

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 11991 для 9 класса

1. Имеется два одинаковых полностью заряженных аккумулятора для электропылесосов. В пылесосе "Вихрь" аккумулятор разряжается за 25 часов непрерывной работы, в пылесосе "Бриз" — за 35 часов. Аккумуляторы можно переставлять с одного пылесоса на другой. Какое наибольшее время непрерывной работы обоих пылесосов могут обеспечить два таких аккумулятора?

2. На куске электрокабеля, свернутом и запаянном в виде окружности радиуса R , расположены три клеммы, образующие равнобедренный треугольник. Основание этого треугольника находится на расстоянии s от центра окружности. Найдите длины сторон и площадь треугольника.

3. Решите уравнение с двумя неизвестными

$$\frac{x + |x - y|}{2} = 2x.$$

4. Средним арифметическим чисел x_1, \dots, x_n называется число $S_n(x_1, \dots, x_n) = (x_1 + \dots + x_n)/n$.

Найдите числа a_1, \dots, a_n, b такие, что

$$S_{n+1}(x_1, \dots, x_n, y) = S_2(S_n(a_1x_1, \dots, a_nx_n), by).$$

5. Изобразите на координатной плоскости все точки $(x; y)$, удовлетворяющие условию $\sqrt{x} \cdot \sqrt{y} = 1$. Найдите среди них точку, находящуюся на кратчайшем расстоянии от точки $(-1; -1)$.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 12992 для 9 класса

1. Найдите x, y, z , при которых равенство

$$\frac{x}{a-1} + \frac{y}{a} + \frac{z}{(a-1)^2} = \frac{2a^2 + a - 2}{a^3 - 2a^2 + a}$$

выполняется при всех допустимых a .

2. Океанариум «По-крупному» владеет десятью экземплярами китообразных и тремя аквариумами, первый из которых вмещает 4 экземпляра, а второй и третий – по 3. Сколькими различными способами можно рассадить китообразных по аквариумам?

3. Удачливый грибник нашел более 70 грибов, но менее 100 грибов, белых и подберезовиков. Средний вес одного гриба составил 60 г. Средний вес подберезовика оказался равным 52 г, а средний вес белого гриба – 75 г. Сколько всего грибов найдено, сколько среди них белых и сколько подберезовиков?

4. Дана прямоугольная трапеция $ABCD$ с основаниями $AD = a$ и $BC = 3a$. Высота трапеции равна $2a$. Определите (и обоснуйте!), существует ли внутри трапеции точка O такая, что лучи OA, OB, OC и OD делят полный угол вокруг точки O на четыре равные части.

5. Черномор насыпал перед Людмилой триста гор самоцветов и мог бы отпустить пленницу на волю, если бы она выиграла у него в такую игру. Каждым ходом одну из гор нужно разделить на две произвольные части. Ходят по очереди, и тот, кто не может сделать очередной ход, проигрывает. Какой ход (первый или второй) должна выбрать Людмила, чтобы получить свободу, если изначально все горы разные и состоят из 1, 2, 3, ..., 300 самоцветов? Не забудьте обосновать свой ответ.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

ВАРИАНТ 13992 для 9 класса

1. Пренебрежение законами свободного рынка может делать бизнес неустойчивым и вести к разорению одного из участников. Так, нефтяная компания «Сверхжадность» вела дело следующим образом. Получив за месяц прибыль, компания увеличивала добычу и повышала цену, чтобы в следующем месяце получить еще большую прибыль. Однако спрос снижался, и компания терпела убытки (получала отрицательную прибыль). В следующем за этим месяце компания сокращала добычу и снижала цену, спрос возрастал, и возрастала прибыль. В последующие два месяца аналогичный эффект повторялся. При этом прибыль в j -й месяц описывается формулой

$$a_j = (-1)^j(2j - 1), \quad j = 0, 1, 2, \dots$$

Найдите суммарную прибыль $S_n = a_0 + a_1 + \dots + a_n$ этой компании за n месяцев ($n = 0, 1, 2, \dots$).

2. Найдите количество решений числового ребуса

$$\begin{array}{rcccc} & * & * & 0 & * \\ + & & * & 0 & * & * \\ \hline & 3 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

В котором символы $*$ означают произвольные цифры (совпадающие или различные).

3. Изобразите на координатной плоскости все точки (x, y) , удовлетворяющие системе уравнений

$$\begin{cases} x = ay + 1/b, \\ y = bx + 1/a \end{cases}$$

с двумя неизвестными x, y и заданными параметрами a, b .

4. В прямоугольнике $ABCD$ со сторонами AB длины 4 и BC длины 2 взята точка E такая, что

$$AE = 3 \cdot BE = 3 \cdot CE.$$

Найдите расстояния AE и DE .

5. Докажите, что число

$$2020^9 + 3 \cdot 2020^6 - 7 \cdot 2020^3$$

делится на 3.