

ЗАДАНИЕ ПО ИНФОРМАТИКЕ ВАРИАНТ 73101 для 10 класса

Для заданий 1, 2, 4, 5 требуется разработать алгоритм на языке блок-схем,
псевдокоде или естественном языке

1. Комбинация (x, y, z) трёх натуральных чисел, лежащих в диапазоне от 10 до 20 включительно, является отпирающей для кодового замка, если выполнено соотношение $F(x, y, z) = 99$. Разработать алгоритм нахождения всех отпирающих комбинаций для замка с $F(x, y, z) = 3x^2 - y^2 - 7z$.

Решение. Для x, y, z перебираем все возможные значения (от 10 до 20), и для каждой комбинации проверяем, равно ли 99 значение выражения $3x^2 - y^2 - 7z$.

```
алг Комбинация
нач
  цел x, y, z

  для x от 10 до 20
  нц
    для y от 10 до 20
    нц
      для z от 10 до 20
      нц
        если  $3 * x * x - y * y - 7 * z * z = 99$  то
          вывод x, y, z
        всё
      кц
    кц
  кц
кон
```

2. Дима и Петя играли в игру. На столе есть 3 пересекающихся ряда карточек, на каждой из которых записано целое число. Ряды расположены в виде треугольника, крайние карточки в каждом ряду представляют углы треугольника. Помогите ребятам и разработайте алгоритм для решения следующей задачи. Задача – расположить все карточки в первом ряду от меньшего числа к большему, во втором ряду – от большего к меньшему. Значения на стыках рядов выставлять по порядку обхода. В третьем ряду числа должны располагаться от минимального к максимальному. Если на стыках с двумя другими рядами не оказался минимум и максимум, вывести соответствующее сообщение.

Решение. Для хранения данных можно использовать три одномерных массива, но тогда придётся следить за тем, чтобы первый/последний элемент в одном ряду был равен первому/последнему элементу в других рядах. Или можно использовать один одномерный массив, в котором элементы с номерами от 1 до n будут хранить числа первого ряда, элементы с номерами от n до $2 \cdot n - 1$ будут хранить числа второго ряда, и, наконец, элементы с номерами от $2 \cdot n - 1$ до $3 \cdot n - 2$ будут хранить числа третьего ряда.

Чтобы использовать одну процедуру для сортировки всех рядов надо добавить в параметры флаг для управления направлением сортировки (по возрастанию или по убыванию), а также номера первого и последнего элемента для обработки (если данные хранятся в одном массиве). Используем любой метод сортировки, при этом элементы первого ряда сортируем по возрастанию, затем элементы второго ряда – по убыванию. Далее проверяем, что первый элемент третьего ряда меньше всех остальных элементов третьего ряда, а последний элемент третьего ряда – больше всех остальных элементов третьего ряда. Если это так, сортируем третий ряд по возрастанию. В противном случае

Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Заключительный этап. Решения.

проверяем, что первый элемент третьего ряда больше всех остальных элементов третьего ряда, а последний элемент третьего ряда – меньше всех остальных элементов третьего ряда. В этом случае сортируем третий ряд по убыванию. В противном случае выводим сообщение, что сортировка невозможна.

```
алг Ряды
нач
  цел row[1000] // Будем использовать один массив для хранения всех рядов
  цел n, i
  лог min1, maxN, max1, minN

  ввод n
  если n <= 0 то
    вывод 'Неверное количество элементов'
  иначе
    для i от 1 до n
      ввод row[i]
    кц
    для i от n + 1 до 2 * n - 1
      ввод row[i]
    кц
    для i от 2 * n до 3 * n - 2
      ввод row[i]
    кц

    QuickSort(row, 1, n, истина)
    QuickSort(row, n, 2 * n - 1, ложь)

    min1 = истина
    maxN = истина
    max1 = истина
    minN = истина
    для i от 2 * n до 3 * n - 2
      нц
        если row[i] < row[1] то
          min1 = ложь
        всё
        если row[i] > row[2 * n - 1] то
          maxN = ложь
        всё
        если row[i] > row[1] то
          max1 = ложь
        всё
        если row[i] < row[2 * n - 1] то
          minN = ложь
        всё
      кц

    если min1 и maxN то
      QuickSort(row, 2 * n, 3 * n - 2, ложь)
    иначе
      если max1 и minN
        QuickSort(row, 2 * n, 3 * n - 2, истина)
      иначе
        вывод 'Невозможно отсортировать третий ряд'
      всё
    всё

    для i от 1 до n
      нц
        вывод row[i]
      кц
    для i от n + 1 до 2 * n - 1
      нц
        вывод row[i]
      кц
    для i от 2 * n до 3 * n - 2
      нц
        вывод row[i]
      кц
```

Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Заключительный этап. Решения.

```
кц
всё
кон

алг QuickSort(арг рез цел x[10000], арг цел n1, n2, арг лог ascending)
нач
  цел i, j,
  вещь y, k

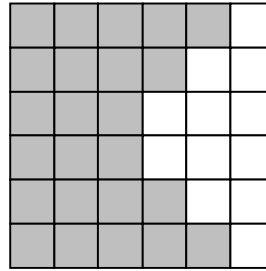
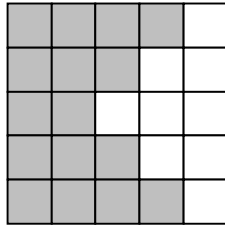
  если n2 - n1 = 1 то
    если (не ascending и x[n1] < x[n2]) или (ascending и x[n1] > x[n2]) то
      y = x[n1]
      x[n1] = x[n2]
      x[n2] = y
    всё
  иначе
    если n2 - n1 > 1 то
      k = x[(n1 + n2) div 2]
      i = n1
      j = n2
      повторять
        пока (не ascending и x[i] > k) или (ascending и x[i] < k)
          нц
            i = i + 1
          кц
        пока (не ascending и x[j] < k) или (ascending и x[j] > k)
          нц
            j = j - 1
          кц
        если i <= j то
          y = x[i]
          x[i] = x[j]
          x[j] = y
          i = i + 1
          j = j - 1
        всё
      до i > j
      QuickSort(x, n1, j, ascending)
      QuickSort(x, i, n2, ascending)
    всё
  всё
кон
```

3. Участник тематической смены «Школа молодого энергетика» во Всероссийском детском центре «Смена» на берегу Черного моря Серёжа всегда любил играть с калькулятором и носил его с собой. В перерыве между занятиями Сережа решил поделить два вещественных числа a и b друг на друга, а затем результат снова разделил на b . Выполнив эти действия много раз (много делений на b), Серёжа неожиданно для себя увидел на дисплее калькулятора ноль. Помогите Сереже разобраться с тем, почему это произошло?

Схема решения. Поскольку при многократном делении Сережа получил ноль, то $|a/b| > 1$. Задача связана с понятием машинного нуля. К пересечению порога машинного нуля приводит многократная операция деления вещественных чисел в силу их представления как (знак, порядок, мантисса).

4. На экране монитора нарисована таблица размером на $N \times N$ (на рисунке приведён пример для $N = 5$ и $N = 6$). В некоторых ячейках таблицы записаны целые числа. Найти сумму и максимальное значение элементов, расположенных в закрашенной части таблицы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Заключительный этап. Решения.



Решение. Для обработки закрашенных ячеек будем использовать следующие циклы: номер строки i меняется от 1 до $N \text{ div } 2$, при этом номер столбца j меняется от 1 до $N - i$. На каждом шаге цикла обрабатываем две ячейки, находящиеся в строках i и $N - i + 1$, т.к. закрашенная часть симметрична. Если количество строк нечётно, то средняя строка не будет обработана, и её надо обработать отдельно, при этом берём i , равное $N \text{ div } 2 + 1$, j меняется от 1 до $N - i$.

```

алг Таблица
нач
  цел matrix[100, 100], n, i, j, sum, max
  лог first

ввод n
если n <= 0 то
  вывод 'Неверное количество строк и столбцов'
иначе
  для i от 1 до n
  нц
    для i от 1 до n
    нц
      ввод matrix[i, j]
    кц
  кц

sum = 0
first = истина
для i от 1 до n div 2
нц
  для j от 1 до n - i
  нц
    если matrix[i, j] <> 0 то
      sum = sum + matrix[i, j]
      если first то
        max = matrix[i, j]
        first = ложь
    иначе
      если matrix[i, j] > max то
        max = matrix[i, j]
      всё
    всё
  всё
если matrix[n - i + 1, j] <> 0 то
  sum = sum + matrix[n - i + 1, j]
  если first то
    max = matrix[n - i + 1, j]
    first = ложь
иначе
  если matrix[n - i + 1, j] > max то
    max = matrix[n - i + 1, j]
  всё
всё
кц
кц
если n mod 2 = 1 то
  i = n div 2 + 1
  для j от 1 до n - i
  нц
    если matrix[i, j] <> 0 то
      sum = sum + matrix[i, j]

```

```

если first то
    max = matrix[i, j]
    first = ложь
иначе
    если matrix[i, j] > max то
        max = matrix[i, j]
    всё
всё
кц
вывод sum, max
кц
кон

```

5. При шифровании последовательности цифр каждая цифра x заменяется остатком от деления значения многочлена $F(x) = b \cdot (x^3 + 7x^2 + 3x + a)$ на число 10, где a, b – фиксированные натуральные числа. Разработайте алгоритм определения, при каких значениях a, b указанное преобразование допускает однозначное расшифрование.

Решение. Однозначное расшифрование возможно, если каждой цифре соответствует разный результат. Поскольку нас интересуют остатки от деления, то для a и b достаточно рассмотреть значения от 0 до 9. Для каждой комбинации a и b вычисляем шифр $F(x)$ для всех цифр от 0 до 9 и сравниваем шифры друг с другом. Для упрощения сравнения можно завести массив из 10 элементов с индексами от 0 до 9. В этом массиве индекс будет соответствовать цифре. Далее считаем, сколько раз встречается каждый шифр. Если все шифры разные, то в массиве должны получиться все единицы.

```

алг Расшифрование
нач
    цел a, b, x
    цел s[0..9]
    лог dif

    для a от 0 до 9
    нц
        для b от 0 до 9
        нц
            для x от 0 до 9
            нц
                s[x] = 0
            кц
            для x от 0 до 9
            нц
                f = (b * (x * x * x + 7 * x * x + 3 * x + a)) mod 10
                s[f] = s[f] + 1
            кц
            dif = истина
            x = 0
            пока x < 10 и dif
            нц
                если s[x] <> 1 то
                    dif = ложь
                всё
                x = x + 1
            кц
            если dif то
                вывод a, b
            всё
        кц
    кц
кон

```

Если (a_i, b_i) – пара значений, удовлетворяющих условию, то итоговый результат будет иметь вид $(10 \cdot n + a_i, 10 \cdot n + b_i)$, где n – любое натуральное число (в том числе 0).

Если подумать, то можно исключить значение b , равное 0, т.к. при умножении на 0 всегда получается 0. Также можно исключить значение b , равное 5. Если число имеет

Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Заключительный этап. Решения.

вид $5 \cdot n$, то остаток от деления на 10 будет равен 0 или 5. Также можно исключить чётные значения b . Если число имеет вид $2 \cdot n$, то остаток от деления на 10 будет чётным. Т.е. в этих случаях не получаются разные шифры для всех цифр.

Если ещё подумать, то можно вычислить, что выражение $x^3 + 7x^2 + 3x$ даёт разные остатки от деления для всех цифр. Следовательно, значение a может быть любым, т.к. оно всегда будет давать одинаковый вклад, и остатки от деления будут оставаться разными. На результат влияет только значение b .

Кроме того, если $x^3 + 7x^2 + 3x + a$ даёт разные остатки от деления, а b равно 1, 3, 7 или 9, то остатки от деления на 10 выражения $b \cdot (x^3 + 7x^2 + 3x + a)$ тоже будут разными.

В итоге получается, что a может быть любым (в том числе больше 9), b имеет вид $10 \cdot n + bb$, где n – любое натуральное число (в том числе 0), а bb есть 1, 3, 7 или 9.