

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

ВАРИАНТ 11771 для 7 класса

1. Ящик для упаковки электробатарей вмещает три батареи. Взяли 2019 одинаковых батарей и некоторое количество ящиков. Когда батареи разложили, оказалось, что некоторые из этих ящиков остались пустыми, некоторые содержали по одной батарее (назовем эти ящики легкими), остальные — по три (полные ящики), ящиков с двумя батареями не было. При этом число пустых ящиков вдвое больше числа полных. Сколько всего ящиков было взято?

2. Турист прошел из деревни Гадюкино в село Ясное и обратно от Ясного до Гадюкино за 5,5 часов. Он шел со скоростью 3 км/ч, когда поднимался в гору, 6 км/ч — когда спускался с горы, и 4 км/ч — по ровному месту. Найдите расстояние между Ясным и Гадюкино.

3. Квадрат $ABCD$ имеет площадь 100 см^2 . Точки M и N — середины его сторон BC и CD . В треугольник CMN вписана окружность, она касается отрезка MN в точке K . Найдите расстояние AK . (*Окружность и прямая касаются, если они имеют ровно одну общую точку, она называется точкой касания. Окружность вписана в многоугольник, если она касается каждой из его сторон. Касательная к окружности и диаметр, проходящий через точку касания, перпендикулярны.*)

4. Средним арифметическим чисел x_1, \dots, x_n называется число $S_n(x_1, \dots, x_n) = (x_1 + \dots + x_n)/n$.

1) Проверьте, что $S_4(a, b, c, d) = S_2(S_2(a, b), S_2(c, d))$.

2) Верна ли формула $S_3(a, b, c) = S_2(S_2(a, b), c)$?

3) Найдите неизвестное x из уравнения

$$S_3(a, b, c) = S_2(S_2(a, b), c + x).$$

5. Дата 2 февраля 2020 г. довольно интересна. Её цифровая запись 02.02.2020 симметрична и состоит всего лишь из двух различных цифр. Найдите количество дат в третьем тысячелетии, обладающих такими же свойствами: цифровая запись даты симметрична и содержит ровно две различные цифры. Ответ проиллюстрируйте всеми возможными примерами таких дат.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 12774 для 7 класса

1. Участниками Олимпиады было использовано (и сдано) 600 листов писчей бумаги. Не менее 40% из них составили чистовики работ и не менее 30% – черновики. Какое минимальное количество использованных листов нужно взять, чтобы среди них обязательно попались как черновики, так и чистовики?

2. В левый карман школьного пиджака «Последняя надежда» помещается сразу два справочника по математике, а в правый – даже четыре справочника. Сколькими различными способами можно разместить 6 справочников по обоим карманам этого спасительного пиджака?

3. Кощей Бессмертный обещает отпустить Василису на волю, если она выиграет у него в такую игру. Первым ходом кучу из 20 костей можно разделить на две части. Вторым ходом на две части делят одну из двух образовавшихся куч и так далее. Тот, кто не может сделать очередной ход, проигрывает. Какой ход (первый или второй) должна выбрать Василиса, чтобы получить свободу? Не забудьте обосновать свой ответ.

4. Треугольник имеет длины сторон 4, x и $2y$ условных единиц длины. Каждому такому треугольнику можно сопоставить точку на координатной плоскости XOY , и наоборот, каждой точке с координатами (x, y) можно сопоставить треугольник с указанными сторонами. Изобразите на плоскости XOY множество всех точек, соответствующих равнобедренным треугольникам.

5. Будущий открыватель земных недр, собираясь позавтракать, увидел на электронных часах (с секундами) время 12:33:21 и тут же задумался, сколько таких моментов-палиндромов (читаемых одинаково справа налево и слева направо) бывает в сутках. Попробуйте найти ответ на этот вопрос.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 13774 для 7 класса

Решить задачу – это вывести, а не угадать ответ! Объяснить решение – это не только дать ответ. Решение должно содержать логическое обоснование всех его этапов с формулировкой предположений и выводов.

1. За неделю до новогоднего парада снеговиков первый секретарь заявил, что собралось еще менее 2020 участников. «Нет, 2020 участников уже здесь.» – заявил второй секретарь, порывшись в бумагах. «Только что прибыл первый снеговик!» – радостно сообщил по телесвязи комендант. Сколько же снеговиков собралось на момент этого разговора, если достоверно известно, что только одно из трех утверждений истинно?

2. В соревнованиях по зимним видам спорта «Прогони пургу!» участвуют 110 детей. Докажите, что среди них можно найти либо 11 детей, занимающихся одним и тем же видом спорта, либо 11 детей, занимающихся одиннадцатью разными дисциплинами.

3. Найдите все решения уравнения с двумя неизвестными

$$x^2 + 4y^2 = 2xy.$$

4. Можно ли часть тетрадного листа размером 13×13 клеток разбить на непересекающиеся прямоугольники размера 2×5 и 3×9 ?

5. Докажите, что число

$$2020^3 + 3 \cdot 2020^2 - 13 \cdot 2020 + 12$$

делится на 3.