

## Вариант 27081 - Решение

**8.1.** Совсем скоро наступит весна, и замёрзшие зимой реки начнут освобождаться от льда – на реках наступит ледоход. Если с берега вы будете наблюдать ледоход на прямом участке достаточно широкой реки, то обнаружите удивительное явление: отколовшиеся друг от друга большие льдины плывут по течению и медленно вращаются на поверхности воды, хотя не сталкиваются друг с другом. Как вы объясните этот эффект?

*Решение.*

Известно, что скорость течения реки по её ширине неодинакова: у берега вода практически неподвижна, а на середине реки течение самое быстрое. Большая льдина располагается на поверхности воды так, что разные части льдины погружены в слои воды, обладающие разными скоростями. Действие сил трения воды о льдину будет приводить к закручиванию льдины. При этом наблюдается любопытный эффект: льдины, расположенные по разные стороны от середины реки, закручиваются в разных направлениях.

**8.2.** При относительно невысоких температурах кристаллическая решётка железа имеет вид объёмно-центрированного куба, то есть ионы железа находятся в вершинах куба и в его центре. При повышении температуры железо изменяет кристаллическую решётку, которая становится гранецентрированным кубом, т.е. ионы железа располагаются в вершинах куба и в центре каждой из его граней. В процессе изменения кристаллической решётки плотность железа уменьшается на 2%. Найдите, во сколько раз изменяется объем элементарной ячейки кристаллической решётки (объем куба).

*Решение.*

Поскольку узловой ион принадлежит 8 ячейкам, тот, что в центре куба – 1 ячейке, те, которые в центре граней – 2 ячейкам. Таким образом, на ОЦК-ячейку приходится масса 2 ионов, а на ГЦК – четырех, тогда:  $\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{V_2}{2V_1}, \frac{V_2}{V_1} = \frac{2}{0,98} = 2,04$ .

**8.3.** Имеются две химически невзаимодействующие жидкости. Кубик, выполненный из некоторого материала, плавает в первой жидкости, погружившись на треть своего объёма. Во второй жидкости он плавает, погружившись на две трети объёма. Жидкости однородно смешивают друг с другом в объёмном отношении  $\frac{V_1}{V_2} = n$ . Какая часть кубика будет находиться над поверхностью смеси жидкостей, когда он будет плавать в ней?

*Решение.*

Запишем условие плавания кубика в трех случаях:

$$mg = \frac{\rho_1 g V_k}{3}$$

$$mg = \frac{2\rho_2 g V_k}{3}$$

$$mg = \rho_3 g \cdot kV_k, \text{ где } \rho_3 = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{m_1 + m_2}{nV_2 + V_2} = \frac{\rho_1 nV_2 + \rho_2 V_2}{nV_2 + V_2} = \frac{\rho_2 2nV_2 + \rho_2 V_2}{nV_2 + V_2} = \rho_2 \frac{2n+1}{n+1},$$

$k$ - погруженная в смесь часть объёма кубика.

Найдем  $k$ :

$$\frac{2\rho_2 g V_k}{3} = k\rho_3 g V_k = \rho_2 \frac{2n+1}{n+1} kV_k,$$

$$k = \frac{2}{3} \left( \frac{n+1}{2n+1} \right).$$

Над поверхность останется часть  $1-k$ , т.е.

$$\frac{4n+1}{6n+3}$$

Ответ:  $\frac{4n+1}{6n+3}$

**8.4.** Одноклассники Петя и Катя обычно ездят в школу на автобусе вместе. Однажды, не дождавшись автобуса на своей остановке, они пошли пешком на следующую, чтобы подождать автобуса там. Когда они прошли всего четверть пути, Катя обернулась и увидела автобус, приближающийся к покинутой ими остановке. Школьники одновременно побежали: Катя – назад, а Петя – вперёд, причём оба прибежали на остановки одновременно с приходом к ним автобуса. Петя бежал в полтора раза быстрее Кати. Во сколько раз скорость автобуса больше скорости бега Кати? Скорость автобуса между остановками считайте постоянной, временем разгона и торможения автобуса, а также временем стоянки автобуса на остановке можно пренебречь.

*Решение.*

Введем следующие обозначения:  $v$  – скорость Кати,  $3v/2$  – скорость Пети,  $xv$  – скорость автобуса,  $l$  – расстояние от автобуса до первой остановки в тот момент, когда его увидела Катя,  $4S$  – расстояние между остановками.

Тогда:

$$\begin{cases} \frac{S}{v} = \frac{l}{xv} \rightarrow l = xS \\ \frac{3S}{\left(\frac{3}{2}v\right)} = \frac{l+4S}{xv} \rightarrow 2S = \frac{l+4S}{x} \end{cases}$$

$$2xS = xS + 4S$$

$$x = 4$$

Ответ:  $x = 4$

**8.5.** На горизонтальном столе стоят два цилиндрических сосуда, радиусы которых отличаются в 2 раза, соединённые горизонтальной трубкой вблизи дна. В сосуды наливают воду и в один из них кладут маленький грузик объёмом  $V = 1 \text{ см}^3$  и массой  $m = 10 \text{ г}$ , после чего силы давления сосудов на стол становятся одинаковыми. Найдите объём воды в сосудах, если плотность воды  $\rho = 1 \text{ г/см}^3$ . Массой соединительной трубки и объёмом воды в ней можно пренебречь.

*Решение.*

Так как сосуды сообщающиеся, то уровень воды в них одинаков (обозначим его  $h$ ). Площадь дна малого сосуда равна  $S$ .

Поскольку сила давления на дно сосудов становится после погружения тела также равной, то

$$\rho gh4S = \rho ghS + (mg - \rho gV_m),$$

$$\rho gh3S = mg - \rho gV_m,$$

$$hS = \frac{m/\rho - V_m}{3}.$$

Объём воды в сосудах

$$V = 5hS - V_m = \frac{5m}{3\rho} - \frac{8}{3}V_m = 16,4 \text{ см}^3$$

Ответ:  $16,4 \text{ см}^3$ .