

ЗАДАЧА 5 (ДЛЯ 7 КЛАССА). На пост мэра Цветочного города претендуют 15 коротышек. Каждый кандидат должен ровно один раз встретиться с каждым из остальных и провести с ним предвыборные дебаты — спор о смысле жизни в Цветочном городе.

А. Сколько всего встреч (дебатов) должно состояться?

В. Может ли в некоторый момент оказаться, что все участники провели по 3 встречи?

С. Может ли в некоторый момент оказаться, что все участники провели по различному количеству встреч?

РЕШЕНИЕ.

А. Должно состояться ровно $15(15 - 1)/2 = 105$ попарных встреч кандидатов.

В. Если каждый участник (кандидат) провел в некоторый момент по 3 встречи, то суммарное число всех проведенных встреч $15 \cdot 3 = 45$ нечетно. Но оно должно быть ровно в 2 раза больше числа всех проведенных в этот момент встреч, т. е. четно. Противоречие, это невозможно.

С. Максимальное число встреч, проведенных одним кандидатом из 15, есть 14. Если все провели по разному числу встреч, то эти числа равны $0, 1, 2, \dots, 14$. В силу наличия числа 0, максимальное число встреч одного участника не может быть равно 14. Противоречие, это невозможно.

ОТВЕТ. А. 105. В и С — не может.

ЗАДАЧА 6 (ДЛЯ 7 КЛАССА). Нормы медицинского обслуживания предписывают каждому стоматологу принимать постоянное целое (но большее 1) число пациентов в час. Количество часов в рабочем дне стоматолога целое, оно больше числа пациентов, принимаемых им за час, но меньше числа стоматологов в поликлинике и не больше 8. Сколько длится рабочий день и сколько стоматологов в клинике, если за день клиника принимает 357 стоматологических больных?

РЕШЕНИЕ. Пусть врач принимает k больных в час, рабочий день длится m ($2 \leq m \leq 8$ и m целое) часов и в клинике n врачей. Все вместе они за день принимают $ktn = 357$ пациентов. Число 357 однозначно раскладывается на 3 множителя $357 = ktn = 3 \cdot 7 \cdot 17$, удовлетворяющих условиям задачи.

ОТВЕТ: 7 часов, 17 стоматологов.

ЗАДАЧА 17 (ДЛЯ 7 КЛАССА). В пакетике 100 леденцов красного, зеленого, желтого и оранжевого цвета. Если наугад вынуть из него 90 леденцов, то среди них непременно будут леденцы всех четырех цветов. Какое наименьшее количество леденцов наугад следует вынуть из пакетика, чтобы среди них обязательно были леденцы всех трех цветов?

Решение. Леденцов одного цвета должно быть не меньше 11, иначе все они могут оказаться невыбранными. Тогда леденцов двух цветов должно быть не менее 22 (по 11 каждого цвета). Значит, надо выбрать минимум 79 леденцов. 78 леденцов недостаточно, так как при 22 леденцах двух цветов остальные могут быть тоже только двух цветов.

ОТВЕТ: 79.