

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

Вариант 11993 для 9 класса

1. Выясните, существует ли натуральное число n , для которого верно равенство

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{4}{25} \cdot \frac{6}{125} \cdot \dots \cdot \frac{2n}{5^n} = 0, \underbrace{0 \dots 0}_{(n-1) \text{ раз}} 2.$$

Либо найдите все такие числа n , либо докажите невозможность равенства.

2. Трубы нефтепровода составляют сетку, разделяющую прямоугольник 3×8 на 24 одинаковых квадрата, каждая труба — сторона одного такого квадрата или общая сторона двух смежных квадратов. Какое наименьшее число труб достаточно обойти монтеру, чтобы установить на каждой трубе датчик давления и вернуться в исходную вершину сети? При этом некоторые трубы придется, возможно, пройти более одного раза. Есть ли такие трубы, какие они, сколько их? Как изменится результат, если исходный прямоугольник будет иметь размеры 24×1 ?

3. Фундамент торгового комплекса «Все нипочем» представляет собой криволинейный треугольник. Если провести для удобства координатные оси, то две его стороны совпадут с этими осями, а третья сторона пройдет по линии $y = \sqrt{a^2 - x^2}$. Здесь $a > 1$ — известный параметр. На этом фундаменте планируется возвести здание в форме прямоугольника, один из углов которого должен лежать на криволинейной стороне, а противоположный — совпадать с началом координат. Найдите размеры здания $X \times Y$, при которых его площадь будет максимальна.

4. По прямым параллельным путям, расстояние между которыми 60 м, равномерно движутся два поезда в противоположных направлениях. Длина каждого поезда равна 100 м. Стрелочник находится на расстоянии 40 м от ближайшего к нему пути. Первый поезд загромождает от стрелочника часть второго поезда (то есть второй поезд ему виден не целиком или вообще не виден) в течение 5 с. Скорость первого поезда равна 16 м/с. Найдите скорость второго поезда. (Шириной поездов можно пренебречь.)

5. При каких целых n число $n^4 + 2n^3 + 9n^2 + 8n$ кратно 4?

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

Вариант 12991 для 9 класса

1. В десятичной записи числа M две цифры оказались пропущены. Они обозначены ниже подчеркиваниями.

$$M = 15! = 1\ 307\ 67_ 368_00.$$

Можно ли восстановить эти цифры, не выполнив ни одного умножения? Либо найдите их указанным способом, либо покажите, что это сделать невозможно.

(Запись $k!$ обозначает произведение всех подряд идущих натуральных чисел от 1 до k включительно и называется факториалом числа k .)

2. Решите систему уравнений

$$\begin{aligned}x^2 &= (y - z)^2 - 3, \\y^2 &= (x - z)^2 - 7, \\z^2 &= (x - y)^2 + 21.\end{aligned}$$

3. Из множества $\{1, 2, \dots, n\}$ удалили одно число X , среднее арифметическое оставшихся чисел составило $59/4$. Найдите n и X .

4. На сторонах BC и CD квадрата $ABCD$ выбраны точки M и K так, что периметр треугольника CMK в два раза больше стороны квадрата. Найдите величину угла MAK .

5. Найдите все функции $f(x) = ax^2 + bx + c$, удовлетворяющие условию: если любой из коэффициентов a, b, c заменить на 1, то полученные функции имеют ровно один корень.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

Вариант 13093 для 9 класса

1. Положительные числа x , y , z не превосходят единицы. Докажите, что

$$\left(1 + \frac{x+y}{2} + z\right)^2 \geq x^2 + y^2 + 4z^2.$$

2. Снежная королева собирается предложить пленнику свободу, если он нарисует такой 2019-угольник, все стороны которого может пересечь одна единственная прямая, не проходящая через его вершины. Каковы шансы пленника? Либо нарисуйте такие 2019-угольник и прямую, либо обоснуйте, что это сделать невозможно.

3. Карельский Паккайне на новый год достает волшебный пояс, который по своей длине разделен на четыре разноцветные части. Длина всех частей кроме голубой равна 145 см, других трех частей кроме синей – 175 см, трех частей без сиреневой – 170 см, трех частей без белой – 95 см. Какова длина всего пояса? Какова длина его наименьшей части? Можно ли дать ответы на эти вопросы, не находя длины всех частей?

4. Для гарантии новогоднего настроения вдоль прямолинейной набережной установлены пять снежных пушек с электроприводом. Расстояния между парами соседних пушек равны 100, 200, 300 и 700 м. Где следует установить электрогенератор, чтобы суммарная длина проводов, ведущих к пушкам, была минимальной (каждая пушка соединена с генератором напрямую прямолинейным проводом)?

5. Деда Морозы из разных регионов собрались на ежегодный симпозиум. Оказалось, что Дедов Морозов в синих шубах, но без посоха было меньше, чем Дедов Морозов с посохом, но выбравших шубы другого цвета. Каких Дедов Морозов было больше: в синих шубах или с посохом?

ЗАДАНИЕ ПО ФИЗИКЕ
ВАРИАНТ 24092
для 9-го класса

1. Каким образом можно удалить с заряженного проводника, помещённого на изоляторе, половину его заряда?
2. Изучение нейтронных звёзд превратилось в одну из самых увлекательных областей астрофизики. Интерес к ним обусловлен колоссальной плотностью и сильнейшими магнитными и гравитационными свойствами этих объектов Вселенной. Определите плотность нейтронной звезды, если период обращения планеты вблизи поверхности звезды равен T .
3. Одноклассники Петя и Катя пришли на стадион тренироваться в беге. Стартовали они одновременно из одного места в противоположных направлениях, при этом каждый пробежал дистанцию в $N=10$ кругов по гравеловой дорожке стадиона. И Катя, и Петя бежали с постоянной скоростью. Во время бега Катя тратила на один круг $t_1=45$ с, а Петя - $t_2=55$ с. Через какое время после старта забега Катя в 5-й раз встретила Петю?
4. Кубик, ребро которого равно a , плавает в воде, погружившись в нее на $3/4$ своего объема. Другой кубик такого же размера плавает в воде, погружившись в нее на $2/3$ своего объема. Кубики ставят друг на друга, соединив грани. Получившийся параллелепипед плавает в воде так, что его длинное ребро вертикально. Определите глубину погружения в воду нижней грани параллелепипеда, если первый кубик находится внизу. Найдите ответ, если внизу будет второй кубик.
5. Два корабля в проливе идут навстречу друг другу со скоростями v_1 и v_2 . В момент времени $t_0 = 0$ первый корабль издаёт гудок. Капитан второго корабля, услышав сигнал, тут же ответил своим сигналом. Капитан первого корабля услышал ответный гудок второго корабля в момент времени τ . Скорость звука равна $v_{зв}$ и не зависит от скорости источника, посылающего сигнал. Найдите расстояние между кораблями в момент приема ответного сигнала первым кораблем.

ЗАДАНИЕ ПО ФИЗИКЕ
ВАРИАНТ 22091
для 9-го класса

1. Зеркальный шар освещается слева параллельным однородным световым пучком, диаметр которого равен диаметру шара. Ось пучка совпадает с горизонтальным диаметром шара. В каком направлении отразится больше световых лучей: налево или направо? Поясните ответ построением хода лучей.
2. Из пункта А в пункт Б вышел первый автобус. Одновременно с ним из пункта Б в пункт А вышел второй автобус. Оба автобуса двигались по одному и тому же шоссе и пришли в свои пункты назначения одновременно. При этом первый автобус проехал вторую половину своего пути со средней скоростью $v_2=60$ км/ч, а второй автобус проехал первую половину времени своей поездки со средней скоростью $u_1=44$ км/ч, а вторую – со средней скоростью $u_2=52$ км/ч. С какой средней скоростью первый автобус проехал первую половину своего пути?
3. Два мальчика растягивают невесомый резиновый шнур, взявшись за его концы, причем каждый тянет с силой $F=120$ Н. Определите удлинение шнура, если его коэффициент упругости $k=40$ Н/см.
4. В поле тяжести из начала координат начинает движение тело массой 2 кг так, что его координаты удовлетворяют системе уравнений: $\begin{cases} x = 5t; \\ y = 5t^2, \end{cases}$ в которой все величины выражены в единицах СИ. Определите кинетическую энергию тела через 2 с после старта.
5. На улице идет снег при температуре окружающего воздуха 0°C . Снежинки падают вертикально. За секунду на поверхность земли площадью 1 м^2 падает в среднем $n = 100$ снежинок массой 1,5 мг каждая. Уличный фонарь выполнен в виде стеклянного куба с длиной ребра 20 см. Определите минимальную мощность лампочки фонаря, которую необходимо использовать, чтобы на верхней грани куба не накапливался снег. Коэффициент прозрачности стекла фонаря $\eta = 67\%$, удельная теплота плавления льда $3,3 \cdot 10^5$ Дж/кг.

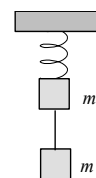
ЗАДАНИЕ ПО ФИЗИКЕ
ВАРИАНТ 21091 для 9-го класса

1. Возьмите два листа бумаги и расположите их вертикально и параллельно друг другу, оставив небольшой зазор. Подуйте между листами. Что произошло с листами? Почему?

2. Парашютист массой 80 кг спускается на парашюте с постоянной скоростью 5 м/с. Определите установившуюся скорость движения мальчика массой 40 кг, если он спускается на таком же парашюте. Сила сопротивления воздуха пропорциональна квадрату скорости.

3. Фермер на тракторе выехал из деревни в город забрать прицеп к трактору. Одновременно навстречу ему из города в деревню выехал велосипедист. Через время 9 минут после встречи с велосипедистом фермер прибыл в город, забрал прицеп, отправился обратно в деревню и прибыл туда одновременно с велосипедистом, что произошло через 1 час 4 минуты после их первой встречи. Во сколько раз скорость трактора без прицепа была больше скорости трактора с прицепом? Скорости движения фермера и велосипедиста между городом и деревней считайте постоянными. Временем пребывания фермера в городе пренебрегите.

4. Два одинаковых груза массой m подвешены с помощью невесомой пружины жесткостью k и нити. Каким будет максимальное перемещение вверх первого груза после пережигания нити? Нить невесома и нерастяжима.



Указание: Энергия деформированной пружины определяется по формуле $\frac{k\Delta l^2}{2}$, где Δl - деформация пружины.

5. Небольшой резиновый мячик начинает падать с края вертикального цилиндрического колодца диаметром D и глубиной H с идеально гладкими стенками. Начальная скорость мячика равна v и направлена строго горизонтально по диаметру колодца. Сколько раз ударится мячик о стенки, прежде чем упадет на дно колодца? Удары о стенки считать абсолютно упругими.

ЗАДАНИЕ ПО ИНФОРМАТИКЕ
ВАРИАНТ 32992 для 9 класса

Для заданий 1-5 требуется разработать алгоритмы на языке блок-схем, псевдокоде или естественном языке

1. Арифметический палиндром - собой положительное число, которое одинаково считывается слева направо и справа налево. Например, 87578 и 123321 это арифметические палиндромы, а 3753 и 81128 нет. Требуется найти количество способов представить число N как произведение двух арифметических палиндромов. Решения, получаемые перестановкой сомножителей, считать одинаковыми.
2. Известно, что двенадцатизначное число $A = 2018y2014xux$ делится нацело на 18. Составьте алгоритм для нахождения всех возможных пар цифр (x, y) .
3. Разработайте алгоритм нахождения всех чётных натуральных чисел в диапазоне от N до M с максимальной суммой чётных делителей (N, M – натуральные числа).
4. На бумаге нарисован ряд из M клеток. В клетке либо пусто, либо записано целое число. Найти максимальное число, встречающееся ровно 4 раза.
5. Вот так выглядит расписание занятий, которое вы можете найти рядом с деканатом института:

1 пара. 08:30 10:00

2 пара. 10:15 11:45

3 пара. 11:55 13:25

4 пара. 14:15 15:45

5 пара. 15:55 17:25

6 пара. 17:40 19:10

7 пара. 19:20 20:50

Дорога от дома до института, как и дорога назад, занимает у Кирилла ровно 20 минут. После прихода из дома на первую пару в своём расписании Кирилл сидит в университете до конца последней пары в своём расписании, а потом едет домой. Кирилл учится 6 дней в неделю. На листе бумаги записаны шесть пар чисел от 1 до 7 – номер первой и последней пары для каждого дня недели. Номер первой пары не превосходит номера последней пары. Посчитайте, сколько времени Кирилл за неделю потратит на то, чтобы съездить в институт, посетить там все пары и вернуться домой.

ЗАДАНИЕ ПО ИНФОРМАТИКЕ
ВАРИАНТ 31991 для 9 класса

Для заданий 1-5 требуется разработать алгоритмы на языке блок-схем, псевдокоде или естественном языке.

1. Разработать алгоритм для вычисления значения выражения

$$R = \sqrt{98 + \sqrt{95 + \sqrt{92 + \dots + \sqrt{5 + \sqrt{2}}}}}$$

2. Как известно, числа-палиндромы – это числа, одинаково читающиеся слева направо и справа налево. Разработайте алгоритм для нахождения всех разбиений заданных чисел-палиндромов n_1, n_2, \dots, n_m на сумму двух натуральных чисел x и y так, что $n_i = 3x + 5y$. Для каждого i -го числа пары x, y могут быть своими.
3. В теории чисел нечётное натуральное число k называют числом Серпинского, если для любого натурального числа n число $k \times 2^n + 1$ является составным. Разработайте алгоритм поиска простых чисел Серпинского в диапазоне для n от P до Q . Рассматривать значения k до 10^{10} .
4. На листе бумаги написано Q троек чисел, разделенных пробелом (каждая тройка чисел в новой строке). Рассматривая каждую тройку как коэффициенты уравнений, задающих параболы на плоскости, укажите те параболы, которые имеют одинаковое число пересечений с остальными параболой (не обязательно всеми).
5. На листе бумаги записаны значения средней температуры за день за период март-апрель 2018. Каково максимальное отклонение от среднего значения температуры среди рабочих дней, в которые температура была неотрицательна? Выходной день – суббота и воскресенье. 1 марта 2018 г. – четверг.