

## 8 и 9 класс

В цилиндрическом сосуде с площадью дна  $S = 0,01 \text{ м}^2$  в состоянии теплового равновесия находятся вода и плавающий в ней лёд массой  $m = 100 \text{ г}$ . Воду со льдом начинают равномерно нагревать, и спустя время  $t = 1 \text{ с}$  уровень воды в сосуде начинает заметно изменяться. На сколько опустится уровень воды через  $\tau = 3 \text{ с}$  после начала нагревания? Удельная теплота плавления льда  $\lambda = 3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$ , удельная теплота парообразования воды  $r = 2,3 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}$ , удельная теплоемкость воды  $c = 4200 \text{ Дж}\cdot\text{кг}^{-1}\cdot\text{К}^{-1}$ , плотность воды  $\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$ . Теплообменом с окружающей средой и испарением воды до момента закипания пренебрегите. Начальная масса воды  $M = 1 \text{ кг}$ .

Решение. Уровень воды начнет изменяться после того, как лёд расплавился и вода закипела. Если  $N$  – мощность нагревателя, то

$$\begin{cases} Nt = \lambda m + 100c(M + m) \\ N\tau = Nt + r\rho S l \end{cases};$$
$$[(\lambda + 100c)m + 100cM](\tau - t) = r\rho S l t;$$
$$(7,5 \cdot 10^5 m + 4,2 \cdot 10^5)(\tau - t) = 2,3 \cdot 10^7 l t$$
$$(7,5m + 4,2)(\tau - t) = 2,3 \cdot 10^2 l t$$

Ответ:  $l = 43 \text{ (мм)}$

В городе Зурбагане все улицы расходятся лучами от центральной площади, причем угол между соседними улицами составляет  $30^\circ$ , а сами улицы пронумерованы подряд буквами латинского алфавита. В новогоднюю ночь Дед Мороз должен развезти детям подарки из центра города. Чтобы успеть раздать все подарки, он разложил их по мешкам, число которых равно числу улиц, а на каждую улицу послал гнома-помощника. Двигаясь по улице А, Дед Мороз встречает первого гнома на расстоянии 500 м от центра и передает ему мешок с подарками. Гном на соседней улице В находится в этот момент на том же расстоянии (500 м) от центра и, чтобы быстрее получить подарки для детей, начинает идти в центр навстречу Деду Морозу. Дед Мороз возвращается по улице А к центру города, чтобы попасть на улицу В, и, двигаясь по ней от центра, встречает второго гнома и передает ему мешок. Третий гном в этот момент на улице С находится от центра на том же расстоянии, что и Дед Мороз на улице В. Оба начинают одновременно двигаться к центру города. Процесс передачи остальных мешков происходит аналогично: Дед Мороз в момент передачи мешка и следующий гном находятся на одинаковых расстояниях от центра. Раздав все мешки, Дед Мороз вернулся на центральную площадь. Какой путь проделал Дед Мороз по городу, если скорость его саней в 8 раз больше скорости передвижения гномов по улицам?

Ответ: 5,21 км.

**Инженеры сконструировали транспортную платформу в виде диска для перевозки грузов. Она может передвигаться как в воздухе, так и в воде. Предельно нагруженная платформа движется в воздухе в 20 раз быстрее, чем в воде. При этом по воздуху она может перевозить груз максимальной массой  $M = 500$  кг, а по воде –  $m = 3000$  кг. Определите массу платформы. Считайте, что ее средняя плотность равна плотности воды, а плотность воздуха в 1000 раз меньше плотности воды. При решении полагайте, что подъемная сила платформы прямо пропорциональна плотности окружающей среды и квадрату скорости движения. Платформа движется по воде при полном погружении, но груз не должен намочить!**

*Решение.* Диск в воздухе:  $(M + m_0)g = \alpha v_{\text{возд}}^2 \rho_{\text{возд}}$

Диск в воде:  $(m + m_0)g = \alpha v_{\text{вод}}^2 \rho_{\text{вод}} + \rho_{\text{вод}} g V_{\text{диска}}$

$$(m + \rho V_{\text{диска}})g = \alpha v_{\text{вод}}^2 \rho_{\text{вод}} + \rho_{\text{вод}} g V_{\text{диска}}, \quad mg = \alpha v_{\text{вод}}^2 \rho_{\text{вод}}$$

$$\begin{cases} (M + m_0)g = \alpha v_{\text{возд}}^2 \rho_{\text{возд}} \\ mg = \alpha v_{\text{вод}}^2 \rho_{\text{вод}} \end{cases},$$

$$\frac{M + m_0}{m} = 10^{-3} \left( \frac{v_{\text{возд}}}{v_{\text{вод}}} \right)^2,$$

$$\frac{M + m_0}{m} = \left( \frac{v_{\text{возд}}}{v_{\text{вод}}} \right)^2 \frac{\rho_{\text{возд}}}{\rho_{\text{вод}}}$$

Ответ:  $m_0 = 700$  кг