов)

3.1. Небольшой шарик массой M покоится на вертикальном столбике высотой h . В центр шарика стреляют из ружья пулей массой m так, что она попадает в него, летя горизонтально со скоростью v_0 . Пуля пробивает шарик насквозь и уносит с собой некоторую массу m' ($m' < m$), отстреленную у шарика. Определите расстояние d , на котором пуля и прилипшая к ней отстреленная масса шарика коснутся земли, если известно, что шарик упал на землю на расстоянии s от столбика? Сопротивлением воздуха и трением шарика о поверхность столбика пренебречь.

3.2. Небольшой шарик массой M покоится на вертикальном столбике высотой h . В центр шарика стреляют из ружья пулей массой m так, что она попадает в него, летя горизонтально со скоростью v_0 . Пуля пробивает шарик насквозь и уносит с собой некоторую массу m' ($m' < m$), отстреленную у шарика. Определите, какая часть кинетической энергии пули перешла в теплоту при ее прохождении сквозь шарик? Сопротивлением воздуха и трением шарика о поверхность столбика пренебречь.

Задача 4. (5 баллов)

4. У Васи имеется всего N одинаковых кирпичей, из которых он должен сложить идеальную стену. Стена считается идеальной только в том случае, если ее основание — это ряд из m штук целых кирпичей, приставленных друг к другу торцами, а в каждом последующем верхнем слое кирпичей ровно на один меньше, чем в предыдущем нижнем (см. пример идеальной стены из $N = 9$ кирпичей на рисунке).



4.1. Идеальные стены какой высоты H сможет сложить Вася так, чтобы у него не осталось лишних кирпичей, если $N = 999$, а высота кирпича равна 5 см? Проведите аналитическое решение задачи и составьте компьютерную программу для получения ответа.

4.2. Идеальные стены какой высоты H сможет сложить Вася так, чтобы у него не осталось лишних кирпичей, если $N = 1001$, а высота кирпича равна 10 см? Проведите аналитическое решение задачи и составьте компьютерную программу для получения ответа.

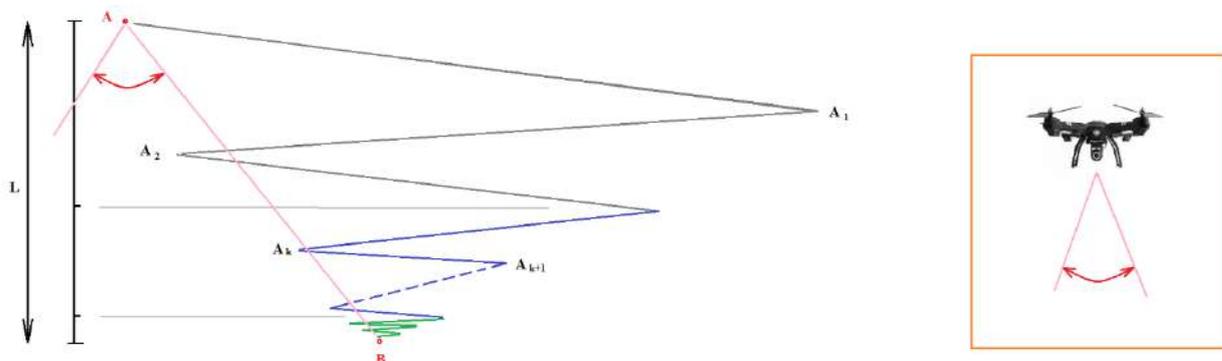
4.3. Идеальные стены какой высоты H сможет сложить Вася так, чтобы у него не осталось лишних кирпичей, если $N = 1023$, а высота кирпича равна 7 см? Проведите аналитическое решение задачи и составьте компьютерную программу для получения ответа.

4.4. Идеальные стены какой высоты H сможет сложить Вася так, чтобы у него не осталось лишних кирпичей, если $N = 1026$, а высота кирпича равна 8 см? Проведите аналитическое решение задачи и составьте компьютерную программу для получения ответа.

Задача 5. (5 баллов)

5. На квадрокоптере установлен датчик, который смотрит вертикально вниз и сканирует поверхность на наличие точки В. Угол обзора датчика 30 градусов.

Алгоритм автоматической посадки квадрокоптера с высоты L в определенную точку В можно описать следующим образом (все участки пути прямолинейные и проходят точно над точкой В):



1. Когда в угол обзора датчика попадает точка В (или она оказывается на границе угла обзора) то он начинает прямолинейное снижение под углом 20 градусов к горизонту со скоростью 10 м/с, проходит точно над точкой В и продолжает движение до тех пор пока точка В не окажется на границе угла обзора датчика с противоположной стороны.
2. В тот момент, когда точка В покидает угол обзора датчика, попадая на его границу, квадрокоптер мгновенно останавливается и начинает снижение в противоположную сторону (т.е. в сторону точки В), сохраняя прежние угол (20 градусов) и скорость (10 м/с).
3. Специальный датчик отслеживает все точки изменения траектории ($A_1, A_2, \dots, A_k, A_{k+1}, \dots$), а бортовой вычислитель считает время прохождения между двумя последними точками. В том случае, если время между двумя последними пройденными точками изменения траектории становится менее 5 секунд, квадрокоптер меняет и угол снижения (теперь он становится 10 градусов), и свою скорость движения (5 м/с).
4. Квадрокоптер продолжает снижение с новыми параметрами и с прежним алгоритмом до тех пор пока время прохождения между двумя точками не станет менее 3 секунд. В этот момент опять меняется угол (становится равным 5 градусам) и скорость (3 м/с).
5. Процесс снижения продолжается до тех пор пока время прохождения между двумя точками не станет менее 2 секунд. В этот момент квадрокоптер начинает вертикальное снижение до высоты 0 метров со скоростью 0,5 м/с.

Необходимо написать программу, реализующую вычисление основных параметров снижения:

А) на какой высоте от земли произойдет каждое изменение скорости (описанное в пунктах 3, 4 и 5).

Б) Сколько потребует времени для снижения квадрокоптера из точки А в точку В по данному алгоритму? Как далеко от точки В приземлится квадрокоптер?

В) До какого интервала времени (прохождения между двумя точками) надо продолжать выполнение п.4, чтобы при переходе к п.5 отклонение приземлившегося аппарата от точки В было менее 1 метра?