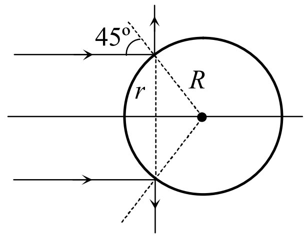
Вариант 27101 – Решение

10.1. Учащиеся Лицея №1502 при МЭИ, занимаясь во время летней практики в лаборатории кафедры физики, экспериментально изучали законы геометрической оптики. Школьники нашли в лаборатории полированный металлический шар и фонарь, создающий параллельный однородный пучок света диаметром, равным диаметру шара. Направив световой пучок строго горизонтально слева направо, лицеисты подвесили шар на нити так, что его центр оказался на оси пучка. В каком направлении шар отразил больше света: влево или вправо? Обоснуйте свой ответ необходимыми построениями и расчётами.

Решение



Лучи света отражаются от поверхности шара по закону отражения, причем в роли перпендикуляра, восстановленного в точке падения луча на шар, выступает радиус шара, проведенный в точку падения. С помощью рисунка легко определить радиус r светового пучка, все лучи которого будут отражаться влево: $r = R\cos 45° = R/\sqrt{2}$. Все лучи исходного пучка, расстояние до которых от его оси больше, чем r, будут отражаться от шара вправо. Чтобы сравнить яркость света, отраженного влево и вправо, необходимо сравнить площади сечений исходного пучка, все лучи в пределах которых отражаются влево и вправо:

$S_{влево} = \pi r^2 = \frac{\pi}{2}R^2$; $S_{вправо} = \pi\left(R^2 - r^2\right) = \pi\left(R^2 - \frac{R^2}{2}\right) = \frac{\pi}{2}R^2$. Это означает, что шар отражает свет исходного пучка одинаково и влево, и вправо.

10.2. Автомобиль массой m едет по горизонтальной дороге, затем дорога идёт в гору, потом – на спуск, и снова становится горизонтальной. Уклон дороги один и тот же как для подъёма, так и для спуска. На каждом участке движения скорость автомобиля постоянна, причём на подъёме она равна v_2, а на спуске – v_3. Сила сопротивления движению автомобиля пропорциональна квадрату его скорости. Определите импульс автомобиля на горизонтальном участке, если мощность двигателя все время остаётся неизменной.

Решение.

На всех участках дороги автомобиль движется равномерно и прямолинейно, т.е.:

$F_{тяги1} = f_{сопр} = kv_1^2$ на горизонтальном участке,

$F_{тяги2} = kv_2^2 + mg\sin\alpha$ на подъёме, $F_{тяги3} = kv_3^2 - mg\sin\alpha$ на спуске.

Для P – мощности двигателя :

$$\begin{cases} P = kv_1^3 \\ P = kv_2^3 + mg\sin\alpha\, v_2 \\ P = kv_3^3 - mg\sin\alpha\, v_3 \end{cases}$$

Решая систему уравнений, получим: $kv_1^3\left(\frac{1}{v_2} + \frac{1}{v_3}\right) = k(v_2^2 + v_3^2)$,

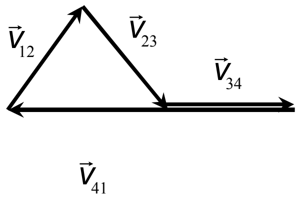
$v_1 = \sqrt[3]{\frac{v_2 v_3 (v_2^2 + v_3^2)}{v_2 + v_3}}$ и $p_1 = m \cdot \sqrt[3]{\frac{v_2 v_3 (v_2^2 + v_3^2)}{v_2 + v_3}}$

Ответ: $p_1 = m \cdot \sqrt[3]{\frac{v_2 v_3 (v_2^2 + v_3^2)}{v_2 + v_3}}$

10.3. По горизонтальному столу ползут четыре муравья. В некоторый момент времени скорость 1-го муравья относительно 2-го направлена на северо-восток, скорость 2-го относительно 3-го – на юго-восток, а скорость 3-го относительно 4-го – на восток. Модули всех названных относительных скоростей одинаковы и равны υ=1 см/с. Чему равна и куда направлена скорость 1-го муравья (относительно стола), если скорость 4-го муравья (относительно стола) равна 1 см/с и направлена на запад?

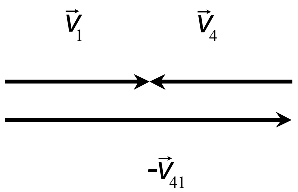
Решение.

Поскольку $\vec{v}_{12} + \vec{v}_{23} + \vec{v}_{34} + \vec{v}_{41} = 0$, то:



Из рисунка понятно, что $v_{41} = (1 + 1 \cdot \cos 60°)v$.

Из закона сложения скоростей следует, что $\vec{v}_1 = \vec{v}_4 - \vec{v}_{41}$



Тогда $v_1 = (1 + 1 \cdot \cos 60°) - 1 = 0,5\ см/с$, на восток.

Ответ: $v_1 = 0,5\ см/с$, на восток.

10.4. Квадратная пластина из тонкого медного листа разрезана на четыре одинаковых квадрата. Если в точке пересечения разрезов все малые квадраты соединить каплей припоя, то сопротивление между точками *A* и *B* будет равно R_1 (рис. 1). Если эти же малые квадраты соединить четырьмя каплями, помещёнными в точках пересечения разрезов со сторонами исходного квадрата (рис. 2), то сопротивление между точками *A* и *B* будет равно R_2. Полученную фигуру дополнительно разрезают по главным диагоналям, а затем скрепляют ещё четырьмя каплями припоя в точках пересечения разрезов с границей исходного квадрата (рис. 3). Определите в этом случае сопротивление между точками *A* и *B*. Разрезы полностью изолируют части пластины друг от друга, а сопротивление припоя пренебрежимо мало.

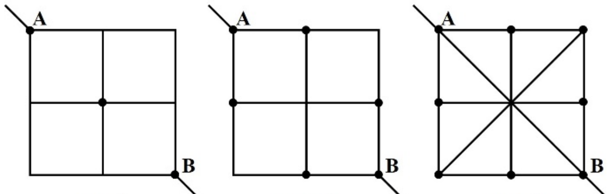
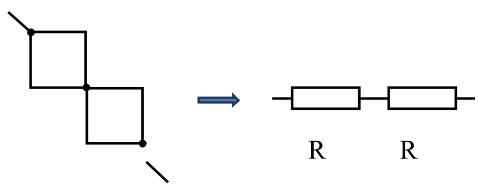


рис. 1 **рис. 2** **рис. 3**

Решение.

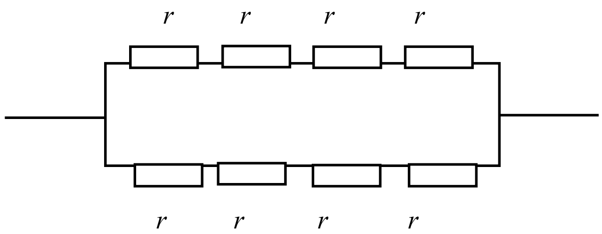
Поскольку все разрезы изолированные, то для первой схемы останется:



Для эквивалентной схемы, считая сопротивление квадрата равным R,

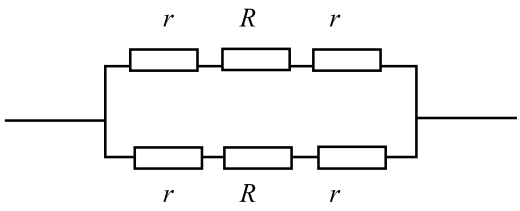
получим: $R_1 = 2R$.

Для третьей схемы получим, обозначив сопротивление треугольников как r :



$$R_3 = 2r \,.$$

Для второй схемы, учитывая введённые обозначения, получим:



$$R_2 = \frac{2r + R}{2} \,.$$

Решая систему, получим:

$$\begin{aligned} R &= R_1 / 2 \\ r &= R_2 + 0,25R_1 \end{aligned} \quad \Longrightarrow \quad R_3 = 2R_2 + 0,5R_1$$

Ответ: $R_3 = 2R_2 - 0,5R_1$

10.5. Группа инженеров-энергетиков из Лаборатории энергосберегающих технологий разрабатывает устройство для обогрева жилого помещения в зимнее время. Устройство представляет собой «тепловой двигатель с обратным циклом»: на графике в (p-V) координатах процесс изображается против часовой стрелки, теплота забирается с холодной улицы и отдаётся комнате, а работа над газом совершается при помощи электродвигателя (подобные устройства называют *тепловыми насосами*). Тестовые эксперименты проводятся при температуре на улице $t^- = -\ 14$ °С. Для поддержания в комнате комфортной температуры t^+=23 °С требуется некоторое количество тепла P^+ в единицу времени. Определите отношение P^+ к мощности, потребляемой обогревательным устройством. Считать, что используемый цикл близок к обратному циклу Карно; потерями в электродвигателе пренебречь.

Решение

Соотношения между модулями теплоты нагревателя Q^+, холодильника Q^- и работы за цикл A в обратном цикле Карно те же, что и в прямом. Тогда:

$$Q^+ = A + Q^-; \quad \frac{Q^+}{Q^-} = \frac{T^+}{T^-}$$

$$A = Q^+ - Q^- = \frac{T^+ - T^-}{T^+} Q^+$$

Для отношения мощностей получаем:

$$\frac{P^+}{P_{\text{потр}}} = \frac{T^+}{T^+ - T^-} = \frac{296}{23 + 14} = \frac{37 \cdot 8}{37} = 8$$

Ответ: $\frac{P^+}{P_{\text{потр}}} = \frac{T^+}{T^+ - T^-} = 8$