

## ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

Вариант 17101 для 10 класса

1. Необходимо построить дорогу, вымощенную бетонными плитами. Она пройдет в местности, где есть прямолинейный участок линии электропередач (ЛЭП) и завод по производству плит, находящийся на расстоянии  $d$  от ЛЭП ( $d \neq 0$ ). Для ритмичной работы требуется, чтобы каждая точка строящейся дороги была одинаково удалена от завода и от ЛЭП. Какой линией на плоскости описывается строящаяся дорога? Введите подходящую систему координат и найдите уравнение линии, описывающей дорогу, в этой системе координат; определите тип линии.

2. Найдите все значения вещественного параметра  $p$ , при которых разрешима система уравнений

$$\begin{cases} 2[x] + y = 3/2, \\ 3[x] - 2y = p. \end{cases}$$

Здесь  $[a]$  означает целую часть числа  $a$ .

3. Две окружности пересекаются в точках  $P$  и  $Q$ . Через  $Q$  проведена прямая, перпендикулярная  $PQ$ , которая повторно пересекает окружности в точках  $A$  и  $B$ , а касательные к окружностям в этих точках пересекаются в точке  $C$ . Докажите, что отрезки  $AQ$  и  $CB$  видны из точки  $P$  под одинаковыми углами.

4. При проектировании некоторого технического устройства возникла необходимость решать уравнения

$$a \circ x = b,$$

где операция  $\circ$  над двумя числами определена условием

$$y \circ z = \frac{y + z + |y - z|}{2}.$$

Найдите все числовые множества  $X$  такие, что для любых  $a, b$  из  $X$  указанное уравнение имеет единственный корень  $x$  и этот корень принадлежит множеству  $X$ .

5. Юный хакер желает изменить оценки в электронном журнале. Но при изменении одних оценок изменяются и другие, а именно: а) если он увеличивает на 2 количество пятерок, то при этом количество двоек уменьшается на 1; б) если он увеличивает на 1 количество пятерок, то количество двоек увеличивается на 2; в) если он уменьшает на 2 количество пятерок, то количество двоек увеличивается на 1; г) если он уменьшает на 1 количество пятерок, то количество двоек уменьшается на 2. Может ли он, совершая такие операции, превратить свои 3 пятерки и 30 двоек в 30 пятерок и 3 двойки?