Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Отборочный этап. Очная форма.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 11991 для 9 класса

1. За год цены на энергоносители изменились по закону

$$y(a,x) = (a^3-1)\sqrt[3]{x^3+1} + \sqrt{a}\cdot x,$$

где x — прежняя цена, y — новая цена, a — параметр, задаваемый энергопроизводителем. Могут ли при этом все цены, находившиеся в интервале $(1,30)$, остаться в нём же?

2. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 2y = x^2+1, \\ 2z = y^2+1, \\ 2x = z^2+1. \end{cases}$$

3. Медиана AD треугольника ABC имеет длину m, стороны AB и AC — длины $m+1$ и $m+3$ соответственно. Найдите площадь треугольника ABC и выясните, может ли его угол A быть равным 30°.

4. Целой частью $\lfloor x \rfloor$ числа x называется наибольшее целое число m такое, что $m \le x$, например, $\lfloor \sqrt{2} \rfloor = 1$, $\lfloor -0.9 \rfloor = -1$. Решите уравнение:

$$\lfloor \sqrt[3]{2x} \rfloor = \sqrt[3]{\lfloor 2x \rfloor}.$$

5. Имеется два одинаковых кубических ящика, каждый из которых заполнен шарами. Шары касаются друг друга, крайние шары касаются стенок, они уложены предельно плотно. В первом ящике 27 одинаковых больших шаров, во втором 64 одинаковых меньших. Шары в обоих ящиках состоят из одного вещества. Может ли какой-то ящик быть тяжелее другого, и если может, то насколько?

Для решения используйте формулу объёма шара радиуса R : $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 12993 для 9 класса

1. Горючее на складе хранится в бочках двух типов (разной емкости), их общий объем 800 м^3. Если бы все бочки были первого типа, то их общий объем стал бы на 200 м^3 больше. Если бы все бочки были второго типа, то общий объем сократился бы на 300 м^3. Каков суммарный объем бочек каждого типа?

2. Имеется два аккумулятора одинаковой емкости. На первом техническом устройстве аккумулятор разряжается за 40 ч работы, а на втором — за 60 ч. Аккумуляторы можно менять местами. Какое наибольшее время работы двух установок могут обеспечить два аккумулятора?

3. Сумма квадратов корней квадратного трехчлена $f(x) = x^2 + bx + c$ в 2,5 раза больше расстояния между ними, дискриминант равен 16. Найдите отношение большего из чисел $f(4)$ и $f(-4)$ к меньшему.

4. Под куполом цирка n артистов идут с одинаковыми постоянными скоростями по канату. Навстречу им с такими же скоростями движутся еще n канатоходцев. При встрече лицом к лицу любых двух канатоходцев они пожимают друг другу руки, разворачиваются и движутся в противоположные стороны с прежней скоростью. Дойдя до какого-либо конца каната, артист покидает его и спускается. Может ли число всех рукопожатий на канате быть равным $2n + 2$?

5. Андреевский флаг в виде синего креста, расположенного вдоль диагоналей белого прямоугольника с соотношением сторон $2 : 3$, является с 1992 г., как и в 1699 – 1917 годах, официальным военно-морским флагом России. (Он назван в честь апостола Андрея Первозванного, покровителя мореплавателей и рыбаков, распятого, по христианскому преданию, на косом кресте.) Толщина каждой перекладины синего креста в 10 раз меньше длины флага, а ось перекладины совпадает с диагональю флага. Найдите отношение площадей белых треугольников флага.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 13993 для 9 класса

1. Техническое устройство состоит из трех агрегатов, их энергопотребление $E_1(\rho,t) = \sqrt{\rho - 2t - 1}$, $E_2(\rho,t) = \sqrt{2\rho + 3t}$, $E_3(\rho,t) = \sqrt{3\rho + t - 1}$ зависит от плотности ρ и температуры t окружающей среды. Каково минимальное суммарное энергопотребление всех трех агрегатов и при каких значениях параметров ρ, t оно достигается?

2. Число $1/11$ разложили в бесконечную десятичную дробь. В ней 2017-ю цифру после запятой заменили на 1700-ую. Получили число x. Сравните $\sqrt{x}$ и $\sqrt{1/11}$.

3. Точка E — центр квадрата $ABCD$. Она соединена отрезками со всеми вершинами квадрата кроме A. Требуется раскрасить точки A, B, C, D, E так, что любые две точки из этих пяти, соединенные отрезком, имеют разные цвета.

А. Каково минимальное число цветов, достаточное для такой раскраски?

Б. Сколько существует различных способов раскраски в минимальное число цветов?

4. В текущем году возраст брата вдвое больше возраста сестры в году t_0. В том году t_0 брату было столько же лет, сколько сестре в текущем. Найдите возраст брата и сестры в текущем году, если им вместе 21 год.

Пусть один прямоугольный треугольник имеет катеты, длины которых равны возрасту брата и сестры в текущем году, а у другого прямоугольного треугольника длины катетов равны возрастам брата и сестры в году t_0. Подобны ли эти треугольники?

5. Орнаментом в декоративно-прикладном искусстве принято называть повторяющееся изображение одного и того же рисунка. Орнамент на плоской поверхности (на стене, потолке, полу здания или помещения, на ткани, бумаге и пр.) часто образует "замощение" плоскости одинаковыми геометрическими фигурами. Можно ли "замостить" плоскость одинаковыми правильными 9-угольниками так, что любые два соседних 9-угольника имеют ровно одну общую сторону?

Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Отборочный этап. Очная форма.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 14994 для 9 класса

1. Через точку $O(0;0)$ проведены прямые, касающиеся параболы

$$y = 3(x-1)(x-4)$$

в точках A и B. Найдите площадь треугольника AOB.

2. Решите уравнение

$$x^4(1-(1-|1-x|)^7) = 1 + x^4 - |1-x|.$$

3. Многочлен $f(x) = x^2 + px + q$ имеет корни $f(0)$ и $f(2)$. Найдите все такие многочлены $f(x)$.

4. Зимний дворец (четвертый) в Петербурге возведен Франческо Бартоломео Растрелли в 1754–1762 гг. для императрицы Елизаветы Петровны. Суммарное число комнат и лестниц в нем на 169 меньше числа дверей, а суммарное число лестниц и дверей равно 1903. Если число дверей увеличить в 10 раз, то результат будет на 330 меньше числа комнат. Найдите количество лестниц, комнат и дверей.

5. В выпуклом 1111-угольнике $A_1A_2\dots A_{1111}$ (не обязательно правильном) две стороны A_1A_2 и A_3A_4 продолжили до пересечения в точке B_2; то же сделали с парами сторон A_2A_3 и A_4A_5 (получили точку B_3), $\dots$, $A_{1110}A_{1111}$ и A_1A_2 (получили точку B_{1111}), $A_{1111}A_1$ и A_2A_3 (получили точку B_1).

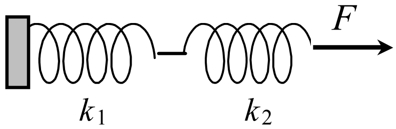
В итоге получилась "звёздочка" $A_1B_1A_2B_2A_3B_3A_4\dots B_{1111}A_1$. Найдите сумму углов $B_1,\ B_2,\ \dots\ ,\ B_{1111}$ этой "звёздочки".

Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Отборочный этап. Очная форма.

ЗАДАНИЕ ПО ФИЗИКЕ
ВАРИАНТ 21094 для 9-го класса

1. На озере в неподвижной лодке стоят два рыбака. Мальчик находится на корме лодки, а его отец – на носу. Что произойдёт с центром масс этой системы тел, если мальчик и его отец поменяются местами (масса мальчика меньше массы мужчины). Поясните ответ.

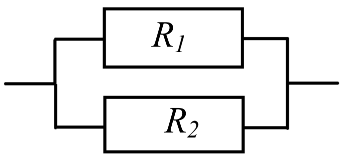
2. На рисунке представлено устройство, собранное из двух пружин с коэффициентами жёсткости k_1 =30 Н/м и k_2 =70 Н/м. Рассчитайте отношение силы F, вызывающей деформацию устройства, к величине этой деформации.



3. Одноклассники Катя, Петя и Вася живут далеко от школы в доме на конечной остановке автобуса. Автобусы отправляются каждые 12 минут. Петя поехал в школу на автобусе, который отправился в 7.15. Через некоторое время он увидел в окно свою одноклассницу Катю, едущую на велосипеде по той же дороге в том же направлении со скоростью v=20 км/час. Он сразу же сообщил эту новость Васе по мобильному телефону, который ехал на следующем автобусе. Через какое время после звонка Пети Вася увидел в окно Катю? Скорость обоих автобусов была одинакова и равна V=50 км/час?

4. От пристани «Школьная» до пристани «Студенческая», расположенной выше по течению реки, ходит речной трамвайчик. Когда тем же маршрутом следует буксир с тяжёлой баржей, скорость которого (относительно воды) в n раз меньше скорости трамвайчика, то он затрачивает на свой путь в k раз больше времени, чем трамвайчик (n>1, k>1). Во сколько раз дольше, чем трамвайчик от «Школьной» до «Студенческой», будет плыть бревно от «Студенческой» до «Школьной»?

5. Определите температурный коэффициент электрического сопротивления для приведённой на рисунке схемы, если для сопротивления R_1 температурный коэффициент электрического сопротивления равен α_1, а для сопротивления R_2 температурный коэффициент электрического сопротивления равен α_2. Максимально упростите полученное выражение. Вычислите его значение для случая R_1=5Ом, R_2=10 Ом, α_1=0,002 1/К, α_2=0,005 1/К.



ЗАДАНИЕ ПО ФИЗИКЕ
ВАРИАНТ 22093 для 9-го класса

1. Если в темноте быстро разматывать рулон полимерной упаковочной пленки, то иногда можно увидеть искры. Объясните это явление с точки зрения физики. От чего, по вашему мнению, зависит интенсивность явления? Когда искры возникают чаще - зимой или летом? Почему? Объясните свой ответ.

2. 144 куска сахара кубической формы можно сложить в форме прямоугольного параллелепипеда, некоторые грани которого представляют собой квадраты. Ребра квадратных граней имеют минимально возможную длину, а длина другого ребра параллелепипеда равна 18 см. Сахаром максимально наполнили деревянную коробку с габаритными размерами 11*12*15 мм и с толщиной стенок 1 мм. Определите массу коробки с сахаром, если плотности дерева и сахара равны, соответственно 0,5 г/см^3 и 1,6 г/см^3.

3. Одноклассники Петя и Катя, проводящие летние каникулы на даче, очень любят ходить на речку. Любимое место Пети расположено на S = 240 м ниже по течению, чем любимое место Кати. Петя решил вплавь добраться до места Кати. Потом ребята, уже вместе, поплыли на место Пети. На сколько дольше Петя плыл к Кате, чем они плыли вместе? Известно, что скорость течения u = 0,5 м/с, и что скорости Пети и Кати относительно воды одинаковы и равны v = 1,5 м/с.

4. Однажды Крош и Ёжик пришли на стадион на утреннюю пробежку. Беговая дорожка представляла собой окружность. Первый раз они стартовали из одной точки в одном направлении, причем Крош бежал быстрее Ёжика. Затем они стартовали из той же точки, с теми же скоростями, но в противоположных направлениях. Совунья, наблюдавшая за пробежкой, сообщила, что когда Крош и Ёжик бежали навстречу друг другу, они встречались в 3 раза чаще, чем когда они бежали в одном направлении. Во сколько раз Крош быстрее Ёжика?

5. Паук-серебрянка тащит пузырек воздуха под воду. На глубине 20 см радиус пузырька составил 4 мм. Определите выталкивающую силу, действующую на этот пузырек и оцените давление воздуха в нем на глубине 8 м. Считайте, что давление воздуха в пузырьке обратно пропорционально его объему. Объем шара можно вычислить по формуле $V = \frac{4}{3}\pi R^3$, где R – радиус шара.

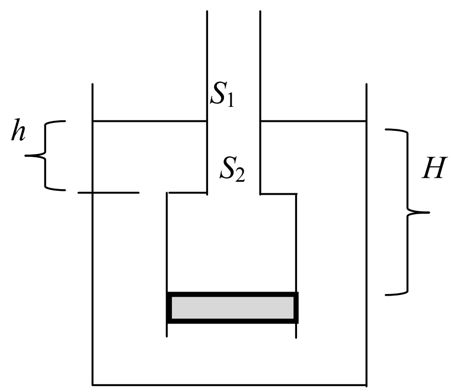
ЗАДАНИЕ ПО ФИЗИКЕ
ВАРИАНТ 23094 для 9-го класса

1. Вы вышли на улицу (температура -3 °C) и подобрали металлический стержень и деревянную палку. Почему на ощупь стержень кажется холоднее палки? При какой температуре и металл, и дерево будут казаться на ошупь одинаково нагретыми? Объясните свой ответ.

2. Из кирпича плотностью $\rho = 1{,}5 \cdot 10^3$ кг/м^3 можно построить здание максимальной высотой $H = 200$ м. С каким запасом прочности будет построено такое здание, если предел прочности кирпича на сжатие $\sigma_n = 2{,}1 \cdot 10^7$ Па?

3. Имеются два тела, объемы которых одинаковы, а суммарная масса тел равна M кг. Плотности материалов, из которых сделаны тела, отличаются в k раз. Во сколько раз одно тело тяжелее другого?

4. Ранним утром, когда в метро пустынно, одноклассники Петя и Катя пришли на одну из станций. Сначала Петя взбежал вверх по лестнице и, не останавливаясь, вернулся обратно по той же лестнице вниз, где с секундомером его ждала Катя. Секундомер Кати показал время бега Пети t_1. Затем Петя взбежал вверх по эскалатору, идущему вниз параллельно лестнице, а затем, не останавливаясь, вернулся обратно по тому же эскалатору. Секундомер показал время бега Пети $t_2=4t_1/3$. Во всех случаях скорость бега Пети была одна и та же. С какой скоростью бежал Петя? Скорость эскалатора равна u. Длины лестницы и эскалатора одинаковы.



5. В открытую кастрюлю с водой погружён перевёрнутый цилиндрический стакан с площадью дна S_2=50 см^2 (см. рис.). В стакане находится поршень, герметично подогнанный к стенкам стакана, причём поршень находится ниже уровня воды в кастрюле на H=40 см. Через отверстие в дне стакан соединён с трубкой площадью сечения S_1=S_2/5, свободный конец которой расположен выше уровня воды в кастрюле. Дно стакана находится ниже уровня воды в кастрюле на h=25 см. Поршень находится в равновесии. Какая сила приложена к поршню и куда она направлена? Плотность воды ρ=1000 кг/см^3, ускорение свободного падения g=10 м/с^2. Силой трения поршня о стенки стакана и массой поршня пренебрегите.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Отборочный этап. Очная форма.

ЗАДАНИЕ ПО ФИЗИКЕ
ВАРИАНТ 24092 для 9-го класса

1. Объясните, в каком случае а совершается бóльшая механическая работа: при забивании или при вытаскивании гвоздя?

2. В Астрахани на баржу погрузили партию арбузов массой m_1. Известно, что спелые арбузы состоят в основном из воды. В данной партии доля воды в арбузах составляла x_1 (т.е. отношение массы воды в арбузах к массе арбузов равнялось x_1). Погода стояла жаркая. Пока арбузы плыли в Москву, доля воды в них уменьшалась из-за испарения воды. По прибытии в Москву масса арбузов составляла m_2. Найдите долю воды в арбузах, привезённых в Москву.

3. С пристани «Школьная» через равные промежутки времени t отходят речные трамвайчики вверх по течению в сторону пристани «Школьная». Им навстречу со «Школьной» на «Студенческую» движется судно на подводных крыльях «Ракета» со скоростью V относительно берега. «Ракета» встречает трамвайчики через равные промежутки времени τ. Какова скорость трамвайчика относительно берега, если скорость течения реки равна u?

4. Рельс длиной L и массой m поднимают на двух параллельных вертикальных тросах. Первый трос закреплен на конце рельса, а второй на расстоянии d от другого конца. Найдите силу натяжения первого троса, если рельс остается все время в горизонтальном положении.

5. Деревянный куб плавает в воде. Его плотность на 10% меньше плотности воды ($\rho_{воды}$=1000 кг/м^3) . Для того, чтобы полностью утопить куб, нужно совершить минимальную работу A = 80мДж. Определите длину ребра куба. Ускорение свободного падения считать равным 10м/с^2. Работа силы сопротивления пренебрежимо мала.

ЗАДАНИЕ ПО ИНФОРМАТИКЕ
ВАРИАНТ 33991 для 9 класса

Для заданий 1-5 требуется разработать алгоритмы на языке блок-схем, псевдокоде или естественном языке.

1. Среди простых чисел, не превосходящих заданного натурального числа N, найти такое, в троичной записи которого максимальное количество двоек.
2. Два числа называются дружественными, если каждое из них равно сумме всех делителей другого, кроме самого этого числа. Число называется полупростым, если оно представимо в виде произведения двух простых чисел (число 1 не учитывается). Разработайте алгоритм нахождения числа пар дружественных полупростых чисел в диапазоне от N до M (N, M – натуральные числа).
3. Как известно, числа-палиндромы – это числа, одинаково читающиеся слева направо и справа налево. Полнократное число — положительное целое число, которое делится нацело квадратом каждого своего простого делителя. Разработайте алгоритм для нахождения суммы полнократных чисел-палиндромов в диапазоне от F до G.
4. Разработать алгоритм, минимизировав количество выполняемых операций сравнения и присваивания. Даны действительные числа x1, y1, x2, y2. Поменять значения переменных так, чтобы $x1 < y1 < x2 < y2$.
5. На листе бумаги записаны значения средней температуры за день за период март-апрель 2017. Каково минимальное отклонение от среднего значения температуры среди выходных дней, в которые температура была отрицательна? Выходной день – суббота и воскресенье. 1 марта 2017 года – среда.

ЗАДАНИЕ ПО ИНФОРМАТИКЕ
ВАРИАНТ 32992 для 9 класса

Для заданий 1-5 требуется разработать алгоритмы на языке блок-схем, псевдокоде или естественном языке.

1. Найти сумму ряда чисел с точностью ε, $|x| \le 1$
$$\frac{3x}{3!} - \frac{15x^4}{5!} + \frac{35x^6}{7!} - \frac{63x^8}{9!} + \cdots \pm \frac{(4n^2-1)x^{2n}}{(2n+1)!}$$
2. Рассмотрим возрастающий ряд всех положительных несократимых правильных дробей, знаменатель которых меньше или равен n. Разработайте алгоритм нахождения суммы P тех членов данного ряда, для которых знаменатель является совершенным числом. Число называется совершенным, если оно равно сумме всех своих делителей, исключая само это число.
3. В математике n-ным гармоническим числом называется сумма обратных величин первых n последовательных чисел натурального ряда: $H_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + ... + \frac{1}{n}$. Среди гармонических чисел с номерами от F до G найдите сумму тех из них, значения которых лежат в диапазоне от a до b (a и b – вещественные числа).
4. Примитивной пифагоровой тройкой называется тройка взаимно простых натуральных чисел (x, y, z), являющаяся решением уравнения Пифагора $x^2+y^2=z^2$. Составить алгоритм, который для заданного $n \le 10^6$ определяет число примитивных пифагоровых троек таких, что $z \le n$.
5. На листе бумаги записаны значения средней температуры за ночь в сентябре. Каково среднее значение температуры среди дней, когда температура лежит в заданном диапазоне [c,d]?

ЗАДАНИЕ ПО ИНФОРМАТИКЕ
ВАРИАНТ 31991 для 9 класса

Для заданий 1-5 требуется разработать алгоритмы на языке блок-схем, псевдокоде или естественном языке.

1. В теории чисел нечётное натуральное число k называют числом Серпинского, если для любого натурального числа *n* число $k \times 2^n + 1$ является составным. Разработайте алгоритм поиска чисел Серпинского для k=U в диапазоне для n от P до Q.

2. Известно, что десятизначное число $A = 2013x2013y$ делится нацело на 121. Составьте алгоритм для нахождения всех возможных пар цифр (x, y).

3. Разработайте алгоритм для решения задачи: найти все натуральные числа, не превосходящие заданного числа N и делящиеся нацело на куб каждой из своих цифр.

4. Даны три стопки карточек, на каждой из которых записано два числа. Эти два числа задают координаты точки на плоскости. Посчитать число треугольников общего вида и прямоугольных треугольников среди троек точек, описанных координатами в стопках карточек.

5. Найдите сумму взаимно простых чисел, являющихся совершенными, в диапазоне от P до Q. Число называется совершенным, если оно равно сумме всех своих делителей, кроме самого числа. Числа называются взаимно простыми, если они не имеют общих делителей, кроме 1.