ШКОЛЬНЫЕ ОЛИМПИАДЫ СПбГУ 2021

комплекс предметов «Инженерные системы»
(математика, информатика, физика, химия),
2020/21 учебный год.

ОТБОРОЧНЫЙ ЭТАП

Условия задач
(решения / ответы)

8–9 класс

Задача 1. (5 баллов)

1.1 Полупроводниковые транзисторы, которые входят в состав современных микропроцессоров, имеют размеры порядка 10 нанометров (10 нм). Сколько прямоугольных ячеек размером 15 нм на 18 нм можно разместить на квадратной площадке со стороной 27 мм?

Решение. Учтем, что

1 нм = 0,000000001 м = 10^{-9} м (одна миллиардная часть метра).

Тогда площадь одной ячейки

$$S_{яч} = (15\ \cdot 10^{-9}\text{ м}) \cdot (18\ \cdot 10^{-9}\text{ м}) = 270 \cdot 10^{-18}\text{м}^2 = 2{,}7 \cdot 10^{-16}\text{м}^2.$$

Площадь заданной квадратной площадки

$$S_{пл} = (27 \cdot 10^{-3}\text{ м})^2 = 2{,}7^2 \cdot 10^{-4}\text{м}^2.$$

Соответственно, на такой площади поместится

$$\frac{S_{пл}}{S_{яч}} = \frac{2{,}7^2 \cdot 10^{-4}}{2{,}7 \cdot 10^{-16}} = 2{,}7 \cdot 10^{12} = 2{,}7 \text{ триллионов ячеек.}$$

Ответ: 2,7 трлн ячеек.

1.2. Полупроводниковые транзисторы, которые входят в состав современных микропроцессоров, имеют размеры порядка 10 нанометров (10 нм). Сколько прямоугольных ячеек размером 10 нм на 20 нм можно разместить на квадратной площадке со стороной 1 см?

Решение. Аналогично решению задачи 1.1.

Ответ: 500 млрд ячеек.

1.3. Полупроводниковые транзисторы, которые входят в состав современных микропроцессоров, имеют размеры порядка 10 нанометров (10 нм). Сколько квадратных ячеек со стороной 15 нм можно разместить на прямоугольной площадке со сторонами 0,3 см на 0,5 см?

Решение. Аналогично решению задачи 1.1.

Ответ: 67 млрд ячеек.

1.4. Полупроводниковые транзисторы, которые входят в состав современных микропроцессоров, имеют размеры порядка 10 нанометров (10 нм). Сколько

квадратных ячеек со стороной 20 нм можно разместить на прямоугольной площадке со сторонами 15 мм на 12 мм?
Решение. Аналогично решению задачи 1.1.
Ответ: 450 млрд ячеек.

Задача 2. (5 баллов)

2.1. На военной базе имеется некоторое натуральное число одинаковых артиллерийских орудий. Каждый день все орудия одновременно производят один залп, после чего одно орудие консервируется, то есть, из него больше не производят стрельб. Через некоторое количество дней последнее орудие произвело одиночный выстрел, после чего было законсервировано. Можно ли, зная количество пустых гильз всех использованных снарядов, определить изначальное количество орудий. Входные данные — натуральное число пустых гильз снарядов, выходные данные — изначальное количество орудий или утверждение о том, что входная информация ошибочна.

Решение.
Данная задача состоит в определении натурального числа m, такого, что сумма чисел от единицы до числа m будет в точности равна введенному с клавиатуры натуральному числу n. Введенное с клавиатуры число n есть число гильз снарядов, а число m есть число артиллерийских орудий.

Математически данная задача состоит в нахождении натурального числа m из выражения $n=\frac{m(m-1)}{2}$, или из квадратного уравнения $m^2+m-2n=0$. Следовательно, принимая во внимание лишь положительное значение корня, можно получить выражение для натурального числа m:

$$m=\frac{-1+\sqrt{1+8n}}{2}.$$

Число m может быть натуральным лишь в случае, когда выражение $\frac{-1+\sqrt{1+8n}}{2}$ есть число натуральное. При аналитическом нахождении решения следует произвести эту проверку и дать ответ о количестве артиллерийских орудий или ошибочности информации.

При составлении программы такую проверку следует проводить посредством проверки, совпадения целой части вещественного выражения mс его истинным значением.

Программная реализация на С++:

```
#include "stdafx.h"
#include "math.h"
#include "iostream"
using namespace std;
int main()
{
        int n;
        float m;
        cin>>n;
        m=(-1.+sqrt(1.+8.*float(n)))/2.;
        if(int(m)==m){cout<<m<<endl;}
        else {cout<<"The information is incorrect!"<<endl;}
        system("pause");
        return 0;
}
```

2.2. На военной базе имеется некоторое число одинаковых артиллерийских орудий. Каждый день все орудия одновременно производят один залп, после чего три орудия консервируется, то есть из них больше не производят стрельб. Когда через некоторое количество дней остались два последних орудия, из них выстрелили один раз, после чего законсервировали. Можно ли, зная количество пустых гильз всех использованных снарядов, определить изначальное количество орудий. Входные данные — натуральное число пустых гильз снарядов, выходные данные — либо изначальное количество орудий, либо утверждение о том, что входная информация ошибочна.

Решение.

Первый способ. Обозначим известное число пустых гильз через S, а неизвестное количество орудий — через N. После первого залпа появилось N пустых гильз, после второго залпа, с учетом того, что орудий стало на 3 меньше,число пустых гильз увеличилось на $N-3$. Аналогично, после третьего залпа число пустых гильз увеличилось на $N-6$ и так далее; после последнего залпа добавилось 2 пустые гильзы. Общее число пустых гильз можно записать как

$$S = N + (N-3) + (N-6) + \cdots + 2.$$

Имеем здесь арифметическую прогрессию, первый член которой $a_1 = 2$, последний $a_n = N$, разность $d = 3$, а число членов

$$n = \frac{a_n - a_1}{3} + 1 = \frac{N+1}{3}$$

(все члены прогрессии, кроме первого, получаются добавлением к предыдущему члену числа 3 — количество таких добавлений дает слагаемое $(a_n - a_1)/3$; чтобы найти общее количество членов прогрессии нужно посчитать еще первый член).

Запишем формулу для суммы n первых членов арифметической прогрессии:

$$S = \frac{a_n + a_1}{2} \cdot n = \frac{N+2}{2} \cdot \frac{N+1}{3} = \frac{N^2 + 3N + 2}{6}.$$

Таким образом, для определения неизвестной величины N получилось квадратное уравнение

$$N^2 + 3N - (6S - 2) = 0,$$

корнями которого являются числа

$$\frac{-3 - \sqrt{24S+1}}{2} \quad \text{и} \quad \frac{-3 + \sqrt{24S+1}}{2}.$$

Поскольку количество орудий — число натуральное, то отрицательный первый корень нам не подходит; второй корень — заведомо положительное число, т.к. количество пустых гильз $S > 1$ (из условия следует, что, по крайней мере, два орудия должны были выстрелить). Ясно, однако, что этот корень не при любом целом S, большем единицы, дает нужный ответ — натуральное число N. Например, при $S = 57$ получим$N = 17$, а при $S = 58$, получим $N = 17{,}161\ldots$— количество орудий не может быть дробным. Таким образом, во втором случае необходимо считать, что входная информация ошибочна.

Второй способ. Данную задачу можно решить, запрограммировав на компьютере простой алгоритм, основным элементом которого является следующий цикл. На первом шаге из заданного числа S вычитается 2, на втором — $(2+3)=5$, затем — 8, 11, 14 и так далее. Цикл завершается либо когда очередное вычитание дает в результате 0, либо — отрицательное число. В первом случае S соответствует некоторому числу орудий N (при этом N равно последнему вычтенному из S числу), во втором случае — нет, т.е. входная информация ошибочна.

Задача 3. (5 баллов)

3.1. Можно ли получить хорошую фотографию кабана, бегущего со скоростью 18 км/ч, используя фотокамеру, время экспозиции которой 3 мс? Чему будет равно смещение изображения? Фотография считается хорошей, если смещение изображения составляет не более 0,1 мм. Длина тела кабана от головы до хвоста 1 м, а длина его изображения на негативе 1 см.

Решение. Из-за движения кабана смещается и его изображение на негативе (который предполагается неподвижным). Для того, чтобы оценить качество фотографии, необходимо найти это смещение за время экспозиции — «движение» изображения кабана на негативе происходит только в течение этого времени. За время экспозиции $t_э$ кабан, движущийся со скоростью $v_к$, пробежит расстояние

$$s_к = v_к t_э.$$

Поскольку

$$v_к = 18 \text{ км/ч} = (18000/3600)\,\text{м/с} = 5 \text{ м/с},$$

а

$$t_э = 3 \text{ мс} = 3\cdot 10^{-3} \text{ с} = 0{,}003 \text{ с},$$

то $s_к = 0{,}015$ м. Смещение изображения $s_и$ должно относиться к смещению самого кабана так же, как соотносятся между собой размеры кабана $l_к$ и его изображения $l_и$, то есть

$$\frac{s_и}{s_к} = \frac{l_и}{l_к}.$$

По условию, $l_к = 1$ м, $l_и = 1$ см $= 0{,}01$ м, поэтому смещение изображения

$$s_и = \frac{l_и s_к}{l_к} = \frac{0{,}01\cdot 0{,}015}{1} = 0{,}00015 \text{ м} = 0{,}15 \text{ мм} > 0{,}1 \text{ мм}.$$

Таким образом, полученная фотография бегущего кабана не может считаться хорошей.

Ответ: Нет, нельзя.

3.2. Можно ли получить хорошую фотографию бегущего со скоростью 36 км/ч лося, используя фотокамеру с временем экспозиции 2 мс? Чему будет равно смещение изображения? Фотография считается хорошей, если смещение изображения составляет не более 0,1 мм. Длина лося от головы до хвоста 2 м, а изображение на негативе 1 см.

Решение. За время экспозиции лось пробегает расстояние $s=tv$, где t – время экспозиции, v – скорость лося.

$$S = 0.002\cdot 10 = 0.02\text{м}.$$

Определим соответствующее смещение изображения x:

$$\frac{\text{Длина лося}}{\text{длина изображения лося}} = \frac{\text{смещение лося } S}{\text{смещение изображения } X}$$

Получаем: $X = 0.1$ мм.

Ответ: да, можно, смещение составит 0,1 мм.

3.3. Можно ли получить хорошую фотографию бегущего со скоростью 54 км/ч оленя, используя фотокамеру с временем экспозиции 2 мс? Чему будет равно смещение изображения? Фотография считается хорошей, если смещение изображения составляет не более 0,1 мм. Длина оленя от головы до хвоста 1,5 м, а изображение на негативе 1 см.
Решение. Аналогично решению задачи 3.1.
Ответ: нет, смещение составит 0,2 мм.

3.4. Можно ли получить хорошую фотографию бегущего со скоростью 18 км/ч кабана, используя фотокамеру с временем экспозиции 2 мс? Чему будет равно смещение изображения? Фотография считается хорошей, если смещение изображения составляет не более 0,1 мм. Длина кабана от головы до хвоста 1 м, а изображение на негативе 1 см.
Решение. Аналогично решению задачи 3.1.
Ответ: да, можно, смещение составит 0,1 мм.

Задача 4. (5 баллов)

4.1. В лаборатории есть два шарика, представляющих собой сплавы. Первый шарик – сплав цинка и меди (Cu–70%), диаметром 3 см и плотностью 8,5 г/см^3. Второй шарик имеет диаметр 4 см, плотность 7,9 г/см^3, и состоит из сплава меди и железа (Cu–80%).

Используя эти шарики, а также на выбор одну из двух кислот – 9%-ю соляную или азотную такой же концентрации, необходимо получить водород. Водород нужен для получения тепловой энергии при его горении на воздухе.

Какой из указанных шариков и в какой кислоте необходимо растворить, чтобы получить максимальное количество тепла в последствии? Сколько при этом выделится теплоты? Запишите уравнения горения водорода и растворения металлов в кислотах, а также приведите необходимые расчеты.

В расчетах используйте, что образование 18 грамм воды при горении водорода сопровождается выделением 241,82 кДж энергии.

Решение. В первую очередь проанализируем химическую сторону задачи. Необходимо получить водород растворением металлов в кислотах. На выбор предлагается две кислоты и два разных сплава. Запишем возможные уравнения реакции при растворении этих сплавов в кислотах. Обратим внимание, что кислоты разбавленные.

$$Zn + 2HCl = ZnCl_2 + H_2$$
$$Fe + 2HCl = FeCl_2 + H_2$$
$$4Zn + 10HNO_3 = 4Zn(NO_3)_2 + NH_4NO_3 + 3H_2O$$
$$3Cu + 8HNO_3 = 3Cu(NO_3)_2 + 2NO + 4H_2O$$
$$Fe + 4HNO_3 = Fe(NO_3)_3 + NO + 2H_2O$$

Из уравнений видно, что при растворении в азотной кислоте водород не выделяется. Поэтому растворять сплавы необходимо в соляной. В соляной кислоте не растворяется медь, поэтому расчеты необходимо вести только для цинка и железа.

Определим, с какими массами металлов мы имеем дело в условии задачи.

Используя формулу объема шара, найдем объем шаров:

$$V_{\text{шар}} = \frac{\pi d^3}{6}$$
$$V_{ZnCu} = \frac{\pi * 3^3}{6} = 14{,}14 \text{ см}^3$$
$$V_{FeCu} = \frac{\pi * 4^3}{6} = 33{,}51 \text{ см}^3$$
Затем определим массу этих шаров:
$$m = \rho V$$
$$m_{ZnCu} = 14{,}14 * 8{,}5 = 120{,}19 \text{ г}$$
$$m_{FeCu} = \rho V = 33{,}51 * 7{,}9 = 264{,}7 \text{ г}$$
После этого определим содержание цинка и железа в сплавах:
$$m_{\text{металла}} = \omega_{\text{металла}} m_{\text{сплав}}$$
$$m_{Zn} = \omega_{Zn} m_{ZnCu} = 0{,}3 * 120{,}19 = 36{,}057 \text{ г}$$
$$m_{Fe} = \omega_{Fe} m_{FeCu} = 0{,}2 * 264{,}7 = 52{,}95 \text{ г}$$
Количества вещества цинка и железа составляют 0,55 моль и 0,95 моль соответственно. Из уравнений реакции их взаимодействия с соляной кислотой видно, что водорода образуется по молям столько же, сколько вступает в реакцию металлов. Таким образом, больше водорода, а, следовательно, и тепла при его сгорании, мы получим в случае растворения сплава с железом.
Рассчитаем, какое количество теплоты выделится при сгорании 0,95 моль водорода. При сгорании водорода протекает реакция:

$$H_2 + ½O_2 = H_2O$$

Уравнение записываем с дробным коэффициентом при кислороде, чтобы было удобно сделать расчет. Видно, что из 1 моль водорода образуется 1 моль воды, т.е. 18 грамм. Значит, из 0,95 моль водорода образуется 0,95 моль воды. Теплота этого процесса:

$$Q = 241{,}82 * 0{,}95 = 229{,}7 \text{ кДж}$$

Ответ: сплав меди и железа.

4.2. В лаборатории есть два шарика, представляющих собой сплавы. Первый шарик – сплав цинка и меди (Cu–60%), диаметром 4 см и плотностью 8,5 г/см^3. Второй шарик имеет такой же диаметр, плотность 7,9 г/см^3, и состоит из сплава меди и железа (Fe–40%).
Используя эти шарики, а также на выбор одну из двух кислот – 10% соляную или азотную такой же концентрации, необходимо получить водород. Водород нужен для получения тепловой энергии при его горении на воздухе.
Какой из указанных шариков и в какой кислоте необходимо растворить, чтобы получить максимальное количество тепла в последствии? Сколько при этом выделится теплоты? Запишите уравнения горения водорода и растворения металлов в кислотах, а также приведите необходимые расчеты.
В расчетах используйте, что образование 18 грамм воды при горении водорода сопровождается выделением 241,82 кДж энергии.
Решение. В первую очередь проанализируем химическую сторону задачи. Необходимо получить водород растворением металлов в кислотах. На выбор

предлагается две кислоты и два разных сплава. Запишем возможные уравнения реакции при растворении этих сплавов в кислотах. Обратим внимание, что кислоты разбавленные.

$Zn + 2HCl = ZnCl_2 + H_2$

$Fe + 2HCl = FeCl_2 + H_2$

$4Zn + 10HNO_3 = 4Zn(NO_3)_2 + NH_4NO_3 + 3H_2O$

$3Cu + 8HNO_3 = 3Cu(NO_3)_2 + 2NO + 4H_2O$

$Fe + 4HNO_3 = Fe(NO_3)_3 + NO + 2H_2O$

Из уравнений видно, что при растворении в азотной кислоте водород не выделяется. Поэтому растворять сплавы необходимо в соляной. В соляной кислоте не растворяется медь, поэтому расчеты необходимо вести только для цинка и железа.

Определим, с какими массами металлов мы имеем дело в условии задачи.

Используя формулу объема шара, найдем объем шаров (он будет одинаковый в обоих случаях):

$$V_{шар} = \frac{\pi d^3}{6}$$

$$V_{шар} = \frac{\pi * 4^3}{6} = 33{,}51 \text{ см}^3$$

Затем определим массу этих шаров:

$$m = \rho V$$

$$m_{ZnCu} = 33{,}51 * 8{,}5 = 284{,}8 \text{ г}$$

$$m_{FeCu} = \rho V = 33{,}51 * 7{,}9 = 264{,}7 \text{ г}$$

После этого определим содержание цинка и железа в сплавах:

$$m_{металла} = \omega_{металла} m_{сплав}$$

$$m_{Zn} = \omega_{Zn} m_{ZnCu} = 0{,}4 * 284{,}8 = 113{,}92 \text{ г}$$

$$m_{Fe} = \omega_{Fe} m_{FeCu} = 0{,}4 * 264{,}7 = 105{,}9 \text{ г}$$

Количества вещества цинка и железа составляют 1,75 моль и 1,89 моль соответственно. Из уравнений реакции их взаимодействия с соляной кислотой видно, что водорода образуется по молям столько же, сколько вступает в реакцию металлов. Таким образом, больше водорода, а, следовательно, и тепла при его сгорании, мы получим в случае растворения сплава с железом.

Рассчитаем, какое количество теплоты выделится при сгорании 1,89 моль водорода. При сгорании водорода протекает реакция:

$H_2 + ½O_2 = H_2O$

Уравнение записываем с дробным коэффициентом при кислороде, чтобы было удобно сделать расчет. Видно, что из 1 моль водорода образуется 1 моль воды, т.е. 18 грамм. Значит, из 1,89 моль водорода образуется 1,89 моль воды. Теплота этого процесса:

$$Q = 241{,}82 * 1{,}89 = 457 \text{ кДж}$$

Ответ: сплав меди и железа.

Задача 5. (5 баллов)

5.1. В 1973 году американский математик Нейл Слоун предложил концепцию «продолжительности жизни» натурального числа: перемножением всех цифр данного числа получаем новое число, затем перемножением всех цифр нового числа получаем третье число и так далее, пока не получится однозначное число. Количество шагов в цепочке от заданного числа до однозначного и есть его продолжительность жизни. Например, 1234 → 24 → 8 — это означает, что для числа 1234 продолжительность жизни равна 2.
Напишите компьютерную программу для расчета продолжительности жизни чисел и с помощью этой программы составьте таблицу распределения продолжительности жизни чисел из диапазона от 1900 до 1999. Строки таблицы должны быть упорядочены по продолжительности жизни чисел от меньшего значения к большему; первый столбец таблицы — продолжительность жизни числа, во втором столбце — количество чисел с продолжительностью жизни из первого столбца, а в третьем — список всех таких чисел через запятую.

Решение. Ниже приведен пример программы на языке Pascal, реализующей решение задачи. Программа не является единственным и наилучшим образцом решения, а демонстрирует подходящий для получения полного балла образец.

```
program life;
var
i,n1,n2,n3,n4,j,p,k: integer;
numbers: array[1..100] ofinteger; // массив, содержащий заданные числа
count: array[1..100] ofinteger;     // массив, содержащий информацию о
                                    // количестве шагов (продолжительности
                                    // жизни) для числа из массива numbers
lifelengthcount: array[1..10] ofinteger;  // массив, содержащийколичество чисел
                                    // с фиксированной продолжительность жизни
writenumbers: array[1..10] of string;
begin
for i:=1 to 100 do
// цикл, в котором мы заполняем массив numbersс заданными числами и
// присваиваем начальные нулевые значения элементам массива cou
      begin
      count[i]:=0;
      numbers[i]:=1749+i;
      end;
fori:=1 to 100 do
      // цикл, в котором мы перебираем числа из массива numbersи определяем
      // продолжительностиихжизни.
      begin        // разбиваем число на цифры
      n1:=numbers[i] div 1000;
      n2:=(numbers[i] div 100) mod 10;
      n3:=(numbers[i] div 10) mod 10;
      n4:= numbers[i] mod 10;
      numbers[i]:=n1*n2*n3*n4;   // заменяем число произведением его цифр
      count[i]:=count[i]+1;
      // увеличиваем на 1 счетчик выполненных шагов для текущего числа
      // если текущее значение числа трехзначное, разбиваем число на цифры и
      // заменяем на произведение этих цифр. Счетчик выполненных шагов
      // увеличиваем на 1. В некоторых случаях трехзначный результат
```

```
    // получается несколько раз, и процесс приходится повторять.
    while numbers[i] > 99 do
        begin
        n1:=numbers[i] div 100;
        n2:=(numbers[i] div 10) mod 10;
        n3:= numbers[i] mod 10;
        numbers[i]:=n1*n2*n3;
        count[i]:=count[i]+1;
        end;
    // если текущее значение числа двузначное, разбиваем число на цифры
    // и заменяем на произведение этих цифр. Счетчик выполненных шагов
    // увеличиваем на 1. В некоторых случаях двузначный результат
    // получается несколько раз, и процесс приходится повторять.
    while numbers[i] > 9 do
        begin
        n1:=numbers[i] div 10;
        n2:= numbers[i] mod 10;
        numbers[i]:=n1*n2;
        count[i]:=count[i]+1;
        end;
    end;
p:=count[1];
// находим наибольшую продолжительность жизни, то есть наибольшее
// значениевмассивеcount
for i:=2 to 100 do
    if count[i]>p then p:=count[i];
fori:=1 to 10 do
    // заполняем массив lifelengthcountначальными значениями
    begin
    lifelengthcount[i]:=0;
    writenumbers[i]:='';
    end;
// считаем количество чисел с определенной продолжительностью жизни
for i:=1 to 100 do
    lifelengthcount[count[i]]:=lifelengthcount[count[i]]+1;
// печать результатов
forj:=1 to p do   //  p – наибольшаянайденная продолжительность
    begin
    k:=0;
    iflifelengthcount[j]>0 then     // печатаемстроку, если есть числа с
                                    // рассматриваемойпродолжительностью
                                    // жизни
        begin
        write(j, ' | ', lifelengthcount[j],' | ');  //  печатьпродолжительностижизни
                                                    // и количества чисел с такой
                                                    // продолжительностью жизни
        for i:=1 to 100 do
            begin
            if count[i]=j then
                begin
                write(1749+i);     // печать числа в таблицу результатов
                k:=k+1;      // подсчет количества напечатанных чисел
```

```
                    if k<lifelengthcount[j] then write(', ');
            // печатьзапятой, если текущее напечатанное число не последнее
                    end;
                end;
            writeln();   // перенос каретки в новую строку таблицы
            end;
        end;
  end.
```

Результат работы программы:
1 | 20 | 1750, 1760, 1770, 1780, 1790, 1800, 1801, 1802, 1803, 1804, 1805, 1806, 1807, 1808, 1809, 1810, 1811, 1820, 1830, 1840
2 | 23 | 1752, 1753, 1754, 1756, 1758, 1761, 1765, 1782, 1785, 1789, 1798, 1812, 1813, 1814, 1815, 1821, 1822, 1825, 1827, 1831, 1835, 1841, 1845
3 | 34 | 1751, 1757, 1759, 1762, 1763, 1766, 1775, 1779, 1781, 1784, 1791, 1792, 1794, 1795, 1797, 1799, 1816, 1817, 1818, 1819, 1823, 1824, 1828, 1829, 1832, 1833, 1836, 1838, 1839, 1842, 1844, 1846, 1847, 1848
4 | 21 | 1755, 1764, 1767, 1768, 1771, 1772, 1773, 1774, 1776, 1777, 1778, 1783, 1786, 1787, 1788, 1793, 1826, 1834, 1837, 1843, 1849
5 | 2 | 1769, 1796

Комментарий: Алгоритм учитывает, что на входе будет обработан заданный промежуток чисел из известного диапазона. Кроме того, четырехзначное число не может на следующем этапе нахождения продолжительности жизни дать число, большее трехзначного.

Задача 6. (5 баллов)

6.1. Груз массой 50 кг, находящийся на дне шахты, глубина которой 60 м, поднимают с помощью каната, перекинутого через блок. Когда канат тянет грузчик Петрович, груз поднимается на поверхность за 5 минут 30 секунд, а когда канат тянет конь по кличке Пегас — за 50 секунд. Пусть эффективность работы Петровича и Пегаса определяется сравнением средней полезной мощности, развитой ими при поднятии груза, со средней мощностью, которую развивают при нормальном физическом напряжении человек (80 Вт) и лошадь (736 Вт) соответственно. Кто работал эффективнее, Петрович или Пегас?

Решение. Если масса груза есть m, высота, на которую его поднимают — h, а ускорение свободного падения — g, то полезная работа, совершенная и Петровичем, и Пегасом, будет равна mgh. Петрович совершает эту работу за

$$t_ч = 5\ \text{мин}\ 30\ \text{с} = 330\ \text{с}\,,$$

поэтому средняя полезная мощность $N_ч$, которую он развил, равна

$$N_ч = mgh/t_ч = 50 \cdot 9{,}81 \cdot 60/330 \approx 89{,}18\ \text{Вт}.$$

Аналогичная величина для Пегаса: $N_к = 50 \cdot 9{,}81 \cdot 60/50 \approx 588{,}6$ Вт. Соответственно, эффективность работы Петровича

$$Э_ч = (89{,}18/80) \cdot 100\ \% = 111\ \%\,.$$

При этом эффективность работы Пегаса оказывается меньше:

$$Э_к = (588{,}6/736) \cdot 100\ \% = 80\ \%\,.$$

Ответ: эффективность Петровича 111 %; эффективность Пегаса 80 %.

6.2. Средняя лошадь мощностью 1 лошадиная сила (736 Вт) поднимает 3,5 тонны угля из десятиметровой шахты за 10 минут. А электродвигатель, подключенный к сети 220 В и потребляющий ток 10 А поднимает такое же количество угля за 4 минуты. Определите и сравните КПД лошади и электродвигателя. Ускорение свободного падения 10м/с^2.
Решение. Аналогично решению задачи 6.1.
Ответ: КПД лошади 79%, КПД электромотора 66%.

6.3.Средняя лошадь мощностью 1 лошадиная сила (736 Вт) поднимает 2 тонны угля из десятиметровой шахты за 6 минут. А электродвигатель, подключенный к сети 220 В и потребляющий ток 10 А поднимает такое же количество угля за 3 минуты. Определите и сравните КПД лошади и электродвигателя. Ускорение свободного падения 10м/с^2
Решение. Аналогично решению задачи 6.1.
Ответ: КПД лошади 75%, КПД электромотора 76%.