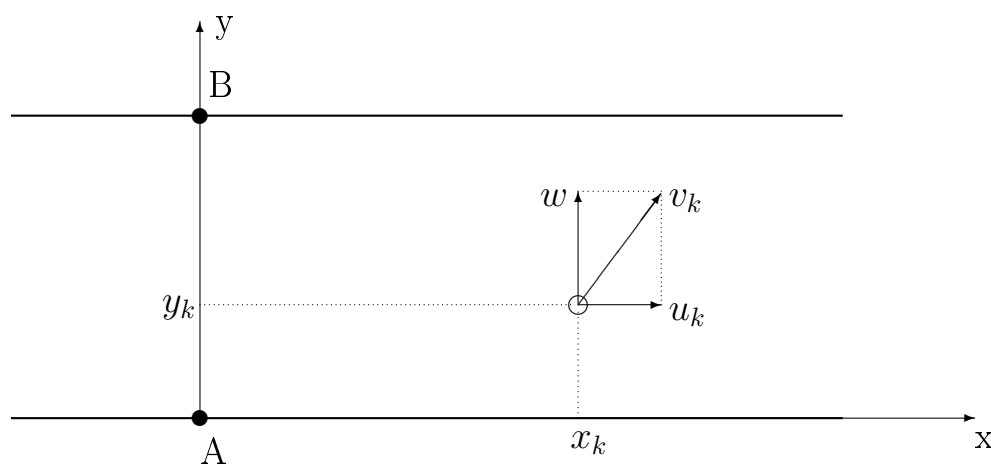


## Решение. 9 класс, 10 класс

1. Введем систему координат, связанную с берегами реки. Пусть ось  $OX$  направлена по течению (прямолинейной) реки, ось  $OY$  – перпендикулярно берегу. Начало координат совместим с пунктом отправления  $A$ . Тогда пункт назначения  $B$  будет иметь координаты  $(0, H)$ .

Обозначим скорость реки через  $u$ , скорость лодки (относительно берегов)  $v(t)$ . Согласно условию,  $u = u(y) = 0.02 \cdot y \cdot (H - y)$ .

Ясно, что все изменения в процессе движения лодки происходят в момент гребков, которые происходят с интервалом  $\Delta t = 60/10 = 6$  секунд, поэтому достаточно рассматривать только моменты времени  $t_k = k \cdot \Delta t$ . Индексом  $k$  будем помечать величины, относящиеся к моменту времени  $t_k$ .



2. Рассмотрим сначала движение лодки между двумя гребками. Пусть в момент времени  $t_k$  лодка находилась в точке  $K$  с координатами  $(x_k, y_k)$ .

Вектор скорости лодки  $\mathbf{v}_k = \mathbf{u}_k + \mathbf{w}$ . Первое слагаемое действует вдоль оси  $OX$ , поэтому оно будет изменять только координату  $x$ . Второе действует вдоль оси  $OY$ , поэтому оно будет изменять только координату  $y$ . Следовательно, нет необходимости вычислять каждый раз результирующий вектор скорости  $\mathbf{v}_k$ , а можно записать, что координаты точки, в которой лодка окажется в момент следующего гребка, будут равны

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= x_k + u_k \Delta t, \\y_{k+1} &= y_k + w \Delta t.\end{aligned}\tag{*}$$

3. Теперь можно сформулировать базовый алгоритм расчета.

### Алгоритм "Базовый"

Задать  $H, \Delta t$ ; положить  $x_0 := 0, y_0 := 0$ ;

ДЛЯ  $k = 0, 1, 2, \dots$

    Вычислить  $x_{k+1}, y_{k+1}$  по формулам (\*);

**конец алгоритма**

Этот основной алгоритм мы будем дополнять действиями, необходимыми для поиска ответов на вопросы задачи.

4. Для ответа на 1-й вопрос нужно найти  $x_{10}$ ,  $y_{10}$ , поскольку за одну минуту происходит 10 взмахов веслами. Для этого достаточно выполнить 10 повторений цикла алгоритма ( $k$  от 0 до 9).

5. Для ответа на 2-й вопрос задачи нужно производить расчет до тех пор, пока  $y_{k+1}$  не окажется больше  $H$ . Это означает, что нужно использовать цикл ПОКА с условием продолжения  $y_k < H$ . Номер последнего шага  $k_H$  будет совпадать с количеством проделанных шагов. Тогда общее время переправы  $T = k_H \cdot \Delta t$ .

Соответствующий алгоритм примет вид

### Алгоритм "Время переправы"

Задать  $H$ ,  $\Delta t$ ; положить  $x_0 := 0$ ,  $y_0 := 0$ ,  $k := 0$ ;

ПОКА  $y_k < H$

    Вычислить скорость течения  $u_k := y_k \cdot (H - y_k)$ ;

    Вычислить  $x_{k+1}$ ,  $y_{k+1}$  по формулам (\*);

    Увеличить счетчик  $k := k + 1$ ;

КОНЕЦ\_ПОКА

Вычислить общее время  $T := k \cdot \Delta t$ ;

Вывести  $T$ ;

**конец алгоритма**

Заметим, что время переправы можно получить гораздо быстрее, разделив ширину реки на собственную скорость лодки. Алгоритм "Время переправы" можно применять для решения более сложных задач. Рекомендуется ознакомиться с соответствующим этапом решения задачи для 11 класса.

6. Теперь, когда мы умеем определять номер шага, на котором лодка достигает берега, мы можем определить координату  $x_H$  точки причаливания. Так как лодка отошла из начала координат, то величина  $x_H$  будет показывать, насколько ниже по течению закончилась переправа.

7. (Только для 10 класса.) Наконец, для ответа на 4-й вопрос придется искать полную скорость  $v_k$  при  $k = k_H - 1$ . В момент последнего (перед причаливанием) взмаха весел лодка находилась в точке с координатами  $(x_{k_H-1}, y_{k_H-1})$ . После этого момента скорость лодки уже не изменялась. в указанной точке скорость течения равна  $u_H = y_{k_H-1}(H - y_{k_H-1})$ . Поэтому  $v_H = \sqrt{u_H^2 + w^2}$ .

Итоговый алгоритм примет вид (значок % означает комментарий)

### Алгоритм "Время переправы и снос"

Задать  $H$ ,  $\Delta t$ ; положить  $x_0 := 0$ ,  $y_0 := 0$ ,  $k := 0$ ;

ПОКА  $y_k < H$

    Вычислить скорость течения  $u_k := y_k \cdot (H - y_k)$ ;

    Вычислить  $x_{k+1}$ ,  $y_{k+1}$  по формулам (\*);

    Увеличить счетчик  $k := k + 1$ ;

КОНЕЦ\_ПОКА

% теперь переменная  $k$  содержит количество повторний цикла

Вывести  $x_{10}$  и  $y_{10}$ ; % это ответ на первый вопрос

Вычислить общее время  $T := k \cdot \Delta t$ ;

Вывести  $T$ ; % это ответ на второй вопрос

Вывести 'Причалили ниже на ' +  $x_k$  % это ответ на третий вопрос

Вычислить  $v := \sqrt{u_k + w}$

Вывести 'Причалили со скоростью ' +  $v$ ; % это ответ на четвертый вопрос

**конец алгоритма**

8. Числовые данные, которые должны были бы быть получены в результате выполнения описанных алгоритмов не приводятся. Их отсутствие следует рассматривать как стимул для повторной самостоятельной проработки задачи.