

### Вариант 27071 - Решение

**7.1.** К приходу гостей Карабас-Барабас решил повесить на стенку портрет своего дедушки в тяжёлой бронзовой раме. Он забил в стену специальное крепление, в инструкции к которому было написано: «...рассчитано на груз не более 5 кг». Карабасу кажется, что масса картины больше. Как ему заранее узнать, выдержит ли крепление, если у него есть верёвка и динамометр с пределом измерения 30 Н?

*Решение.*

Сначала необходимо отрезать небольшой кусок веревки, потом следует привязать оставшуюся большую верёвку одним концом к картине, а другим – к динамометру. Отрезанный небольшой кусок привязываем к другому концу динамометра и к картине. Если теперь длинную веревку перебросить через неподвижный блок (его роль может выполнить вытянутая рука) и удержать картину в неподвижном положении, то получается такая расстановка сил: динамометр показывает силу натяжения веревки, которая в два раза меньше силы тяжести картины. Если динамометр покажет силу, меньшую, чем 25 Н, то крепление выдержит картину.

**7.2.** Полый шар плавает в воде, полностью погрузившись в неё. Шар медленно погружают ещё глубже и отпускают. Объясните дальнейшее поведение шара.

*Решение.*

Если шар плавает, то выполняется условие  $mg = F_A = \rho_v V_{\text{ш}} g$ , где  $m = \rho_{\text{ш}} (V_{\text{ш}} - V_{\text{пол}})g$  Можно рассмотреть два случая:

1. Объем шара не меняется (шар “жесткий”) – тогда условие плавания шара продолжает выполняться и на большей глубине, т.е. шар продолжает плавать в состоянии безразличного равновесия.
2. Объем шара меняется (шар “мягкий”), причем под действием возрастающих сил давления воды объем шара уменьшается. Поскольку масса шара не меняется, а выталкивающая сила уменьшается, то шар перестанет плавать неподвижно и начнет тонуть.

**7.3.** Одноклассники Петя и Катя обычно ездят в школу на автобусе вместе. Однажды, не дождаввшись автобуса на своей остановке, они пошли пешком на следующую, чтобы подождать автобуса там. Когда они прошли всего четверть пути, Катя обернулась и увидела автобус, приближающийся к покинутой ими остановке. Школьники одновременно побежали: Катя – назад, а Петя – вперед, причём оба прибежали на остановки одновременно с приходом к ним автобуса. Петя бежал в полтора раза быстрее Кати. Во сколько раз скорость автобуса больше скорости бега Кати? Скорость автобуса между остановками считайте постоянной, временем разгона и торможения автобуса, а также временем стоянки автобуса на остановке можно пренебречь.

*Решение.*

Введем следующие обозначения:  $v$  – скорость Кати,  $3v/2$  – скорость Пети,  $xv$  – скорость автобуса,  $l$  – расстояние от автобуса до первой остановки в тот момент, когда его увидела Катя,  $4S$  – расстояние между остановками.

Тогда:

$$\begin{cases} \frac{S}{v} = \frac{l}{xv} \rightarrow l = xS \\ \frac{3S}{\left(\frac{3}{2}v\right)} = \frac{l + 4S}{xv} \rightarrow 2S = \frac{l + 4S}{x} \end{cases}$$

$$2xS = xS + 4S$$

$$x = 4$$

Ответ:  $x = 4$

7.4.. Объем плоской металлической пластины постоянной толщины равен  $V$ . Если в пластине просверлить некоторое количество отверстий, то масса пластины будет равна  $M_1$ . Если в пластине дополнительно просверлить ещё некоторое количество отверстий так, что их общее количество увеличится в  $k$  раз, то масса пластины станет равна  $M_2$ . Все отверстия сквозные, одинакового диаметра и сверлятся перпендикулярно плоскости пластины;  $k > 1$ . Определите плотность материала пластины.

*Решение.*

Введём следующие обозначения:  $m$  – масса материала «высверливаемого» для одного отверстия,  $N$  – первоначальное количество отверстий,  $M$  – масса пластины без отверстий.

Тогда:

$$\begin{cases} M - M_1 = Nm \\ M - M_2 = kNm \end{cases}$$

$$\frac{M - M_1}{M - M_2} = \frac{1}{k}$$

$$kM - kM_1 = M - M_2$$

$$M = \frac{kM_1 - M_2}{k-1} \rightarrow \rho = \frac{kM_1 - M_2}{V(k-1)}$$

Ответ:  $\rho = \frac{kM_1 - M_2}{V(k-1)}$

7.5. На горизонтальном столе стоят два цилиндрических сосуда, радиусы которых отличаются в 2 раза, соединённые горизонтальной трубкой вблизи дна. В сосуды наливают воду и в один из них кладут металлический кубик объёмом  $V = 1 \text{ см}^3$  и массой  $m = 10 \text{ г}$ , после чего силы давления сосудов на стол становятся одинаковыми. Найдите объем воды в сосудах, если плотность воды  $\rho = 1 \text{ г/см}^3$ . Массой соединительной трубки и объёмом воды в ней можно пренебречь.

*Решение.*

Так как сосуды сообщающиеся, то уровень воды в них одинаков (обозначим его  $h$ ). Площадь дна малого сосуда равна  $S$ .

Поскольку сила давления на дно сосудов становится после погружения тела также равной, то

$$\rho gh4S = \rho ghS + (mg - \rho gV_m),$$

$$\rho gh3S = mg - \rho gV_m,$$

$$hS = \frac{m / \rho - V_m}{3}.$$

Объём воды в сосудах

$$V = 5hS - V_m = \frac{5m}{3\rho} - \frac{8}{3}V_m = 16,4 \text{ см}^3$$

Ответ:  $16,4 \text{ см}^3$ .