

РЕШЕНИЕ ВАРИАНТА 41991 для 9 класса

Обозначим

через  $H_k$  высоту подъема на  $k$ -ом подскоке (после  $k$ -го удара о пол),

через  $t_k$  время подъема при  $k$ -ом подскоке,

через  $v_k$  скорость тела непосредственно после  $k$ -го удара о пол.

Везде ниже будем под словом "скорость" подразумевать модуль скорости, с которой движется тело.

1. Все начинается с того, что "пузик" падает с высоты  $H_0$  без начальной скорости. Обозначим через  $v_0$  скорость, которую он приобретет к моменту удара о пол. Из закона сохранения механической энергии

$$m g H_0 = \frac{m v_0^2}{2}$$

находим

$$v_0 = \sqrt{2 g H_0},$$

Поскольку арбуз движется равноускоренно (с ускорением  $g$ ), то время первого падения будет равно

$$t_0 = \frac{v_0}{g}.$$

2. Во время удара о пол, согласно условию, скорость уменьшается в  $k_1$  раз, где коэффициент  $k_1 = k(v_0) = \frac{1}{1 + 0.1\sqrt{v_0}}$ . В результате арбуз начинает лететь вверх с начальной скоростью

$$v_1 = k(v_0) \cdot v_0$$

Из закона сохранения механической энергии

$$m g H_1 = \frac{m v_1^2}{2}$$

получаем высоту подъема

$$H_1 = \frac{v_1^2}{2g}.$$

Так как в верхней точке скорость равна нулю, а движение вверх – равнозамедленное, то время подъема

$$t_1 = \frac{v_1}{g}.$$

Столько же занимает спуск, поэтому при подсчете общего времени величину  $t_1$  необходимо будет удвоить.

Поскольку во время полета потерь энергии не происходит, то скорость приземления будет равна скорости взлета  $v_1$ .

3. Аналогичным образом можно описать второй подскок "пузика". Затем третий и так далее. Напишем общие формулы для подскока с номером  $n$ .

Непосредственно перед ударом о пол арбуз имел скорость  $v_{n-1}$ . Во время удара о пол, согласно условию, скорость уменьшается в  $k_n$  раз, где коэффициент

$$k_n = k(v_{n-1}) = \frac{1}{1 + 0.1\sqrt{v_{n-1}}}.$$

В результате арбуз начинает лететь вверх с начальной скоростью

$$v_n = k(v_{n-1}) \cdot v_{n-1}.$$

Он достигает высоты

$$H_n = \frac{v_n^2}{2g}$$

и затрачивает на это время

$$t_n = \frac{v_n}{g},$$

а затем еще ровно столько же времени на спуск.

4. Дополнительно при переходе к следующему скачку необходимо учитывать возможность его совершения. Если значение  $v_n^2$  окажется меньше, чем заданная в условии величина  $W$ , то движение прекращается. Это условие будет ниже условием прекращения расчетов.

5. Теперь можно сформулировать алгоритм расчета прыжков арбуза

### Алгоритм "Полосатые пузики"

Вход:  $H_0$

#### Начало алгоритма

Положить  $v_0 := \sqrt{2gH_0}$ ;  $t_0 := \frac{v_0}{g}$ ;  $T := t_0$ ;  $n := 1$ ;  $W := 0.1$ ;

ПОКА  $v_{n-1}^2 \geq W$

    Вычислить новую скорость  $v_n = k(v_{n-1}) \cdot v_{n-1}$ ;

    Вычислить высоту  $H_n = \frac{v_n^2}{2g}$ ;

    Вычислить время  $t_n = \frac{v_n}{g}$ ;

    Увеличить общее время  $T = T + 2t_n$ ;

    Увеличить счетчик  $n := n + 1$ ;

КОНЕЦ\_ПОКА

Вывести первую и вторую высоты  $H_1$  и  $H_2$ ;

Вывести время  $T$ ;

Вывести количество подскоков  $n - 1$ ;

**Конец алгоритма**

5. Если провести расчеты по приведенным алгоритмам, то получим следующий округленный

**Ответ:**

1.  $H_1 = 0.99$  м,  $H_2 = 0,67$  м.

2. Все движение займет  $T = 7.47$  с и будет состоять из 26 подскоков.

ЗАДАНИЕ ПО КОМПЛЕКСУ ПРЕДМЕТОВ  
ФИЗИКА, ИНФОРМАТИКА, МАТЕМАТИКА

ВАРИАНТ 42991 для 9 класса

Вспомним старинный карпатский способ ловли Змея Горыныча: зимой заманить гада в колодец-западню и вызвать лавину, которая наглухо засыпет колодец снегом. Был ли этот способ когда-либо использован, неизвестно. Но известно мнение скептиков, утверждавших, что огнедышащий Змей растопит накрывший его снег и выберется на волю.

Попробуем разобраться в этом процессе.

Будем считать, что над Змеем, сидящим на дне колодца, расположен цилиндрический столб снега, имеющий высоту  $H = 10$  м и площадь поперечного сечения  $S = 4$  м<sup>2</sup>. Плотность снега  $\rho = 300$  кг/м<sup>3</sup>, удельная теплота плавления  $\lambda = 334 \cdot 10^3$  Дж/кг.

Также будем считать, что Змей Горыныч обладает начальным запасом теплорода (создающего выдыхаемое пламя)  $M = 40$  кг, удельная теплота сгорания которого  $W = 400 \cdot 10^5$  Дж/кг. За один огнедышащий выдох Змей извергает ровно треть оставшегося запаса теплорода. Поскольку, как известно из биологии, Горынычи не теплокровные и, находясь под снегом, могут впасть в спячку, то при каждом огнедышащем выдохе Змею необходимо тратить количество теплоты  $E = 10^5$  Дж на собственный обогрев. Все остальное тепло полностью идет на плавление снега, при этом каждый раз снег плавится по всей своей площади, и высота снежного цилиндра уменьшается на некоторую величину.

1. Найдите высоту слоев снега, растопленных при первом и при втором огнедышащих выдохах.
2. Найдите общее количество огнедышащих выдохов, тепло которых пойдет на плавление снега.
3. Определите, сможет ли Змей Горыныч выбраться из западни.

Дополнение

В приведенном выше описании никак не учитывается, что происходит с водой, в которую превращается расплавленный снег. Например, можно считать, что вся вода моментально впитывается в стенки колодца и не участвует в тепловых процессах. Это весьма сильное допущение, но его приходится делать, чтобы упростить модель. Полученные числовые результаты будут грубым, но, тем не менее, адекватным приближением к правильным показателям.

РЕШЕНИЕ ВАРИАНТА 42991 для 9 класса

Будем считать все выдохи, о которых пойдет речь ниже, огнедышащими.

1. Пусть Змей Горыныч имеет запас теплорода  $M_1$ . За первый выдох он истратит  $\frac{1}{3}M_1$  теплорода, выделив при этом количество теплоты  $Q_1 = \frac{W M_1}{3}$ . Согласно условию, из всего выделенного тепла на плавление снега пойдет  $Q_1 - E$ .

Обозначим массу расплавленного снега через  $m_1$ . Тогда  $Q_1 - E = \lambda m_1$ , откуда

$$m_1 = \frac{Q_1 - E}{\lambda}.$$

В соответствии с условием, расплавленная масса снега представляет собой цилиндр с основанием  $S$ , высотой  $D_1$  и плотностью снега в нем  $\rho$ . Таким образом,

$$m_1 = S D_1 \rho.$$

Поэтому за первый выдох Змей растапливает часть снежного столба высотой

$$D_1 = \frac{m_1}{S \rho} = \frac{Q_1 - E}{\lambda S \rho}.$$

Подставив в эту формулу числа, получим ответ на самый первый вопрос.

Обозначим высоту снежного столба в колодце перед первым выдохом через  $x_1$  (по условию  $x_1 = H$ ). После выдоха она станет равна  $x_2 = x_1 - D_1$ .

2. После первого выдоха Горыныч будет обладать запасом теплорода

$$M_2 = \frac{2}{3}M_1,$$

поскольку одна треть уже истрачена.

Дальнейшие рассуждения аналогичны пункту 1 (но все величины теперь будут иметь индекс 2). Поэтому за второй выдох растопится вторая часть снежного столба высотой

$$D_2 = \frac{m_2}{S \rho} = \frac{Q_2 - E}{\lambda S \rho},$$

где  $Q_2 = \frac{W M_2}{3}$ . Подставив в эту формулу числа, получим вторую часть ответа на первый вопрос.

3. Дальнейшие рассуждения будут циклически повторять описанное выше.

На  $k$ -ом шаге цикла будем вычислять высоту очередной растопленной части

$$D_k = \frac{Q_k - E}{\lambda S \rho}, \quad \text{где} \quad Q_k = \frac{W M_k}{3},$$

и затем пересчитывать остаток теплорода  $M_{k+1}$  и высоту оставшегося снежного столба  $x_{k+1} = x_k - D_k$ .

Если величина  $x_{k+1}$  получится отрицательной, то это будет означать, что весь снег растоплен и Горыныч свободен.

Если же запас  $M_{k+1}$  окажется таким, что  $Q_k = \frac{W M_{k+1}}{3} \leq E$ , то тепла для топления снега не останется. Это будет означать, что Горыныч навсегда останется в снежном плену.

4. После всего сказанного можно написать алгоритм вычислений.

Будем использовать переменную-ключ  $Key$  для хранения информации о состоянии процесса и о том, чем он завершился.

Если  $Key = 0$ , то Горыныч бодр и продолжает процесс плавления снега.

Если  $Key = 1$ , то Горыныч истратил все силы и не может продолжать плавить снег.

Если  $Key = 2$ , то Горыныч расплавил весь снег и выбирается на волю.

#### Начало алгоритма

Положить  $k := 1$ ;  $Key = 0$ ;  $E := 10^5$ ;  $W = 400 \cdot 10^5$ ;

$H = 10$ ;  $S = 4$ ;  $\rho = 300$ ;  $\lambda = 334 \cdot 10^3$ ;

$M_1 = 40$ ;

ПОКА  $Key = 0$ ;

Вычислить количество теплоты  $Q_k = \frac{1}{3}WM_k$ ;

ЕСЛИ  $Q_k < E$  ТО  $Key := 1$ ;

ИНАЧЕ

Вычислить высоту растопленного слоя  $D_k = \frac{Q_k - E}{\lambda S \rho}$ ;

Вычислить высоту оставшегося снега  $x_{k+1} = x_k - D_k$ ;

Вычислить остаток теплорода  $M_{k+1} = \frac{2}{3}M_k$ ;

Увеличить счетчик  $k := k + 1$ ;

ЕСЛИ  $x_k < 0$  ТО  $Key := 2$ ; КОНЕЦ\_ЕСЛИ

КОНЕЦ\_ЕСЛИ

КОНЕЦ\_ПОКА

Сохранить количество выдохов  $N = k - 1$ ;

Вывести  $D_1$  и  $D_2$ ;

Вывести  $N$ ;

Вывести  $Key$ ;

**Конец алгоритма**

6. Если провести расчеты по приведенным алгоритмам, то получим следующий округленный

**Ответ:**

1.  $D_1 = 1.33$  м,  $D_2 = 0,89$  м.

2. Змей не выберется (растопит лишь 4 м снега) и истратит на плавление снега 22 выдоха.

3. При указанных данных Змей не спасется (растопит лишь  $\approx 4$  м снега).