## 10–11 классы

### Задача 1. (5 баллов)

**1.1.** Функция $\sigma(n)$ - сумма делителей натурального числа *n*. Например, $\sigma(12)$=1+2+3+4+6+12=28.

a) Найдите $\sigma(\sigma(n))$и $\sigma(\sigma(m))$, где *n*=334, *m*=501. Запишите аналитическое решение.

b) Составьте алгоритм или программу, позволяющую находить величину $\sigma(\sigma(n))$ по введенному с клавиатуры значению *n*.

**1.2.** Функция $\sigma(n)$ - сумма делителей натурального числа *n*. Например, $\sigma(12)$=1+2+3+4+6+12=28.

a) Найдите $\sigma(\sigma(n))$и $\sigma(\sigma(m))$, где *n*=628, *m*=1413. Запишите аналитическое решение.

b) Составьте алгоритм или программу, позволяющую находить величину $\sigma(\sigma(n))$ по введенному с клавиатуры значению *n*.

**1.3.** Функция $\sigma(n)$ - сумма делителей натурального числа *n*. Например, $\sigma(12)$=1+2+3+4+6+12=28.

a) Найдите $\sigma(\sigma(n))$и $\sigma(\sigma(m))$, где *n*=596, *m*=1341. Запишите аналитическое решение.

b) Составьте алгоритм или программу, позволяющую находить величину $\sigma(\sigma(n))$ по введенному с клавиатуры значению *n*.

### Задача 2. (5 баллов)

В камере, содержащей смесь кислорода (32 грамма) и водорода (4 грамма), произошел взрыв. Давление в камере при взрыве увеличилось в два раза. На сколько градусов при этом возросла температура в камере, если до взрыва она равнялась 27 °C?

### Задача 3. (5 баллов)

**3.1.** Мячик падает с высоты 1,5 м с нулевой начальной скоростью вертикально вниз. После удара о пол мячик может отскочить вертикально вверх, подняться до высоты, на которой его скорость становится равной нулю, снова упасть вертикально вниз и так далее до тех пор, пока он не окажется лежащим в покое на полу. Отскочит мячик от пола при очередном ударе или «прилипнет» к нему, определяется импульсом мячика, а также свойствами поверхностей мячика и пола, которые неизвестны. Оцените границы диапазона времени, которое может пройти после начала движения мячика до того момента, пока он не окажется лежащим в покое на полу, если при каждом ударе (кроме последнего) он теряет долю своей кинетической энергии, равную 0,3. Сопротивлением воздуха пренебречь.

**3.2** Мячик, масса которого 80 г, падает с высоты 2 м с нулевой начальной скоростью вертикально вниз. После удара о пол мячик отскакивает вертикально вверх, поднимается до высоты, на которой его скорость становится равной нулю, снова падает вертикально вниз и так далее. После какого по счету удара наибольшая высота, на которую поднимется мячик, окажется менее 20 см, если

**3.3.** Мячик, масса которого равна $m$, падает с высоты $h$ с нулевой начальной скоростью вертикально вниз. После удара о пол мячик отскакивает вертикально вверх, поднимается до высоты, на которой его скорость становится равной нулю, снова падает вертикально вниз и так далее. Известно, что при каждом ударе о пол мячик теряет долю своей кинетической энергии равную $\delta$. Пусть для первого мячика $m = 70$ г, $\delta = 1/5, h = 2{,}5$ м, а для второго — $m = 90$ г, $\delta = 1/3$. С какой высоты должен начать падение второй мячик, чтобы удариться о пол в шестой раз через такое же время после начала движения, как и первый мячик? Чему равняется это время? Считать, что траектории движения мячиков не пересекаются; сопротивлением воздуха пренебречь.

**3.4.** Мячик, масса которого равна $m$, падает с высоты $h$ с нулевой начальной скоростью вертикально вниз. После удара о пол мячик отскакивает вертикально вверх, поднимается до высоты, на которой его скорость становится равной нулю, снова падает вертикально вниз и так далее. Известно, что при каждом ударе о пол мячик теряет долю своей кинетической энергии равную $\delta$.Пусть для первого мячика $m = 60$ г, $\delta = 0{,}2, h = 3{,}5$ м, а для второго — $m = 50$ г, $\delta = 0{,}3, h = 5{,}0$ м.Какой из мячиков раньше ударится о пол в седьмой раз, если они начинают движение одновременно? Считать, что траектории движения мячиков не пересекаются; сопротивлением воздуха пренебречь.

## Задача 4. (5 баллов)

Согласно одному распространенному интернет-мему существует очень простой способ стать богатым: нужно купить 1 кг ртути, вынуть из каждого ядра атома ртути по одному протону и получить в результате 1 кг золота.

На основании приведенных ниже данных об изотопах золота и ртути, считая, что ртуть содержит только природные изотопы, ответьте на следующие вопросы:

1. Какая масса золота получится на самом деле, если из каждого атома ртути удалить по одному протону? Предполагается, что данная операция происходит мгновенно для всех атомов.

2. Сколько времени займет данная операция, если тратить на каждый атом по 1 нс?
3. Какая масса золота останется спустя 60 дней после проведения данной операции (при условии, что операция по удалению протона происходит мгновенно и одновременно для всех атомов ртути)? Сколько по массе образуется ртути, платины и таллия спустя 60 дней?

*Указание:* расчеты масс проводить с точностью до 0,1 г.

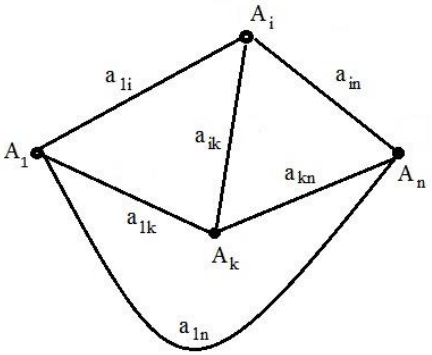
| Изотоп | Содержание в природе, % | Период полу-распада | Дочерний изотоп |
|---|---|---|---|
| 196Hg | 0,15 | стабилен | |
| 198Hg | 10,04 | стабилен | |
| 199Hg | 16,94 | стабилен | |
| 200Hg | 23,14 | стабилен | |
| 201Hg | 13,17 | стабилен | |
| 202Hg | 29,74 | стабилен | |
| 203Hg | - | 46.6 суток | 203Tl (стабилен) |
| 204Hg | 6,82 | стабилен | |

| Изотоп | Период полураспада | Схема распада | Дочерний изотоп |
|---|---|---|---|
| 194Au | 38 ч | β+ | 194Pt |
| 195Au | 186.1 суток | K-захват | 195Pt |
| 196Au | 6.2 суток | β+ | 196Pt |
| 197Au | стабилен | - | |
| 198Au | 2.7 суток | β- | 198Hg |
| 199Au | 3.1 суток | β- | 199Hg |
| 200Au | 48,4 мин | β- | 200Hg |
| 201Au | 26 мин | β- | 201Hg |
| 202Au | 28,8 с | β- | 202Hg |
| 203Au | 60 с | β- | 203Hg |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 204Au | 38,3 с | β- | 204Hg |

**Задача 5. (5 баллов)**

Диспетчер транспортной компании составляет карту маршрутов перевозок груза между городами. Каждый маршрут начинается в городе A_1, проходит через все города A_i, i=2,…,n-1 в произвольном порядке по одному разу, заходит в город A_n; затем маршрут ведет в начальный город A_1 и снова проходит через все города A_i, i=2,…,n-1 в произвольном порядке по одному разу. При использовании в маршруте дважды одной дороги между городами A_i и A_j (неважно, в каком порядке следования) налагается однократный штраф 10 рублей. Штрафы для маршрута суммируются.




Входные данные считываются из файла **input.txt**. Данные имеют вид таблицы из nстрок иn столбцов, числа разделены пробелом. Число, находящееся в i-й строке и j-м столбце, задает длину дороги между городами A_iи A_j.

Максимальное число городов (строк): n=8.

*Например:*

| | | | |
|---|---|---|---|
| 0 | a12 | a13 | a14 |
| a12 | 0 | a23 | a24 |
| a13 | a23 | 0 | a34 |
| a14 | a24 | a34 | 0 |

Итогом работы программы должен быть файл (**output.txt**) в котором необходимо вывести построчно через пробел: длина маршрута, штраф, порядок городов (в виде последовательности их номеров).

Строки необходимо упорядочить по возрастанию длины маршрута. При наличии нескольких маршрутов одной длины, сортировка для них должна быть осуществлена по возрастанию штрафа.

*Например:*

562 10 15243623451

562 30 12345653421

…

*Указание:* Программа должна содержать комментарии к каждому блоку, объясняющие принцип его действия. Предпочтительные языки программирования: Си++, Pascal, Basic. Не допустимо использование встроенных в язык процедур или библиотек которые выполняют часть программного кода, например сортировку (данный блок необходимо написать самостоятельно).