

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 11102 для 10 класса

1. Существует ли прямоугольный треугольник, острые углы α и β которого удовлетворяют соотношению

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos(\alpha + \beta)?$$

Ответ обоснуйте.

2. Можно ли представить дробь $\frac{2}{2n+1}$, где $n \in \mathbb{N}$, суммой двух различных дробей с числителями 1 и натуральными знаменателями?

3. Найдите наибольшее значение выражения $3x + y$, если переменные x , y удовлетворяют неравенству $2x^2 + 6xy + 7y^2 \leq 6$.

4. Числа α , β , γ удовлетворяют соотношениям

$$\frac{2}{\alpha} \left(\frac{1}{\beta} - \frac{1}{\gamma} \right) = \frac{1}{\beta} \left(\frac{1}{\gamma} - \frac{2}{\alpha} \right) = \frac{1}{\gamma} \left(\frac{2}{\alpha} - \frac{1}{\beta} \right).$$

Найдите расстояние между каждой парой из точек A , B , C на плоскости, если они имеют координаты $A(\alpha, \beta)$, $B(\alpha, \gamma)$, $C(\beta + \gamma, \gamma)$.

5. Для функции $f(x) = 4 + \sqrt{2x}$ решите уравнение $f(f(f(x))) = f(f(x))$.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 12103 для 10 класса

1. В жаркое лето продажи напольных вентиляторов увеличиваются на 40%, а вытяжных вентиляторов – на 20% (проценты считаются по отношению к предыдущему лету). В прохладное лето продажи напольных вентиляторов уменьшаются на 40%, а вытяжных вентиляторов – на 20%. Через семь лет оказалось, что продажи одного вида из этих двух товаров увеличились, а другого уменьшились. Сколько из семи лет было прохладных, если каждое лето было или прохладным, или жарким?

2. Существует ли 3-угольная призма, у которой длины всех ребер выражаются рациональными числами, а объем – иррациональным?

3. Найдите все решения системы уравнений

$$\sqrt{x-y} + \sqrt{x+y} = 3x - y, \quad \sqrt{x-y} - \sqrt{x+y} = x - 3y.$$

Можно ли все точки, соответствующие решениям, расположить на одной окружности?

4. Найдите все значения a, b , при которых равенство

$$((\sin a)/x + \cos b)^2 = (\sin a)x^2 + \cos^2 b$$

выполняется для всех $x \neq 0$.

5. В семье четыре сестры. Суммарный возраст всех четырех составил в 2016 г. 49 лет. В 2009 г. он составлял 22 года, а в 2006 г. был равен 14 годам. Сколько лет исполнится каждой из двух младших сестер в 2017 году?

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 13103 для 10 класса

1. Сколько различных 4-значных чисел, кратных 12, можно образовать из цифр числа 2016, если цифры могут повторяться без ограничений?

2. Электронные часы показывают на табло в некоторый момент на 5 минут меньше, чем следует, хотя и идут вперед. Если бы они показывали на 6 минут меньше, чем следует, но уходили бы в сутки вперед на 2 минуты больше, чем уходят, то верное время они показали бы на сутки раньше, чем покажут. На сколько минут в сутки уходят вперед часы?

3. Выясните, разрешимо ли уравнение

$$\operatorname{tg}^{16}(20x) - \cos^{20}(16x) + 1 = 0.$$

Если оно разрешимо, найдите сумму всех его корней.

4. Эстетически совершенным считается прямоугольник, длины a, b сторон которого образуют *золотое сечение*, т. е. связаны соотношениями

$$a < b, \quad \frac{b}{a} = \frac{a+b}{b}.$$

Некий архитектор задумал проект здания в виде прямоугольного параллелепипеда, у которого золотые сечения образуют ширина и длина, длина и высота, а также площадь боковой поверхности и объем. Найдите длину диагонали такого параллелепипеда и отношение площади боковой поверхности к площади основания.

5. Известно, что $(\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y) \operatorname{tg}^2 z = (\operatorname{tg} z - \operatorname{tg} y) \operatorname{tg}^2 x = 3$ и $\operatorname{tg} x \neq \operatorname{tg} z$. Найдите числовое значение выражения $3 \operatorname{tg}^2 y (\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} z)$.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 14102 для 10 класса

1. Двухтарифный счетчик электроэнергии ведет отдельный учет затрат в "ночное" и "дневное" время, при этом "ночной" тариф составляет 75% "дневного". Если "ночной" тариф повысится на 20% (при неизменном "дневном"), то часть "дневного" расхода электроэнергии придется перенести на "ночное" время, чтобы суммарная суточная стоимость осталась без изменений. Во сколько раз изменится при этом "ночной" расход?

2. Изобразите на координатной плоскости множество точек, удовлетворяющих уравнению

$$\sqrt{x-y} = \sqrt{x} - \sqrt{y}.$$

3. Выпуклый четырехугольник имеет периметр 20 см, его площадь в 4 раза меньше суммы квадратов длин всех сторон. Этот четырехугольник служит основанием призмы, высота которой равна сумме длин диагоналей основания. Найдите объем такой призмы.

4. В шахматном кружке занимаются мальчики и девочки. Их разбили на группы по 6 человек в каждой. В каждой группе прошел круговой турнир, каждый сыграл по одной партии с каждым из остальных членов той же группы, других игр не было. Может ли при этом число партий с участием мальчиков быть на 28 больше числа партий с участием девочек?

5. Числа $a, b, c, \sqrt{22}$ попарно различны и таковы, что уравнения $\sqrt{22}x^2 + ax + \sqrt{22} = 0$ и $\sqrt{22}x^2 + bx + c = 0$ имеют общий действительный корень. Кроме того, уравнения $\sqrt{22}x^2 + \sqrt{22}x + a = 0$ и $\sqrt{22}x^2 + cx + b = 0$ тоже имеют общий действительный корень. Найдите значение $(b + c - a)^2$.