

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 17091 для 9 класса

1. Число x неизвестно, но известно число $A = x + \frac{1}{x}$.

а) Выразите через A числа $B_k = x^k + \frac{1}{x^k}$ для $k = 2, 3, 4, 8$.

б) Выясните, при каких A и x выполняются равенства

$$B_2 = B_4 = B_8.$$

в) При каких значениях x (и, соответственно, A) количество арифметических операций для вычисления B_2 минимально? (Арифметические — это операции сложения, вычитания, умножения, деления и извлечения корня положительной целой степени, они осуществляются над числами, а не над символами, обозначающими числа.) Вычислите при найденных значениях x величину

$$C = \left(\left(x^{2017} + \frac{1}{x^{2017}} \right) \cdot \frac{1}{2} \right)^{2017}.$$

2. На тепловой электростанции запас газа всегда остается положительным и ежемесячно меняется следующим образом. Если в текущем месяце запас равен x м³, то в следующем месяце он будет равен $6 - x$ м³. Может ли запас газа в какой-то месяц составить точный квадрат запаса в другом месяце? Если это возможно, то при каком значении запаса и в какие месяцы?

3. Решите уравнение

$$1 - \frac{x}{1} + \frac{x(x-1)}{1 \cdot 2} - \frac{x(x-1)(x-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{x(x-1)(x-2)(x-3)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 0.$$

4. В районе, представляющем собой треугольник ABC , требуется установить новую электростанцию. Потребители энергии расположены внутри треугольника ABC так, что для их оптимального снабжения точка O , в которой поставят станцию, должна разделить район на треугольники AOB , BOC , AOC с отношением площадей $1 : 2 : 3$. Как найти такую точку в треугольнике?

5. Квадратный трёхчлен $f(x) = x^2 + px + q$ имеет дискриминант, равный 100. Сколько корней имеет уравнение $f(x) + f(x-10) = 0$?